



**HAL**  
open science

## Identifiabilité ensembliste et détection de fautes au travers de l'estimation paramétrique

Carine Jauberthie, Louise Travé-Massuyès, Nathalie Verdière

► **To cite this version:**

Carine Jauberthie, Louise Travé-Massuyès, Nathalie Verdière. Identifiabilité ensembliste et détection de fautes au travers de l'estimation paramétrique. 1er congrès de la SAGIP, Jun 2023, Marseille, France. hal-04116243

**HAL Id: hal-04116243**

**<https://laas.hal.science/hal-04116243>**

Submitted on 3 Jun 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# Identifiabilité ensembliste et détection de fautes au travers de l'estimation paramétrique

Carine Jauberthie<sup>1</sup>, Louise Travé-Massuyès<sup>1</sup>, Nathalie Verdière<sup>2</sup>

<sup>1</sup> LAAS-CNRS, Université de Toulouse, UPS, 7 avenue du Colonel Roche, 31400 Toulouse, France

carine.jauberthie,louise@laas.fr

<sup>2</sup> UNIHAVRE, LMAH, FR-CNRS-3335, ISCN, 76600 Le Havre, France

nathalie.verdiere@univ-lehavre.fr<sup>†</sup>

**Mots-clés :** *Identifiabilité, détection de fautes, analyse par intervalles*

## 1 Motivations

Lors de la modélisation d'un phénomène, afin d'en approfondir son fonctionnement ou son comportement, la structure retenue pour le modèle paramétrique doit permettre l'estimation des paramètres, assurant ainsi une concordance des trajectoires de sortie du modèle et les observations du phénomène. En contexte déterministe, ce problème revient à trouver un vecteur unique de paramètres dans un ensemble initial de paramètres admissibles, il s'agit alors de l'identifiabilité globale. Ainsi, étudier l'identifiabilité d'un modèle consiste à vérifier s'il existe une correspondance sans ambiguïté entre ses paramètres et les trajectoires de sortie. L'identifiabilité est primordiale lorsque les paramètres doivent être estimés à partir de données expérimentales représentant le comportement entrée-sortie du système et clairement lorsque l'estimation est utilisée pour la détection et l'identification de fautes.

En contexte ensembliste, les différentes formes d'incertitudes (de modèle, bruits de mesure,...) ne sont pas modélisées au travers de distributions de probabilité mais elles sont supposées appartenir à des domaines connexes de bornes connues. Dans le travail proposé, les incertitudes sont modélisées comme appartenant à des intervalles ou des produits cartésiens d'intervalles, générant ainsi des ensembles de trajectoires au travers du modèle. On parle de systèmes à incertitudes bornées.

L'identifiabilité classique ne peut pas s'appliquer directement sur les systèmes à incertitudes bornées. Les auteurs ont ainsi proposé d'étendre la définition d'identifiabilité au cadre ensembliste dans une première étude en 2011 [2], amenant par la suite au développement de nouveaux algorithmes pour la détection de fautes [4], [7]. Ainsi, l'identifiabilité ne se caractérise plus comme l'unicité – globale ou locale – du vecteur de paramètres mais comme l'unicité de domaines connexes définissant des ensembles de paramètres. Jusqu'à quel "diamètre" peuvent se "contracter" ces ensembles solution sans perte de la propriété d'identifiabilité est alors une question qui se pose et qui est également abordée par la propriété de  $\mu$ -identifiabilité ensembliste.

---

<sup>†</sup> les auteurs sont donnés dans l'ordre alphabétique.

Cet article se propose de synthétiser les travaux sur l'identifiabilité ensembliste issus de [2, 3, 4, 5, 7].

## 2 Système

Dans ce travail, nous considérons des systèmes dynamiques non-linéaires pouvant s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t, p) = f(x(t, p), u(t), p), \\ y(t, p) = h(x(t, p), p), \\ x(t_0, p) = x_0 \in X_0, \\ p \in P \subset \mathcal{U}_P, t_0 \leq t \leq T, \end{cases} \quad (1)$$

où  $x(t, p) \in \mathbb{R}^n$ ,  $y(t, p) \in \mathbb{R}^m$  et  $u(t) \in \mathbb{R}^r$ . Les conditions initiales  $x_0$  sont supposées appartenir à un ensemble borné  $X_0$ , on suppose également que  $X_0$  ne contient pas de point d'équilibre. Le vecteur de paramètres à estimer  $p$  appartient à un ensemble connexe  $P \subset \mathcal{U}_P$  avec  $\mathcal{U}_P \subseteq \mathbb{R}^p$  un ensemble connu a priori de paramètres admissibles. Les fonctions  $f$  et  $h$  sont réelles et analytiques sur  $M$  où  $M$  est un ensemble ouvert de  $\mathbb{R}^n$  tel que  $x(t, p) \in M$  pour tout  $t \in [t_0, T]$  et  $p \in P$ ,  $T$  est une borne temporelle finie ou non.

## 3 Concepts et méthodes

Pour prendre en compte le contexte ensembliste, les auteurs ont proposé d'étendre la définition classique d'identifiabilité en proposant deux nouvelles définitions : l'*identifiabilité ensembliste* et la  *$\mu$ -identifiabilité ensembliste* (respectivement notées SM-identifiabilité et  $\mu$ -SM-identifiabilité) [2, 5]. Étant donné un ensemble connexe  $P^*$ , la définition de l'identifiabilité ensembliste consiste à vérifier si les ensembles de sorties générées par le système (1) à partir de l'ensemble connexe  $P^*$  et tout autre ensemble connexe dans le complémentaire de  $P^*$  n'ont pas de trajectoire en commun. On dira alors que l'ensemble connexe  $P^*$  est globalement SM-identifiable. Cette définition a été étendue en la  $\mu$ -identifiabilité dans le sens où l'identifiabilité ensembliste est vérifiée pour  $P^*$  aussi petit que l'on veut, sens qui sera précisé dans la version longue de l'article et qui se base sur une distance particulière [1].

Nous présenterons également une méthode permettant de tester les définitions d'identifiabilité ensembliste. Cette méthode est basée sur l'algèbre différentielle et utilise des relations liant les observations, les entrées et les paramètres inconnus du système. À partir de ces résultats, une méthode de détection et identification des fautes sera proposée. Les relations mentionnées précédemment sont utilisées pour estimer les paramètres incertains du modèle.

Dans notre travail, les fautes agissant sur le système sont considérés comme des variations de paramètres. Du travail théorique sur l'identifiabilité ensembliste, nous en avons déduit un schéma d'estimation des paramètres/fautes. Nous montrerons qu'au cours des itérations, l'ensemble solution est contracté en ensembles connexes, permettant de réduire le pessimisme dû aux méthodes classiques d'estimation par intervalles. La comparaison entre les domaines estimés des fautes/paramètres et les plages nominales finalise la phase de détection et identification des fautes. Cette méthode sera testée sur un exemple en pharmacocinétique.

## Références

- [1] Bourbaki, N. (1989). Elements of Mathematics. Springer-Verlag.
- [2] Jauberthie, C., Verdière, N., Travé-Massuyès, L. (2011). Set-membership identifiability : definitions and analysis, pp.12024-12029, World IFAC Congress (IFAC 2011), Milan (Italie).
- [3] Jauberthie, C., Verdière, N., Travé-Massuyès, L. (2012). Set-membership identifiability and guaranteed parameter estimation for nonlinear uncertain dynamical systems, pp.434-439, IFAC Symposium on System Identification (SYSID 2012), Bruxelles (Belgique).

- [4] Jauberthie, C., Verdière, N., Travé-Massuyès, L. (2013). Fault detection and identification relying on set-membership identifiability, pp 129-136, 37 (1), Annual Reviews in Control, <http://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2013.04.002>.
- [5] Jauberthie, C. , Travé-Massuyès L. and Verdière N. (2016). Set-membership identifiability of nonlinear models and related parameter estimation properties, pp 803–813, 26 (4) International Journal of Applied Mathematics and Computer Science.
- [6] Munkres, J.R. (1975). Topology a first courses. New Jersey : Prentice Hall.
- [7] Verdière, N., Jauberthie, C., Travé-Massuyès, L. (2012). Fault detection and identification relying on SM identifiability, 8th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes SAFEPROCESS'12, Mexico City, Mexique.