

Propagation d'une onde millimétrique dans un matériau diélectrique soumis à un choc soutenu en prenant en compte les pertes

J. Mapas^{1,2}, H. Aubert², A. Lefrançois¹

¹ CEA Gramat, D14, 46500 Gramat

² CNRS LAAS, 7 Av. du Colonel Roche, 31400 Toulouse
jeremi.mapas@cea.fr

Résumé – Dans cet article, nous proposons d'explorer la détermination simultanée de la vitesse du front d'onde de choc et de la vitesse matérielle dans un matériau avec pertes diélectriques soumis à un choc soutenu. Ces deux vitesses seront déterminées à partir de l'analyse de l'onde millimétrique réfléchie par le matériau choqué.

1. Introduction

Afin de déterminer de manière fiable les lois de comportement sous choc des matériaux solides, il est nécessaire de déterminer la vitesse de choc et la vitesse matérielle dans un matériau soumis à un choc soutenu. Dans le cadre des matériaux pouvant libérer une grande quantité d'énergie chimique pendant un court laps de temps comme les matériaux énergétiques par exemple, il a été montré que l'utilisation des ondes millimétriques était pertinente car ceux-ci sont transparents aux ondes millimétriques [1]. B. Rougier *et al.* ont récemment proposé une méthode analytique permettant de s'affranchir des limitations des approches précédentes [2]. La méthode est basée sur la modélisation électromagnétique de la propagation d'une onde millimétrique dans un milieu diélectrique soumis à un choc et dans lequel se déplacent deux interfaces : l'une, diélectrique, se déplace à la vitesse du front d'onde de choc, et l'autre, métallique, se déplace à la vitesse dite *matérielle*. Il est alors possible de déterminer analytiquement ces deux vitesses, ainsi que la permittivité du matériau diélectrique sous choc à partir des propriétés de l'onde réfléchie par le matériau choqué [3]. Cependant, la modélisation proposée dans [2] ne prend pas en compte les pertes diélectriques dans le matériau soumis à un choc soutenu.

Dans cet article, nous étendons et validons expérimentalement le modèle électromagnétique proposé dans [2] en incluant les pertes diélectriques dans le matériau choqué.

2. Calcul du champ électrique réfléchi par un milieu diélectrique à pertes soumis à un choc

Le matériau diélectrique étudié est soumis à une sollicitation de type choc soutenu. On obtient ce type de sollicitation mécanique en propulsant un impacteur sur

une cible à une vitesse d'impact notée V_p . Un canon à gaz ou à poudre est souvent utilisé afin de projeter l'impacteur, dont les propriétés sont connues, à la vitesse voulue. L'impact entre les faces parallèles des deux pièces génère deux ondes par équilibre hydrodynamique : une dans la cible, que nous appelons onde de choc et qui se déplace à la vitesse V_1 , et une dans l'impacteur, l'intensité de ces ondes dépend de la vitesse d'impact et de la nature des pièces en présence. La propagation de l'onde de choc dans la cible provoque la transformation brutale des propriétés thermodynamiques et cinétiques initiales de l'échantillon en propriétés dites « choquées » de telle sorte que le front d'onde représente une surface de discontinuité des grandeurs thermodynamiques du matériau étudié. Le passage du front d'onde provoque aussi la mise en vitesse indépendante de la matière à une vitesse V_2 dite matérielle. La configuration décrite est représentée sur la figure 1.

C'est dans ce cadre que nous utilisons les ondes millimétriques. L'échantillon est métallisé en face arrière afin de pouvoir mesurer la vitesse matérielle V_2 à partir de la caractérisation de l'onde réfléchie. Nous considérons la propagation électromagnétique d'une onde plane polarisée linéairement et se propageant suivant l'axe Oz perpendiculaire au front d'onde de choc dans le matériau diélectrique présentant des pertes. Ce matériau est supposé linéaire, homogène et isotrope. La variation des propriétés thermodynamiques et cinétiques du matériau provoque aussi une variation brutale des propriétés électromagnétiques [4, 5].

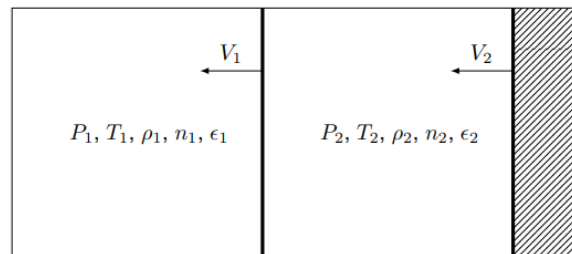


Figure 1. Configuration choc soutenu avec le front d'onde de choc de vitesse V_1 et le bord impacté par l'impacteur à la vitesse matérielle V_2 . Les grandeurs P , T , ρ , n et ϵ représentent respectivement la pression, la température, la masse volumique, l'indice de réfraction et la permittivité diélectrique.

La configuration étudiée est donc une géométrie en deux couches diélectriques : une première couche dite *saine* à travers laquelle le front d'onde de choc n'a pas encore transité, et une deuxième couche dite *choquée*. La couche saine est ici référencée par l'indice 1, tandis que la couche choquée est indiquée par l'indice 2. L'interface diélectrique séparant les deux couches est matérialisée par le front de l'onde de choc (voir Figure 2). L'onde plane est en incidence normale sur le matériau. Les transmissions et réflexions multiples de l'onde à l'intérieur du matériau sont illustrées sur la Figure 2.

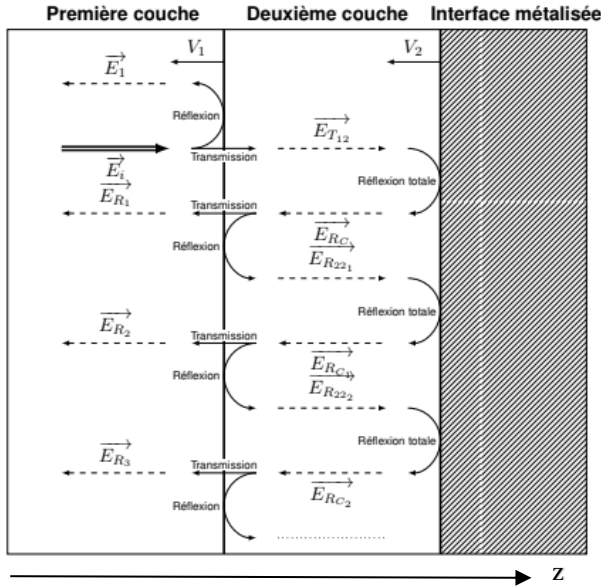


Figure 2. Transmissions et réflexions multiples d'une onde plane à l'intérieur d'un matériau diélectrique soumis à un choc soutenu.

Les pertes diélectriques dans le matériau sont modélisées par une permittivité diélectrique complexe ϵ [6, 7] :

$$\epsilon = \epsilon_R + i\epsilon_I. \quad (1)$$

où ϵ_R et ϵ_I désignent des nombres réels et $i^2 = -1$. Le matériau présente alors un indice de réfraction et une impédance d'onde complexes.

Dans la couche saine du matériau, le champ électrique de l'onde plane incidente est donné par l'équation suivante :

$$\vec{E}_i = \vec{E}_0 e^{-\alpha_i z} e^{i(\omega_i t - k'_i z)}. \quad (2)$$

où ω_i désigne la pulsation du régime harmonique, α_i et k'_i représentent respectivement la constante d'atténuation et le nombre d'onde dans la couche saine du milieu à pertes diélectriques. Le champ réfléchi \vec{E}_R , par la couche de matériau choquée, est le résultat de deux contributions :

- (1) la première, notée \vec{E}_1 , est issue de la réflexion de l'onde incidente sur la première interface mobile séparant la couche saine de la couche choquée ;
- (2) la deuxième contribution, notée \vec{E}_2 , est la superposition des champs électriques transmis à travers la première interface et ayant subi des

réflexions multiples dans la couche choquée avant de s'en extraire en traversant à nouveau la première interface.

Ces réflexions multiples sont causées par les deux interfaces mobiles au sein du matériau, l'une se déplaçant à la vitesse V_1 du front d'onde de choc, et l'autre à la vitesse matérielle V_2 . Afin de déterminer ces deux vitesses à partir d'une analyse du champ électrique réfléchi, on cherche à déterminer les fréquences Doppler associées à chaque interface, ainsi que l'amplitude des composantes spectrales à ces fréquences. On montre, par exemple, que les coefficients de transmission T_{12} et de réflexion R_{11} de l'interface mobile qui sépare les couches saine et choquée sont donnés par :

$$R_{11} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \times \frac{1 - \frac{V_1}{c} n_1}{1 + \frac{V_1}{c} n_1}, \quad (3)$$

$$T_{12} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2} \times \frac{1 + \frac{V_1}{c} n_2}{1 + \frac{V_1}{c} n_1}, \quad (4)$$

où n_1 et n_2 désignent les indices de réfraction (complexes), et c est la célérité de la lumière dans le vide. Le champ réfléchi \vec{E}_R est donné par la somme de deux contributions \vec{E}_1 et \vec{E}_2 :

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 e^{-\alpha_i d_1} R_{11} e^{-\alpha_R d_1} e^{i(\omega_r t - k'_r z)}, \quad (5-a)$$

$$\vec{E}_2 = \sum_n \vec{E}_{2n}, \quad (5-b)$$

avec ω_r , k'_r , α_R et d_1 représentant respectivement la pulsation Doppler de l'onde réfléchie sur le front d'onde, le nombre d'onde, la constante d'atténuation dans la couche saine et l'épaisseur de la couche saine.

Pour déterminer les champs \vec{E}_{2n} , il faut prendre en compte l'atténuation à chaque trajet dans la couche choquée d'épaisseur d_2 ainsi que toutes les réflexions et transmissions qu'il est possible de rencontrer sur le trajet. A chaque réflexion sur l'interface métallique mobile, la pulsation subit un décalage par effet Doppler et l'amplitude de l'onde réfléchie est multipliée par le coefficient de réflexion donné par :

$$R_c = -1 \times \frac{1 - \frac{V_2}{c} n_2}{1 + \frac{V_2}{c} n_2}. \quad (6)$$

A chaque réflexion sur l'interface diélectrique mobile de la couche choquée, la pulsation subit également un décalage par effet Doppler et l'amplitude de l'onde réfléchie est multipliée par le coefficient de réflexion donné par :

$$R_{22} = \frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2} \times \frac{1 + \frac{V_1}{c} n_2}{1 - \frac{V_1}{c} n_2}. \quad (7)$$

Enfin lorsque l'onde est transmise dans la couche saine en traversant le front d'onde de choc, l'amplitude est multipliée par le coefficient suivant :

$$T_{21} = \frac{2n_2}{n_1 + n_2} \times \frac{1 - \frac{V_1}{c}n_1}{1 - \frac{V_1}{c}n_2}. \quad (8)$$

B. Rougier *et al.* [2] ont considéré l'indice de réfraction de la couche choquée comme une inconnue, du fait de la difficulté de déterminer cette valeur expérimentalement ou théoriquement. Cette méthode permet d'extraire cette donnée directement de la mesure dans le cas sans pertes. Ici n_{2R} et n_{2I} deviennent des données d'intérêt pour notre cas d'étude. A partir des équations (2)-(8), nous pouvons reconstruire un signal si on suppose connaître nos données d'intérêt, c'est-à-dire les vitesses V_1 , V_2 et la partie réelle et imaginaire de l'indice de réfraction de la couche choquée n_{2R} et n_{2I} .

3. Inversion du modèle de propagation d'une onde millimétrique dans un matériau diélectrique à deux couches et présentant des pertes

Notre objectif est de déterminer nos données d'intérêt à partir des données extraites du signal, à savoir les fréquences Doppler associées aux vitesses V_1 et V_2 notées respectivement f_1 et f_2 , la fréquence initiale de notre onde millimétrique notée f_c , le rapport d'amplitude des deux contributions de fréquence f_1 et f_2 notée R_a et l'indice de réfraction du milieu au repos noté n_1 (complexe). Pour ce faire, B. Rougier *et al.* ont proposé une méthode innovante afin d'inverser le modèle analytique de propagation lorsqu'on considère qu'il n'y a pas de pertes diélectriques dans le matériau d'étude [2]. Dans un premier temps, nous avons appliqué cette méthode afin d'inverser le modèle de propagation dans un matériau en tenant compte des pertes diélectriques. En prenant en compte le fait que les vitesses V_1 et V_2 sont faibles en pratique devant c , nous faisons un développement limité à l'ordre 1 des décalages Doppler induits par les multiples réflexions et transmissions dans le matériau :

$$\frac{f_1}{f_c} = 1 - \frac{2V_1}{c}n_1, \quad (9)$$

$$\frac{f_2 - f_1}{f_c} = \frac{2(V_1 - V_2)}{c}n_2. \quad (10)$$

Pour compléter le système d'équations, nous ajoutons le rapport d'amplitude qui s'exprime de la façon suivante :

$$R_a = \frac{|A_2|}{A_1}, \quad (11)$$

avec A_1 et A_2 respectivement les amplitudes des contributions \vec{E}_1 et \vec{E}_2 . En reprenant les expressions développées pour la propagation de l'onde

électromagnétique et en faisant un développement limité à l'ordre 1 de l'équation (11), il vient que :

$$R_a = M_a \times \left[1 + \frac{f_1 - f_2}{f_c} \left\{ \frac{2\pi f_c}{c} (n_{1I}d_1 - n_{2I}d_2) - 1 \right\} + \frac{2\pi}{c} (f_c - f_1)n_{2I}d_2 \right], \quad (12)$$

avec M_a un coefficient donné par :

$$M_a = \frac{4n_1n_2}{n_1^2 - n_2^2} \times e^{-\frac{4\pi f_c n_{2I}d_2}{c}}. \quad (13)$$

Des équations (9), (10), (12) et (13) nous pouvons élaborer un système d'équations qui nous permet en principe de déterminer V_1 , V_2 et n_2 (complexe) à partir de f_1 , f_2 et R_a . Cependant, l'introduction des pertes diélectriques dans la méthode développée par B. Rougier *et al.* rend complexe l'inversion de ce système. En effet, nous avons besoin d'une quatrième équation car désormais, en introduisant les pertes, n_2 est devenu complexe. En outre, le rapport d'amplitude R_a possède une expression non linéaire complexe. Enfin, le rapport d'amplitude R_a dépend du temps du fait de la présence de d_1 et d_2 , qui s'expriment de la façon suivante :

$$d_1 = d_0 - V_1 t, \quad (14)$$

$$d_2 = (V_1 - V_2)t, \quad (15)$$

avec d_0 l'épaisseur initiale de l'échantillon.

Expérimentalement, le rapport d'amplitude devient donc difficile à évaluer du fait qu'il faille le faire localement et non plus sur le signal rétrodiffusé entier. Pour toutes ces raisons, nous n'avons pas trouvé à ce jour de méthode qui nous permette de déterminer de manière analytique les valeurs d'intérêts à partir du signal réfléchi en s'inspirant de la méthode de B. Rougier *et al.*

4. Validation expérimentale

Afin de vérifier la validité de notre modèle de propagation, nous réalisons un choc soutenu sur un échantillon de trinitrotoluène (TNT) avec un impacteur en aluminium propulsé à une vitesse de 790 m/s par un canon à poudre. L'échantillon est métallisé sur la face arrière, qui va être impactée, avec un dépôt d'aluminium de 600 nm et un cône de transmission en tétra-fluoroéthylène (téflon), relié à l'interféromètre de type Michelson et Morley par un guide d'onde en téflon, est collé sur la face avant qui n'est pas métallisée. Dans cette configuration, nous connaissons les propriétés sous choc (polaire de choc) du matériau étudié. Sur la Figure 3, nous comparons au signal rétrodiffusé par le matériau au signal calculé via le modèle de propagation décrit dans la section 2.

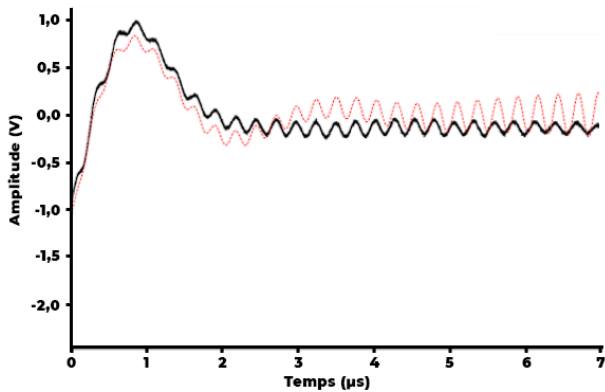


Figure 3. Signal réfléchi par l'échantillon de trinitrotoluène (TNT) soumis à un choc soutenu. Le signal simulé est en rouge et le signal mesuré est en noir

On observe un bon accord entre les résultats de simulation et de mesure. En effet, nous obtenons un signal à deux composantes avec une partie de faible fréquence qui s'atténue fortement au cours du temps. Cela vient du fait que l'épaisseur de la couche choquée d_2 augmente progressivement puisque $V_1 > V_2$, or le coefficient d'atténuation dans la couche choquée α_2 est souvent plus grand que celui de la couche saine. On observe une partie de forte fréquence qui est en accord avec le signal obtenu en simulation. Il y a cependant des différences entre les résultats de simulation et de mesure qui peuvent être liées à une éventuelle opacification du matériau due à un début de réaction chimique ou à des effets de bords non modélisés comme des détentes latérales, qui viendraient courber le front d'onde. En effet, on peut constater une corrélation entre la fréquence de la contribution liée au front de choc simulée et celle mesurée entre 1 et 4 μs . Cependant, à partir de 4 μs , le signal mesuré subit une augmentation de fréquence de 4 à 6 μs puis une réduction de cette dernière à partir de 6 μs . Les variations de fréquences sont liées à des variations de vitesse de choc V_1 qui augmenterait de 4 à 6 μs à cause d'un début de réaction chimique qui pourrait transiter vers une détonation. Sur l'échantillon considéré de taille $d_0 = 20$ cm et à la vitesse d'impact indiqué, nous trouvons un début d'influence des détentes latérales à 6,10 μs . Cette valeur de temps est extraite de la formule suivante :

$$t_d = \left(d_0 - \frac{d_a - l_s}{2 \tan(\delta)} \right) \times \frac{1}{V_1} \quad (16)$$

avec t_d le temps que vont mettre les détentes latérales à atteindre la zone de focalisation, d_a le diamètre de l'antenne, l_s la hauteur plane du choc au début de sa transmission dans l'échantillon et δ l'angle de détente.

Ainsi, à partir de 6 μs , les détentes latérales provoquées par l'équilibre hydrodynamique aux parois freinent progressivement le front de choc.

5. Conclusion

Le modèle de propagation proposé dans cet article permet de prendre en compte les pertes diélectriques dans le trajet d'une onde millimétrique afin d'étendre les travaux réalisés récemment dans [2] sur la détermination simultanée des vitesses de choc et matérielle. Cette modélisation est confrontée à un cas expérimental connu. L'allure du signal simulé ainsi que les ordres de grandeurs de l'amplitude de ce signal sont en bon accord avec la mesure. On observe notamment une diminution de l'amplitude de la contribution de faible fréquence dans le matériau. On constate quelques différences liées à des phénomènes d'opacification ou à des effets de bords modélisés. Cependant, l'ajout des pertes rend le modèle difficilement inversible analytiquement. Des recherches sont en cours pour s'affranchir du modèle analytique afin de pouvoir tout de même extraire les vitesses de choc et matérielle ainsi que l'indice de réfraction complexe du milieu complexe à partir du signal rétrodiffusé par un matériau diélectrique avec pertes diélectriques dans une configuration choc soutenu.

Références

- [1] B. Rougier, *Etude à cœur des propriétés de matériaux innovants par la compréhension de la propagation d'une onde électromagnétique à travers une onde de choc*, Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, 9 Janvier 2019.
- [2] B. Rougier *et al.*, « Reflection of Electromagnetic Waves From Moving Interfaces for Analyzing Shock Phenomenon in Solids », *Radio Science*, vol. 53, n° 7, pp. 888-894, 2018.
- [3] B. Rougier *et al.*, « Static and Dynamic Permittivity Measurement of High Explosives in the W Band to Investigate Shock and Detonation Phenomena », *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, vol. 44, n° 2, pp. 153-159, 2018.
- [4] L. Lorentz, « Über die Refraktionsconstante », *Annalen der Physik*, pp. 70-103, 1880.
- [5] E. Talebian et M. Talebian, « A general review on the derivation of clausius-mossotti relation », *Optik*, vol. 124, pp. 2324-2326, 2013.
- [6] S. J. Orfanidis, *Electromagnetic Waves and Antennas*, ch. 1, pp. 1-31, Rutgers University, 2014.
- [7] V. M. Red'kov *et al.*, « Maxwell equations in Riemannian space-time geometry effect on material equations in media », *Applied Physics A*, 2017.