



**HAL**  
open science

## **Partitionnement en cliques à coût minimum de graphes orientés avec contraintes de flot**

Cyrille Equoy, Cyrille Briand, Frédéric Lerasle

### ► **To cite this version:**

Cyrille Equoy, Cyrille Briand, Frédéric Lerasle. Partitionnement en cliques à coût minimum de graphes orientés avec contraintes de flot. 26ème Congrès annuel de la société française de recherche opérationnelle et d'aide à la décision, Société française de recherche opérationnelle et d'aide à la décision, Feb 2025, Champs Sur Marne, France. ⟨hal-05127292⟩

**HAL Id: hal-05127292**

**<https://laas.hal.science/hal-05127292v1>**

Submitted on 24 Jun 2025

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# Partitionnement en cliques à coût minimum de graphes orientés avec contraintes de flot

Cyrille Equoy, Cyrille Briand, Frédéric Lerasle

LAAS-CNRS, Université de Toulouse, CNRS, UPS, Toulouse, France  
{cequoy,briand,lerasle}@laas.fr

**Mots-clés :** *Recherche opérationnelle, optimisation, théorie des graphes, ré-identification*

## 1 Introduction

Nous présentons un problème de recherche de chemins dans un graphe dirigé acyclique. Ce problème est dérivé du problème général de partitionnement en cliques dans un graphe. Il est NP-difficile. L'application à un problème de ré-identification de personnes dans un réseau de caméras à champs disjoints est envisagée. Les détections des personnes correspondent aux sommets du graphe. Les dates auxquelles elles ont réalisées permettent d'ordonner temporellement les sommets. Un arc est créé entre deux sommets  $i$  et  $j$  dès que la date d'observation de la détection  $i$  est antérieure à celle de  $j$ , ce qui donne au graphe son caractère acyclique et dirigé. Des coûts de dissimilarité variant entre 0 et 1 sont associés aux arcs. Contrairement aux travaux dans [1] qui considère des poids d'arcs positifs et négatifs en retranchant aux scores de dissimilarité une valeur  $K \in [0, 1]$  (contrôlant le nombre de clusters créés), nous conservons les scores de dissimilarité originels et estimons le nombre de chemins cherchés, en amont grâce à un algorithme de partitionnement de données type ISODATA [3].

## 2 Définition du problème

On considère un graphe dirigé acyclique  $\mathcal{G}(V, A, W)$ .  $V$  est l'union de l'ensemble des sommets du graphe avec deux sommets fictifs  $s$  et  $t$  correspondant à une source et un puits, permettant de modéliser un transfert de flot.  $A$  est l'ensemble des arcs du graphe.  $W$  est la fonction qui associe à chaque arc de  $A$  un coût  $w_{i,j} \in [0, 1]$  correspondant à un score de dissimilarité obtenu par une algorithme de vision par ordinateur.

On cherche un ensemble de chemins disjoints couvrant l'ensemble des sommets de  $\mathcal{G}$ , en minimisant le coût total  $C$  de ces chemins. On définit le coût total  $C$  d'un chemin comme la somme de son coût direct  $C_D$  et de sa fermeture transitive  $C_T$ . Dans l'exemple de la figure 1, on a respectivement les coûts directs  $C_D$  et de la fermeture transitive  $C_T$  pour un chemin passant par 4 sommets :  $C_D = w_{s,1} + w_{1,2} + w_{2,4} + w_{4,6} + w_{6,t}$  et  $C_T = w_{1,4} + w_{1,6} + w_{2,6}$ .

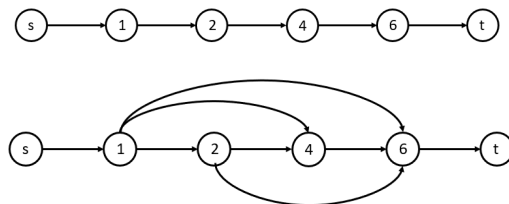


FIG. 1 – Coûts direct (en haut) et de la fermeture transitive (en bas) d'un chemin couvrant les sommet 1, 2, 4 et 6

### 3 Formulation en PLNE

On considère deux types d'ensembles de variables  $X = x(i, j)$  et  $Y = y(i, j)$  tels que  $x(i, j) = 1$  si les sommets  $i$  et  $j$  appartiennent au même chemin (0 sinon) et  $y(i, j) = 1$  si l'arc  $(i, j)$  est traversé par une unité de flot (0 sinon), c'est-à-dire s'ils appartiennent au même chemin et sont immédiatement consécutifs sur ce chemin. La formulation PLNE de notre problème peut donc s'exprimer sous la forme :

$$\min \sum_{(i,j) \in V^2} w_{i,j} x_{i,j} \quad (1)$$

sous les contraintes

$$\sum_{i \in V} y_{s,i} \geq \phi \quad \forall i \in V \quad (2)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} y_{j,i} - \sum_{j|(i,j) \in A} y_{i,j} = 0 \quad \forall i \in V \quad (3)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} y_{j,i} \leq 1 \quad \forall i \in V \quad (4)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} y_{i,j} \leq 1 \quad \forall i \in V \quad (5)$$

$$x_{i,j} \geq y_{i,j} \quad \forall (i, j) \in A \quad (6)$$

$$x_{i,k} + x_{k,j} - x_{i,j} \leq 1 \quad \forall (i, j, k) \in V^3 \text{ with } i < k < j \quad (7)$$

$$x_{i,j} \geq 0 \quad \forall (i, j) \in V^2 \quad (8)$$

$$y_{i,j} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A \quad (9)$$

Les contraintes (2) permettent de fixer les nombres de chemins cherchés. Les contraintes (3), (4) et (5) permettent d'assurer la conservation du flot, alors que les contraintes (7) assurent la fermeture transitive. Les contraintes (8) et (9) indiquent les domaines de définition des variables  $x(i, j)$  et  $y(i, j)$ . Les contraintes (6) font le lien entre les variables  $x(i, j)$  et  $y(i, j)$ .

Nous présenterons lors de la conférence les performances computationnelles obtenues lors de nos évaluations sur des données synthétiques. Nous appliquerons notre formalisme au problème de la ré-identification (re-ID) de personnes transitant dans un réseau de caméras ambiantes et à champs de vue disjoints ; on se focalisera sur les bases publiques d'images RaID [2] et RPI-field [4] pour évaluer nos performances qualitatives de re-ID. Nous montrerons que notre formalisme est aussi adapté à un réseau de caméras à champs joints.

### Références

- [1] A. Chakraborty, A. Das et A. K. Roy-Chowdhury. Network Consistent Data Association. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 38(9) :1859-1871, septembre 2016.
- [2] Abir Das, Anirban Chakraborty et Amit K. Roy-Chowdhury. Consistent Re-identification in a Camera Network. In David Fleet, Tomas Pajdla, Bernt Schiele et Tinne Tuytelaars, éditeurs, *Computer Vision – ECCV 2014*, pages 330-345, Cham. Springer International Publishing, 2014.
- [3] Nargess Memarsadeghi, David M Mount, Nathan S Netanyahu et Jacqueline Le Moigne. A fast implementation of the ISODATA clustering algorithm. *International Journal of Computational Geometry & Applications*, 17(01) :71-103, 2007.
- [4] Meng Zheng, Srikrishna Karanam et Richard J Radke. RPIField : A New Dataset for Temporally Evaluating Person Re-Identification. In *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops*, 2018.