

# Modélisation et optimisation d'un oscillateur optoélectronique couplé pour la synthèse de fréquence micro-onde

Alexis Bougaud

## ► To cite this version:

Alexis Bougaud. Modélisation et optimisation d'un oscillateur optoélectronique couplé pour la synthèse de fréquence micro-onde. Optique / photonique. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2023. Français. NNT : 2023TOU30025 . tel-04071142v2

## HAL Id: tel-04071142 https://laas.hal.science/tel-04071142v2

Submitted on 29 Aug 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





# En vue de l'obtention du DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par l'Université Toulouse 3 - Paul Sabatier

# Présentée et soutenue par Alexis BOUGAUD

Le 25 janvier 2023

Modélisation et optimisation dun oscillateur optoélectronique couplé pour la synthèse de fréquence micro-onde

Ecole doctorale : GEETS - Génie Electrique Electronique, Télécommunications et Santé : du système au nanosystème

Spécialité : Photonique et Systèmes Optoélectroniques

Unité de recherche : LAAS - Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes

> Thèse dirigée par Olivier LLOPIS et Arnaud FERNANDEZ

> > Jury

M. Ammar SHARAIHA, Rapporteur M. Marco ROMANELLI, Rapporteur Mme Oriane LELIèVRE, Examinatrice M. Olivier GAUTHIER-LAFAYE, Examinateur M. Olivier LLOPIS, Directeur de thèse M. Arnaud FERNANDEZ, Co-directeur de thèse

## Remerciements

Je remercie très sincèrement Monsieur Gauthier-Lafaye, Directeur de Recherche au LAAS, qui m'a fait l'honneur de présider le jury de cette thèse. J'exprime également ma sincère gratitude à Monsieur Ammar Sharaiha, Professeur des Universités à l'ENIB de Brest et à Monsieur Marco Romanelli, Maître de conférence à l'Université de Rennes, pour avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse. Je tiens à remercier Madame Oriane Lelièvre, Docteur-Ingénieure à Thalès Paris, et à Monsieur François-Xavier Esnault, Docteur-Ingénieur au CNES à Toulouse, pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Je tiens à sincèrement remercier Arnaud Fernandez et Olivier Llopis pour m'avoir offert l'opportunité de réaliser ma thèse et de me construire scientifiquement à leur côté. Je remercie Arnaud Fernandez pour son soutien inconditionnel, son expertise et pour nos multiples échanges autour de la physique. Je remercie Olivier Llopis pour son ouverture d'esprit, sa curiosité, son expertise et son soutien. Je les remercie enfin de m'avoir ouvert au monde de l'optoélectronique, un monde dans lequel je me suis épanoui scientifiquement.

Je tiens à remercier Gilles Bailly pour son aide, son expertise et sa disponibilité pour la mise en place d'asservissement de laser sur cavité.

Je remercie Bernard Franc pour la qualité de son travail et de notre collaboration.

Je remercie l'ensemble des doctorants, post-doc et stagiaires de l'équipe MOST avec qui j'ai eu le plaisir de partager mon quotidien : Alexandre, Mokhtar, Audrey, Arnaud, Napoléon, Bastien et Ainura. Je remercie les permanents de l'équipe MOST pour leur convivialité et leur bienveillance.

J'adresse mes profonds remerciements à Monsieur Thomas Delaunay pour avoir cru en mes capacités et sans qui cette thèse n'aurait probablement pas pu se réaliser.

Enfin merci à ma famille pour leur soutien inconditionnel, qui a su m'accompagner dans mon quotidien malgré la distance.

# **Table des matières**

Table des matières1								
In	trodu	ction	3					
1	État	État de l'art						
	1.1	Les oscillateurs micro-ondes	5					
	1.2	Les peignes de fréquence optique pour la synthèse de références RF	6					
		1.2.1 Génération de signaux RF à faible bruit de phase par l'optique	6					
		1.2.2 Verrouillage de peignes auto-stabilisés sur cavité ULE	7					
		1.2.3 Génération de peigne optique par effet Kerr	8					
		1.2.4 Synthèse RF par battement heterodyne	9					
	1.3	Génération RF par effet Brillouin	10					
	1.4	Les oscillateurs opto-électroniques	11					
2	Phys	sique des composants	17					
	2.1	L'amplificateur à semi-conducteur	17					
	2.2	Caractérisation expérimentale du SOA	18					
		2.2.1 Durée de vie des porteurs	18					
		2.2.2 Mesure du facteur de Henry $\alpha_h$	20					
	2.3	Simulation du SOA	23					
		2.3.1 Principes de modélisation numérique	23					
		2.3.2 Modélisation du SOA pour la simulation du COEO	35					
	2.4	Les modulateurs électro-optiques	38					
		2.4.1 L'interféromètre MZM	38					
		2.4.2 Le modulateur de phase $(\Phi M)$	41					
	2.5	La propagation fibrée	42					
		2.5.1 Evolution du profil impulsionnel lors de la propagation fibrée	43					
3	Mod	lélisation du comportement déterministe du COEO	55					
	3.1	Modélisation du comportement déterministe du COEO-AM	56					
		3.1.1 Équilibre de l'état stationnaire du MLL dans le plan $\Gamma$	56					
		3.1.2 Dépendance de $\Gamma$ à la dispersion chromatique intra-cavité $\ldots \ldots \ldots \ldots$	61					
		3.1.3 Existence du domaine d'instabilité et asymétrie de $\Gamma$ suivant $\beta_{2,\Sigma}$	65					
	3.2	Principe de modélisation et caractérisation des impulsions	70					
		3.2.1 L'équation maitresse	70					
		3.2.2 Caractérisation des impulsions par la méthode des moments	72					
		3.2.3 Impact de la polarisation du MZM sur le comportement du COEO	74					
		3.2.4 Évolution du profil impulsionnel d'un COEO-AM-SOA au cours du régime tran-						
		sitoire	75					
		3.2.5 Impact du temps de recouvrement $\tau_c$ sur le profil impulsionnel	82					
	3.3	Les régimes de synchronisation	84					

		3.3.1 Conditions de verrouillage du COEO	. 84
		3.3.2 Diagramme de bifurcations des oscillateurs couplés et conditions de stabilité du	
			. 93
	2.4	3.3.3 Les regimes de synchronisation du COEO	. 102
	3.4	Le COEO a modulaleur de phase $\dots$	. 110
		5.4.1 Etude du regime transitoire du MLL- $\Psi M$ dans le plan 1	. 110
		5.4.2 Elude en stabilité du MLL- $\phi M$	. 112
		3.4.5 Simulation du COEO- $\phi_{1M}$ avec SOA	. 114
			. 110
4	Mod	délisation du bruit de phase	125
	4.1	Bruit de phase RF sous hypothèse gaussienne	. 128
	4.2	Simulation du bruit de phase du COEO-AM	. 129
		4.2.1 Impact des facteurs de qualité sur la courbe de bruit de phase du COEO	. 129
		4.2.2 Dépendance des coefficients de diffusion $D_{\xi\xi}$ et $D_{\Omega\Omega}$ aux paramètres des im-	
		pulsions	. 133
		4.2.3 Impact du choix des longueurs de bobines $L_2$ et $L_1$ sur le bruit de phase du COI	EO134
	4.3	Dépendance du bruit de phase à $\Delta f_{RF}$ et $\beta_{2,\Sigma}$	. 135
	4.4	Effet de la bobine à compensation de dispersion sur le bruit de phase	. 138
	4.5	Mesure du bruit de phase et du facteur de qualité	. 141
		4.5.1 Mesure expérimentale du facteur de qualité	. 141
		4.5.2 Bruit de phase RF expérimental	. 143
	4.6	Bruit de phase COEO- $\phi M$	. 145
5	Réal	lisation expérimentale	149
	5.1	Mesures du bruit de phase RF	. 149
	5.2	СОЕО-АМ	. 151
		5.2.1 Dimensionnement de la bobine extra-cavité	. 152
		5.2.2 Dépendance au désaccord de fréquence (detuning)	. 155
	5.3	Dépendance à la polarisation	. 157
		5.3.1 Modélisation de la PMD	. 157
		5.3.2 COEO avec SMF et contrôleur de polarisation	. 159
	5.4	Dépendance à la dispersion chromatique intra-cavité	. 163
		5.4.1 Approche Stepped-Heterodyne	. 164
		5.4.2 Le mutihétérodynage	. 165
		5.4.3 Reconstitution du spectre optique du COEO par Stepped-Heterodyne	. 166
		5.4.4 Mesure des paramètres impulsionnels suivant la dispersion intra-cavité	. 170
		5.4.5 Comportement du COEO autour du zéro de dispersion	. 173
	5.5	COEO à étalon intra-cavité	. 175
		5.5.1 Réalisation expérimentale	. 176
	5.6	$COEO-\phi M \dots $	. 178
	5.7	$COEO-AM-\phi M$	. 179
Co	nclus	sion	189
Та	ble d	es figures	189

# Introduction

La fréquence est aujourd'hui l'une des grandeurs déterminées avec le plus haut degré de précision. Elle permet de décrire et caractériser les signaux issus de multiples processus physiques, qu'ils soient mécaniques, thermiques ou électromagnétiques et constitue l'une des grandeurs fondamentales de la physique moderne. La définition de la seconde présente alors un intérêt tout particulier pour des secteurs applicatifs tels que les télécommunications, les radars ou l'astrophysique. Les oscillateurs sont utilisés comme référence puisqu'ils permettent de générer un signal périodique à partir duquel une fréquence peut être déterminée. La qualité de cet oscillateur ainsi que la précision sur la mesure de sa fréquence dépend de sa stabilité à court et long terme. Les oscillateurs de stabilité court terme sont privilégiés pour des applications telles que la détection radar, du fait de leur intégrabilité dans ses systèmes embarqués. Un environnement contrôlé permet d'assurer la stabilité long terme d'un oscillateur qui peut alors être utilisé comme horloge. Les atomes se distinguent notamment par la reproductibilité de leurs niveaux d'énergie, permise par la présence d'importantes forces internes leur assurant une parfaite isolation face aux perturbations extérieures. Les transitions électroniques entre deux niveaux d'énergie permettent alors l'émission d'un rayonnement électromagnétique à une fréquence déterminée, dont la stabilité est assurée par celle de ces niveaux d'énergie. Un atome placé dans un environnement contrôlé se présente alors comme une référence de fréquence idéale. La seconde a donc été définie en 1967 à partir de l'oscillation entre deux états hyperfins de l'atome de Césium d'une fréquence de  $f_{cs} = 9.192 \ GHz^{1}$ . Ce rayonnement issu de l'atome de Césium est utilisé comme une référence permettant de déterminer avec précision la fréquence d'oscillation d'une onde électromagnétique ainsi que sa stabilité. Les systèmes électroniques ne pouvant fonctionner au-delà de la gamme micro-onde, les fréquences mesurées ne peuvent dépasser la centaine de GHz. Les fréquences optiques ainsi que la stabilité des oscillateurs dont elles sont issues ne peuvent donc être mesurées électroniquement qu'au moyen d'une chaine de fréquence harmonique complexe, difficilement réalisable<sup>2</sup>. L'avènement des lasers à verrouillage de modes dans les années 80 a permis de générer des peignes de fréquences optiques ayant un taux de répétition adaptable électroniquement et exploitable par les systèmes électroniques après photodétection. À partir des années 2000, ces peignes sont utilisés afin de relier le domaine optique à celui des micro-ondes, permettant la mesure d'une large gamme de fréquences optiques délimitée par la largeur spectrale de ces peignes. Ceci a alors mené au développement d'horloges atomiques de longueurs d'ondes optiques à partir d'ions ou d'atomes neutres  $(Sr, Yb, Hg, Yb^+, Al^+, S_r^+)$  et de réduire de deux ordres de grandeurs l'incertitude sur la mesure de la seconde permise par l'horloge atomique au Césium<sup>3</sup>.

En parallèle à cette évolution des peignes de fréquence optique pour la métrologie, les oscillateurs micro-ondes ont eux aussi bénéficié de l'optique grâce à des dispositifs permettant de transposer dans le domaine micro-onde les forts facteurs de qualités obtenus au moyen de résonateur optique ou de ligne à retard fibré. C'est en 1991 que le tout premier oscillateur opto-électronique (OEO) a été proposé<sup>4</sup>

<sup>1.</sup> J.GUÉNA, M.ABGRALL, D.ROVERA et al., "Progress in atomic fountains at LNE-SYRTE," *IEEE transactions on ultrasonics ferroelectrics and frequency control*, mars 2012.

<sup>2.</sup> H.SCHNATZ, B.LIPPHARDT, J.HELMCKE et al., "First Phase-Coherent Frequency Measurement of Visible Radiation," *Physical Review Letters*, jan. 1996.

<sup>3.</sup> R. LE TARGAT, P.-E. POTTIE et Y. LE COQ, "Optical frequency combs for atomic clocks and continental frequency dissemination," *Photoniques, EDP Sciences*, mai 2022.

<sup>4.</sup> R. T.LOGAN, L. MALEKI et M. SHADARAM, "Stabilization of Oscillator Phase Using a Fiber-Optic Delay-line," *Proceedings of he 45th Annual Symposium on Frequency Control*, mai 1991.

réalisé à partir d'un VCO et d'un discriminateur de fréquence à fibre optique. En 1994, Yao et Maleki ont proposé l'oscillateur opto-électronique à ligne à retard optique <sup>56</sup>, une configuration présentant des performances en bruit de phase toujours compétitive de nos jours. Puis est venue l'idée de coupler un laser à verrouillage de modes actif avec l'OEO en vue de faire bénéficier du facteur d'amélioration apporté par la cavité optique active du MLL (Mode Locked Laser), ce qui a mené Yao et Maleki à proposer le concept d'oscillateur opto-électronique couplé (COEO) en 1997. Le COEO se présente alors comme une configuration compacte permettant à la fois de générer un train d'impulsions optiques ainsi qu'un signal RF d'oscillation.

Les travaux de thèse présentés dans ce manuscrit portent sur le développement d'un oscillateur optoélectronique couplé fibré et son optimisation en bruit de phase. La diversité des configurations envisageables de par le choix des composants, leurs agencements et leurs intéractions offrent de nombreuses possibilités en vue d'une optimisation du bruit de phase RF, de sa compacité et sa stabilité. Une compréhension accrue des mécanismes sous-jacents devient dès lors nécessaire afin de discerner les avantages de chacune d'entre elles. Dans cet objectif, un état de l'art sur la génération de peigne de fréquences pour la synthèse hyperfréquence sera tout d'abord présenté dans le premier chapitre, permettant d'introduire les spécificités propres au COEO.

Le chapitre 2 présentera ensuite les résultats de modélisation de l'amplificateur optique du COEO basée sur une structure à multi-puits quantiques InP-InGaAsP en vue de déterminer la dispersion de son gain de l'amplificateur, sa puissance de saturation, son facteur de Henry ainsi que le temps de recouvrement et leur évolution suivant le courant d'injection. Ces résultats numériques seront ensuite comparés à la mesure de ces différents paramètres en vue d'une caractérisation complète de l'amplificateur. Le principe d'un interféromètre de Mach-Zehnder, utilisé dans dans le COEO comme modulateur d'amplitude, sera ensuite présenté et ses caractéristiques comparées à celles du modulateur de phase. Enfin, nous nous intéresserons à la modélisation de la propagation d'une impulsion dans une ligne à retard optique afin de caractériser l'évolution des paramètres impulsionnels à la traversée des lignes à retard optique du COEO.

Les différents concepts introduits seront mis à profit dans le chapitre 3 portant sur l'étude numérique du système. Une étude paramétrique des propriétés impulsionnelles suivant la dispersion chromatique intra-cavité sera alors présentée en considérant un COEO à modulateur d'amplitude (COEO-AM). Les différents régimes de synchronisation du COEO-AM et la dynamique associée seront ensuite abordés. Le comportement du COEO-AM sera par la suite comparé à celui d'un COEO à modulateur de phase (COEO- $\phi M$ ), afin de distinguer leurs spécificités. Enfin une étude en bruit de phase du COEO sera présentée, visant à relier facteur de qualité et performances en bruit de phase aux paramètres impulsionnels de la cavité. Cette étude complétera alors celle portant sur l'étude paramétrique du système en vue de déterminer l'impact des paramètres expérimentaux de la cavité sur le bruit de phase du COEO.

Enfin, le chapitre 4 portera dans un premier temps sur la réalisation expérimentale de l'étude paramétrique présentée précédemment. Cette étude sera par la suite prolongée par la réalisation d'un COEO-AM avec mini-résonateur optique, dans l'idée de pouvoir monter en fréquence d'oscillation tout en conservant un facteur de qualité élevé. Les effets de la nature de modulation sur le comportement du COEO seront ensuite étudiés par la réalisation d'un COEO- $\phi M$  et d'un COEO-AM- $\phi M$  et comparés au COEO-AM, de sorte à déterminer les bénéfices et les contraintes apportés par chacune de ces configurations.

En conclusion nous ferons une synthèse des travaux réalisés avant de terminer sur les perspectives d'amélioration du dispositif.

<sup>5.</sup> X.S.YAO et L.MALEKI, "High frequency optical subcarrier generator," *Electronic Letters*, juill. 1994.

<sup>6.</sup> X. YAO, L. MALEKI et D. ELIYAHU, "Progress in the opto-electronic oscillator - a ten year anniversary review," *International Microwave Symposium Digest*, juin 2004.

# Chapitre 1

# État de l'art

### **1.1** Les oscillateurs micro-ondes

Les oscillateurs micro-ondes sont utilisés comme référence de fréquence dans le domaine des télécommunications, des radars ou de la métrologie. La qualité de l'oscillateur est quantifiée par la précision sur l'amplitude et la phase du signal généré, ces quantités étant altérées par des sources de bruit internes à l'oscillateur. Sa capacité à minimiser la contribution de ces sources de bruit se mesure par son facteur de qualité, dépendant principalement du résonateur utilisé pour sa conception. Pour des fréquences d'oscillation de l'ordre de 10 MHz, on trouve notamment des résonateurs thermostatés tels que les OCXO (Oven Controlled Crystal Oscillators) qui se distinguent par leur excellente stabilité long terme, à laquelle s'ajoute un fort facteur de qualité (de l'ordre de  $10^6$  à 10 MHz). Ces oscillateurs sont basés sur des résonateurs à quartz exploitant les ondes de volume (BAW<sup>1</sup>). Leur produit Q.f (facteur de qualité multiplié par la fréquence de résonance) est quasiment constant. La montée en débit et en fréquence des cannaux de transmission entraine la conception d'oscillateurs présentant une fréquence d'oscillateurs (Fig.1.1). Une multiplication de fréquence peut alors être utilisée de sorte à retranscrire le signal de réfé-



FIGURE 1.1 – Évolution des facteurs de qualité des résonateurs RF et de leur technologie suivant la fréquence de résonance.

rence  $(f \sim 10 MHz)$  dans le canal d'émission recherché  $(f \ge 100 MHz)$ . Cette approche entraine par la même occasion une élévation du plancher de bruit (de l'ordre de  $20 \log(N)$  en dB, avec N le facteur

<sup>1.</sup> Bulk Acoustic Waves

de multiplication) suffisamment importante pour devenir rédhibitoire pour de nombreuses applications à des fréquences de l'ordre du GHz. Les fréquences d'oscillation les plus élevées en technologie quartz BAW sont de l'ordre de 100 MHz, permettant par une simple multiplication par 10 d'atteindre des fréquences de l'ordre du GHz. Une alternative consiste à exploiter les ondes de surface du quartz (SAW : Surface Accoustic Waves), permettant d'élever la fréquence d'oscillation jusqu'au GHz sans avoir recours à une multiplication de fréquence. Ces résonateurs une fois thermostatés se présentent comme un bon compromis entre stabilité long terme (> 1 s) et court terme (< 1 s). Au-délà de quelques GHz, les oscillateurs à résonateur diélectrique (DRO : Dielectric Resonator Oscillator) sont le plus souvent utilisés. Ces résonateurs se distinguent par leur forte permittivité relative (de l'ordre de 30) et des facteurs de qualité de quelques milliers pour une fréquence d'oscillation de 10 GHz. Les DRO à résonateurs céramiques présentent notamment plusieurs avantages puisqu'ils sont compacts à hautes fréquences (du fait de leur forte permittivité) et offrent la possibilité de compenser leur dérive en température de sorte à annuler celle de la fréquence de résonance et donc d'améliorer la stabilité moyen terme de l'oscillateur. Ceci les distingue des résonateurs saphir à modes de galerie, une catégorie de résonateur diélectrique conçue à partir d'un matériau monocristallin et présentant un très fort facteur de qualité mais également une faible stabilité en température (70 ppm/K à 300 K). Les matériaux diélectriques utilisés pour la conception de ces résonateurs restent cependant sujets à une accentuation des pertes avec la montée en fréquence de résonance, entrainant de ce fait une réduction du facteur de qualité de l'oscillateur associé et limitant la fréquence d'oscillation permise par ce type de technologie.

### 1.2 Les peignes de fréquence optique pour la synthèse de références RF

### 1.2.1 Génération de signaux RF à faible bruit de phase par l'optique

La dégradation du facteur de qualité des résonateurs RF avec la montée en fréquence de résonnance constitue la principale limite de cette technologie. La génération de peignes de fréquences optiques permet de contourner cette difficulté en faisant bénéficier des forts facteurs de qualité optique à une oscillation RF. Ces peignes peuvent être formés à l'aide de laser à verrouillage de modes (qu'ils soient actifs ou passifs) ou par un effet laser obtenu par non-linéarité (effet Kerr, Brillouin, Raman), que l'on caractérise par un taux de répétition  $f_r$  et par un décalage de fréquence  $f_{ceo}$  issu de la différence entre la vitesse de groupe de l'enveloppe du train d'impulsion et la porteuse optique [1]. Sous ces conditions, les performances en bruit de phase du signal RF récupéré par photodétection, sont principalement issues du bruit de timing du train d'impulsion que l'on peut rapporter à un bruit relatif au taux de répétition  $(f_r)$ . Celà se traduit spectralement par la présence d'une largeur de raie entourant chaucune des féquences composants le peigne de fréquence, entrainant une variation du taux de répétition ( $\Delta f_r$ ) du train d'impulsion. Cette largeur de raie est déterminée par le facteur de qualité actif de l'oscillateur, qui peut être approximé par le rapport entre la fréquence optique considérée et sa largeur de raie :  $Q_{opt} = (f_{ceo} + N f_r) / \Delta f_r$  (avec N l'indice du mode du peigne considéré, telle que la fréquence optique  $f_{opt}$  est donnée par :  $f_{opt} = f_{ceo} + N f_r$ ). Les variations de timing optique, conservées après photodétection, permettent de retranscrire la largeur de raie optique dans le domaine RF tel que  $\Delta f_{RF} = \Delta f_r$ . On obtient alors le facteur de qualité RF  $Q_{RF} = f_{RF}/\Delta f_r$ , relié au facteur de qualité optique par la relation  $Q_{RF}/Q_{opt} = f_{RF}/f_{opt}$ . À variation de timing équivalent (autrement dit, à largeur de raie optique équivalente), le facteur de qualité RF augmente avec la fréquence d'oscillation  $f_{RF}$ . Le facteur de qualité RF obtenu optiquement suit donc l'évolution inverse du facteur de qualité des résonateurs RF suivant  $f_{RF}$ , permettant de délimiter un domaine d'application pour chacune de ces technologies (les oscillateurs RF étant plus intéressant à basses fréquences et la génération RF par peignes de fréquences plus intéressant à hautes fréquences).

La conservation du bruit de timing du domaine optique au domaine RF mène à une contribution du bruit optique au bruit RF du signal photogénéré  $S_{\phi_{RF}} = \omega_{RF}^2 S_{\xi}$  (avec  $S_{\xi}$  la densité spectrale du bruit de timing,  $\omega_{RF}$  la fréquence d'oscillation RF et  $S_{\phi_{RF}}$  la densité spectrale de bruit de phase). Le peigne de fréquence RF obtenu après photodétection (d'une largeur limitée par la bande passante de la photodiode), voit donc sont bruit de phase s'accentuer à mesure que l'ordre de l'harmonique RF sélectionnée augmente, à la différence du bruit de fréquence fractionnaire, conservé lors du passage du domaine optique au domaine RF [2]. En effet, le bruit de fréquence fractionnaire étant donné par :

$$y(t) = \Delta\omega(t)/\omega_{RF} \tag{1.1}$$

et puisque la fréquence se définit comme la dérivée de la phase, la densité spectrale du bruit de fréquence  $S_y$  est donnée par [3] :

$$\begin{cases} S_{\phi}(\omega) = \omega_{RF}^2 S_{\xi} \\ S_{y}(\omega) = \frac{\omega^2}{\omega_{RF}^2} S_{\phi}(f)^{=} \omega^2 S_{\xi} \end{cases}$$
(1.2)

Cette quantité est donc déterminée par le bruit de timing indépendamment de la fréquence d'oscillation, elle sera conservée lors du passage du domaine optique au domaine RF. Au final la performance en bruit de phase RF à hautes fréquences générées par battement d'un peigne de fréquence nécessite de minimiser le bruit de timing du train d'impulsion. Par ailleurs, le niveau de puissance RF diminue avec l'ordre de l'harmonique RF sélectionnée, entrainant une dégradation du rapport signal à bruit. Un peigne de fréquence présentant un taux de répétition bien inférieur à la fréquence RF sélectionnée après photodétection, mènera donc à une augmentation du plancher de bruit de phase. Il est alors possible d'augmenter le taux de répétition du train d'impulsion en utilisant une cascade d'interféromètres de Mach-Zehnder [4], [5], dont la complexité limite cependant le facteur de multiplication du taux de répétition. Par conséquent la génération d'un peigne pour lequel la fréquence RF sélectionnée est équivalente à sa fréquence fondamentale est préférable en vue de maximiser le rapport signal à bruit.

#### 1.2.2 Verrouillage de peignes auto-stabilisés sur cavité ULE

L'approche la plus performante à ce jour en terme de stabilité, consiste à verrouiller un laser à verrouillage de mode auto-stabilisé avec une référence de fréquence optique ultra stable (laser à cavité  $ULE^2$ ). Les peignes de fréquences utilisés sont généralement obtenus au moyen de laser femto-seconde à verrouillage de modes, dont la largeur couvre une octave complète (avec comme possibilité d'étendre le peigne par génération de seconde harmonique à partir d'une fibre à forte non-linéarité dans le cas où le peigne ne couvre pas l'intégralité d'une octave). La stabilisation du peigne sur une référence ULE, consiste alors à transférer la stabilité du laser CW (Continuous Wavelength) vers celle du taux de répétition du peigne de fréquence optique, tout en contrôlant le décalage de fréquence  $f_{ceo}$  du peigne par auto-référencement. La génération de continuum large bande des lasers femto-seconde utilisés [6] per-



FIGURE 1.2 – Peigne de fréquence stabilisé sur un laser de référence de fréquence  $\nu_{opt,1}$  et dont la stabilité est mesurée à partir de son battement avec un laser de fréquence  $\nu_{opt,2}$ . L'offset de fréquence  $f_0$  du peigne est au préalable stabilité par auto-référencement [2].

<sup>2.</sup> Ultra-Low Expansion

met un auto-référencement de type f-2f [7] (ou 2f-3f suivant les cas [8]). En effet lorsque le peigne de fréquence présente une largeur supérieure à une octave [9], le battement de la partie basse fréquence du spectre (d'une fréquence  $f_1 = n_1 f_r + f_{ceo}$ ) doublée en fréquence par génération de seconde harmonique, avec la partie haute fréquence du spectre ( $f_2 = n_2 f_r + f_{ceo}$  avec  $n_2$  tel que  $n_2 = 2n_1$ ), permet alors la mesure de l'offset  $f_{ceo}$ . La fréquence enveloppe-porteuse (CEO : Carrier Envelope Offset) est ensuite verrouillée sur une référence RF en utilisant par exemple le courant de pompe du laser femto-seconde comme actionneur permettant de corriger  $f_{ceo}$ . Une seconde possibilité consiste à annuler  $f_{ceo}$  plutôt que la verrouiller sur une source externe. La position du peigne de fréquence étant désormais contrôlée, le battement de fréquence  $f_{b,i}$  entre un des modes du peigne (de fréquence  $f_{n_i} = n_i f_r + f_0$ ) et le laser CW localisé à la même longueur d'onde, est utilisé comme signal d'erreur dans une boucle d'asservissement permettant d'ajuster la longueur de cavité du laser femto-seconde à l'aide d'un miroir piézoélectrique (Fig.1.2). La position du peigne étant maintenue constante, on obtient une fréquence  $f_r = (f_{n,i} - f_0)/n_i$ stabilisée sur le laser CW. La photodétection du train d'impulsion permet ensuite de réaliser la division de fréquence du domaine optique vers le domaine RF, soit un facteur de division de  $n_i$  de l'ordre de  $\sim 5.10^4 = 500 THz/10 GHz$  [2]. Cela permet par la même occasion de réduire le bruit de phase de ce même facteur. On obtient alors un signal RF d'une excellente stabilité présentant un bruit de phase proche porteuse (f = 10 Hz) de l'ordre de -125 dBc/Hz à 12 GHz [5] une performance encore inégalée. Les oscillateurs opto-électroniques à ligne à retard (OEO, COEO) restent cependant plus compétitifs sur le bruit de phase à plus hautes fréquences (f > 1 kHz), suivant les longueurs de bobines utilisées. Ces systèmes de génération de références RF par division de fréquence sont par ailleurs très volumineux et restent opérationnels à ce jour uniquement dans des laboratoires de métrologie.

#### 1.2.3 Génération de peigne optique par effet Kerr

La génération de peigne optique peut aussi être obtenue au moyen de résonateurs optiques fibrés (mini-résonateur fibré à miroirs de Bragg) ou à partir de résonateurs à modes de galerie, dont les facteurs de qualité élevé ( $Q \sim 10^9$ ) et les forts coefficients de non-linéarité permettent de générer des peignes de fréquence par effet non-linéaire (effet Kerr). La génération de peigne Kerr, consiste à charger un résonateur à fort facteur de qualité à l'aide d'un laser CW [10]-[13] ou un train d'impulsion [14]. Des résonateurs à modes de galerie (WGM<sup>3</sup>, [15]) ou des mini-résonateurs Fabry-Pérot fibré [14] sont le plus souvent utilisés, permettant d'atteindre les forts facteurs de qualité nécessaire pour la génération des peignes Kerr. Le laser signal injecté dans la cavité sert de pompe permettant la formation d'une succession d'oscillation hyper-paramétriques, menant à la formation d'un peigne de fréquence verrouillé en phase [15] et permettant la génération d'un signal RF à haute pureté spectrale après démodulation par une photodiode rapide. La formation de ces peignes est permise par l'utilisation de résonateur à fort facteur de qualité, permettant de réduire la puissance optique du laser pompe nécessaire. De cette manière, un bruit de phase à 10 GHz de -60 dBc/Hz à 10 Hz, -90 dBc/Hz à 100 Hz et -170 dBc/Hz10 MHz a pu être obtenu à partir d'un résonateur sphérique en  $M_aF_2$  à mode de galerie ([15]). La formation de peigne Kerr par pompage impulsionnel d'un mini-résonateur fibré a aussi été réalisé [14]. Cette configuration permet tout d'abord de s'affranchir de la problématique du couplage par prisme des résonateurs à modes de galerie (qu'ils soient sphériques [15] ou sous forme de disque [16]) tout en réduisant la puissance moyenne du laser pompe nécessaire à la formation de peigne Kerr par l'utilisation d'un régime impulsionnel. Par ailleurs, la taux de répétition du peigne Kerr généré est déterminé par celui du train d'impulsion pompe sous condition de verrouillage de phase entre ces deux derniers, permettant de s'affranchir de l'asservissement de la longueur du mini-résonateur dans le cas d'un laser pompe CW [14]. La génération de peigne Kerr par train d'impulsion présente donc l'avantage de faciliter la réalisation expérimentale de ces peignes.

Tout comme les peignes de fréquence issus des lasers à verrouillage de modes, les peignes Kerr

<sup>3.</sup> Whispering Gallery Mode



FIGURE 1.3 – a) Principe de la génération d'un peigne Kerr par laser de pompe CW et pulsé. b) Dispositif expérimental présentant la génération d'impulsion picoseconde ( $\sim 3ps$ ) à partir d'un laser CW chirpé par modulation de phase et sélection de l'un des deux chirps par modulation d'amplitude. Le laser chirpé est ensuite recompressé par miroir de Bragg chirpé (CFBG), permettant la formation d'impulsions picoseconde. Le train d'impulsion ainsi généré sert alors de pompe pour la génération d'un peigne Kerr dans un mini-résonateur fibré [14].

peuvent être verrouillés sur un laser ULE en vue de réaliser une division de fréquence. Un peigne Kerr généré par pompage CW d'un résonateur à mode de galerie à pu être ainsi réalisé [10]. L'offset de fréquence  $f_{ceo}$  est alors déterminée par battement avec un peigne auxiliaire auto-référencé, tandis que le taux de répétition est stabilité par asservissement PDH<sup>4</sup>. De cette manière un bruit de phase RF de  $-85 \ dBc/Hz$  à 10 Hz,  $-112 \ dBc/Hz$  à 100 Hz et  $-150 \ dBc/Hz$  à 1 MHz de la porteuse à une fréquence de 14.09 GHz a pu être réalisé [10].

Les peignes Kerr ainsi générés peuvent s'étaler sur plus d'une octave à partir de système compact. L'importance des sources de bruit de ce type de peignes provient du faible volume des résonateurs et de la multiplicité des processus intervenants (effets thermo-réfractif et thermo-élastique) [17]. Dans le cas d'un pompage par laser CW, la stabilisation en phase du train d'impulsion devrait être possible en contrôlant la position du peigne  $f_{ceo}$  en variant la fréquence du laser pompe par rapport à la résonance stimulée, tandis que le taux de répétition  $f_r$  est ajustable en adaptant le niveau de puissance intra-cavité. La génération de peigne Kerr par un laser pompe impulsionnel est une voie prometteuse en vue d'une simplification du dispositif expérimental nécessaire à la formation de ce type de peigne.

#### 1.2.4 Synthèse RF par battement heterodyne

L'accordabilité des sources opto-hyper reste contrainte par le taux de répétition du train d'impulsion généré. La synthèse hyperfréquence par battement hétérodyne se présente comme une alternative permettant de répondre à ce besoin. Elle consiste à utiliser deux lasers accordables dont les longueurs d'onde sont modifiées de sorte à ce que leur battement génère la fréquence RF souhaitée (Fig.1.4). Afin

<sup>4.</sup> Pound Drever Hall

d'améliorer le bruit de phase des lasers et donc celui de leur battement, ces derniers sont verrouillés par auto-injection sur des résonateurs à modes de galerie à fort facteur de qualité ( $Q \sim 10^9$ ). Une partie de la puissance injectée par les lasers sera réfléchie par rétro-diffusion Rayleigh vers le laser accordable qui pourra alors se verrouiller par injection du signal en question. Le bruit de phase individuel des lasers se voit alors grandement amélioré permettant la génération d'un signal RF dont le bruit de phase résulte de la superposition des contributions individuelles de chacun des lasers [18]. L'accordabilité de la fréquence de battement est ensuite réalisée en variant la longueur d'onde d'un des lasers en ajustant sa température. La fréquence de résonance doit donc suivre celle du laser accordable de sorte à permettre l'auto-injection, ce qui est réalisé en contrôlant la température du résonateur ainsi que la contrainte mécanique appliquée par un transducteur piezo-électrique. L'ensemble est monitoré numériquement à partir du niveau de puissance optique photodétectée en transmission du résonateur. Les performances en bruit de phase de ce type de dispositif avoisine les  $-60 \ dBc/Hz$  à 1 kHz de la porteuse pour une fréquence dual, pour lequel deux oscillations opèrent de manière simultanée suivant deux polarisations orthogonales [18].



FIGURE 1.4 – a-b) Principe de la génération hyper-fréquence par battement hétérodyne. Deux lasers DFB de longueur d'onde séparée par la fréquence RF synthétisée sont mélangées par l'intermédiaire d'un coupleur avant photo-détection. c-b) Représentation en trois dimensions et schéma du montage expérimental de génération RF par hétérodyne. Les lasers DFB sont vérrouillés par auto-injection sur leur résonateur à modes de galerie (WGMR) respectifs. L'accord en fréquence de résonance des WGM se fait en appliquant une contrainte par un transducteur piezoelectrique et en ajustant la température du résonateur. Les longueurs d'onde des lasers sont elles asjutées par température [19].

### 1.3 Génération RF par effet Brillouin

Une configuration alternative de la génération par hétérodyne, consiste à utiliser deux lasers pompe afin de stimuler la génération de fréquences Stokes par diffusion Brillouin. Cet effet peut tout d'abord être exploité comme une amplification sélective d'un mode constituant un peigne de fréquence. La figure 1.5a présente un peigne généré par modulation d'amplitude en exploitant les non-linéarités du modulateur. Ce peigne est injecté dans une fibre SMF en contra-propagation avec deux lasers pompes dont les fréquences sont déterminées de sorte à ce que le maximum de gain offert par l'amplification Brillouin sélectionne l'un des modes du peigne. Le signal Brillouin retro-réfléchi est ensuite photodétecté afin de générer le signal RF d'intérêt. L'ajustement en longueur d'onde des lasers l'un par rapport à l'autre permet alors de varier la fréquence de battement à la résolution de l'intervalle spectral libre du peigne de fréquence, permettant de conserver les avantages en accordabilité de la génération RF par détection hétérodyne. Un bruit de phase de  $-40 \ dBc/Hz$  à  $10 \ Hz$ ,  $-117 \ dBc/Hz$  à  $10 \ kHz$  et  $-145 \ dBc/Hz$ à  $1 \ MHz$  pour une fréquence de  $10 \ GHz$ . Une seconde possibilité consiste à utiliser une cavité fibrée en anneau (FRR : Fiber Ring Resonator) (Fig.1.5b). Les longueurs d'onde des deux lasers pompes sont alors fixées sur une résonance du FRR qui leur est propre et dont la différence de fréquence détermine la fréquence RF que l'on cherche à synthétiser. L'effet Brillouin permet alors de générer des fréquences contra-propagatives qui percevront par la suite un gain par effet Brillouin Stimulé. En supposant que le FRR ait été dimensionné de sorte à ce que son ISL corresponde à un sous multiple de la fréquence Brillouin, la fréquence contra-propagative générée est alors entretenue par une résonance du FRR. Les effets d'amplification du signal Brillouin (ie la fréquence de Stokes) vont donc pouvoir s'accumuler tour à tour, jusqu'à saturation du gain par déplétion de la pompe. Le procédé de saturation se termine lorsque le gain se rapproche des pertes intra-cavités. On obtient alors un effet Laser dont le gain est fourni par effet Brillouin (Laser Brillouin). Les deux pompes indépendantes permettent ainsi la formation d'un laser Brillouin dual, dont le battement des fréquences permet de générer le signal RF recherché. La fréquence RF est variable en ajustant la différence en longueur d'onde des deux lasers pompe à la résolution de l'ISL du FRR. La synthèse RF peut aussi être réalisée par battement des composantes Stokes générées par effet Brillouin dans un résonateur [20]. Un bruit de phase d'un signal RF à 21.7 GHz a notamment été obtenu par battement de la première et troisième fréquence générée par effet Brillouin (chacune de ces composantes étant espacées de 10.8 GHz), menant à un bruit de phase de 2 dBc/Hz à 10 Hz,  $-90 \ dBc/Hz$  à  $10 \ kHz$  et  $-125 \ dBc/Hz$  à  $1 \ MHz$  après asservissement du laser pompe sur la résonance de la cavité [20].



FIGURE 1.5 - a) Principe de l'amplification sélective par émission Brillouin stimulée pour la génération hyperfréquence [21]. b) Principe du laser Brillouin pour la génération hyperfréquence. Les deux lasers pompes sont asservis indépendament de sorte à maintenir leur verrouillage respectif sur le FRR [22].



FIGURE 1.6 - a) OEO avec résonateur fibré en anneau [23]. b) OEO à ligne à retard à boucle dédoublée permettant de minimiser l'amplitude des pics de corrélation de bruit de phase [24].

### **1.4** Les oscillateurs opto-électroniques

Dans ce contexte, les oscillateurs opto-électroniques (OEO) se présentent comme une alternative consistant à faire bénéficier des faibles pertes de propagation obtenues dans le domaine optique à un oscillateur hyperfréquence. Le principe de l'OEO est fondé sur la modulation d'une porteuse optique

issue d'un laser continu par le signal RF d'oscillation. Le signal optique est stocké dans une ligne à retard (ie une bobine de fibre optique d'une longueur de l'ordre du km), dont le délai détermine le facteur de qualité de l'oscillateur avant d'être démodulé par photo-détection, filtré au moyen d'un résonateur diélectrique, amplifié et réinjecté sur porteuse optique. On obtient de cette manière les conditions d'oscillation d'une onde RF portée optiquement [25]. Les faibles pertes propagatives offertes par les lignes à retard optique permettent des facteurs de qualité de l'ordre de  $Q_{oeo} = 5.4 \ 10^5$  à 10 GHz pour une bobine de fibre de  $3.5 \ km$ . L'intervalle spectral libre (ISL) de l'OEO sera alors d'autant plus faible que la longueur de fibre sera élevée et donc que le facteur de qualité augmente. On observe alors des pics de corrélation de bruit espacés de l'ISL de l'OEO, que l'on cherche le plus souvent à minimiser. Afin d'éviter ces effets de corrélation proche porteuse, le signal optique peut être séparé en plusieurs parties, chacune d'entre elles percevant un retard optique différent [24], [26]. Dans le cas où les chemins optiques empruntés par chacun des signaux entretiennent un rapport irrationnel ( $L_1/L_2 \in \mathbb{Q}'$ ), l'amplitude maximale des pics de corrélations se verra minimisée et sera localisée à une fréquence d'autant plus élevée que la différence de retard engendrée est grande (ie  $L_1 \gg L_2$ ). La réalisation d'un fort facteur de



FIGURE 1.7 - a) COEO à modulateur d'amplitude. b) COEO-CPM hybride avec un laser à verrouillage de modes par collision d'impulsion intégré [26].

qualité par une ligne à retard optique engendre cependant une dégradation de la compacité du système au vu des longueurs de fibres nécessaires. Le laser CW peut alors être asservi sur une résonance d'un résonateur (Fig.1.6a) afin d'assurer un facteur de qualité élevé tout en réduisant l'encombrement, mais nécessite toutefois la mise en place d'une boucle Pound Drever Hall (PDH), complexifiant le système.

La compacité du système est grandement améliorée lorsque l'OEO est couplé avec un laser à verrouillage de modes actifs (MLL : Mode-Locked Laser), formant ainsi un oscillateur opto-électronique couplé (COEO [26]-[28]). Le peigne de fréquence généré par le MLL confère un facteur d'amélioration du facteur de qualité passif de la bobine de fibre utilisée dans la cavité optique [29]. Le facteur de qualité du MLL est ensuite mis à profit en vue d'améliorer celui de l'OEO par effet de couplage. De cette manière, on peut réduire d'un facteur 10 les longueurs de fibre utilisées pour un facteur de qualité équivalent : 400 m de fibre pour un facteur de qualité  $Q_{coeo} \simeq 5 \, 10^5$  (voir chapitre 4). Un COEO à 10 GHz présentant un bruit de phase de -119 dBc/Hz à l kHz a ainsi pu être réalisé [30] à partir d'une configuration similaire à celle présentée Fig.1.7a, présentant une ligne à retard optique intra-cavité de 550 m. Le battement du peigne de fréquences optiques obtenu par photodétection, permet de générer un peigne de fréquences RF dont chacune des fréquences peut être exploitée comme référence. De cette manière, la génération d'un signal à 90GHz présentant un bruit de phase de -105 dBc/Hz a notamment été obtenu à partir du troisième harmonique d'un COEO à 30 GHz ayant un bruit de phase de -115 dBc/Hz à 1 kHz de la porteuse [31], soit une multiplication par trois du bruit de phase ( $20 \log(3) \simeq 9.54 dB$ ). L'opération de multiplication de fréquence RF réalisée par battements peut donc être exploitée pour la génération millimétrique, sous condition d'un bruit de phase à la fréquence fondamentale suffisamment faible. À l'inverse, le bruit de phase du COEO peut être réduit en appliquant une division de fréquence au fondamental de l'oscillateur. Ainsi un bruit de phase à 1 kHz de -118 dBc/Hz d'un signal à 15 GHz a été obtenu à partir d'une division analogique par deux d'un COEO à 30GHz présentant un bruit de phase initiale de -112 dBc/Hz [32]. Les performances en bruit de phase de ces opérations de conversion sont donc limitées par celles du fondamental du COEO. Un oscillateur à faible bruit de phase devient alors nécessaire afin que ces opérations de conversion, permettant la flexibilité d'utilisation du COEO, restent intéressantes en terme de bruit de phase.

Le COEO peut aussi être constitué d'un laser à verrouillage de modes hybride, combinant une modulation active (d'amplitude généralement) et passive. On combine alors les avantages des deux types de verrouillage de modes, à savoir la formation de spectres larges permise par l'utilisation d'un absorbeur saturable et le contrôle du timing des impulsions par la modulation d'amplitude. La position de l'absorbeur saturable et de l'amplificateur dans la cavité optique peut ensuite être choisie de sorte à ce que deux impulsions contra-propagatives se rencontrent au niveau de l'absorbeur saturable tout en étant séparées lors de la traversée du milieu amplificateur. La superposition des deux impulsions induit un réseau d'indices dans l'absorbeur saturable ayant pour effet de rétro-diffuser une partie de la puissance de chacune des impulsions. On obtient alors un verrouillage de modes par collision d'impulsions (CPM<sup>5</sup> [33], [34]). Un COEO à CPM-hybride a été proposé par Yao [28] dont le dispositif est présenté Fig.1.7b. Un laser à verrouillage de mode par collision d'impulsions intégrés est couplé à une boucle opto-électronique (ie l'OEO du système). L'OEO incorpore notamment un dédoublement de sa ligne à retard optique de sorte à réduire l'amplitude des pics de corrélation de bruit. Enfin, le signal RF généré par l'OEO est injecté par modulation d'amplitude dans le laser à verrouillage de modes. Le contrôle du timing impulsionnel par le modulateur d'amplitude permet une réduction significative du bruit de timing du MLL-CPM. Yao a de cette manière obtenue une oscillation à 18.2 GHz pour un bruit de phase de -75 dBc/Hz à 1 kHzet  $-110 \, dBc/Hz$  à 1 MHz de la porteuse pour une bobine de fibre de 400 m.

Le COEO se présente donc comme un dispositif permettant de mettre à profit les propriétés optiques du laser à verrouillage de modes pour la génération micro-onde. Le facteur d'amélioration issu de la cavité optique, améliore la compacité de l'OEO sans dégradation de son bruit de phase. Le choix des composants constituant la boucle optique est en ce sens primordial et leur intéraction déterminant sur le comportement du laser et son facteur d'amélioration. L'optimisation du COEO consiste donc à déterminer le jeux de paramètres permettant de minimiser le bruit de phase de l'oscillateur sans complexifier le système. Les travaux menés et présentés dans ce manuscrit visent à l'amélioration les performances en bruit de phase du COEO sans dégradation de sa compacité de sorte à conserver les avantages spécifiques du COEO.

Technologie	DRO	Saphir WGM	Brillouin	Hétérodyne	OEO	COEO	Peigne Stabilisé
d'oscillateur	4.7 GHz	4.85 GHz	21.7 GHz	100 GHz	10 GHz	30 GHz	12 GHz
et fréquence	Céramique	Boucle simple	WGM	WGM	Fibre 4 km	Fibre 400 m	ULE
	[35]	[36]	[20]	[19]	[24]	[31]	[5]
Bruit de phase	-115 dBc/Hz	-138 dBc/Hz	-60 dBc/Hz	-60 dBc/Hz	-127 dBc/Hz	-114.4 dBc/Hz	- 142 dBc/Hz
à 1 kHz	-115 0D0/112	-158 0D0/112	-00 uDe/112	-00 uDe/112	-127 dbc/112	-114.4 uDe/112	- 1 <del>4</del> 2 dDC/112
Equivalent							
bruit à 1 kHz	-108.4 dBc/Hz	-131.7 dBc/Hz	- 66.7 dBc/Hz	-80 dBc/Hz	-147 dBc/Hz	-123.9 dBc/Hz	-143.6 dBc/Hz
de 10 GHz							
Stabilité en	Excellente	70 ppm/K	7 ppm/K	7 ppm/K	7 ppm/K	7 ppm/K	7 ppm/K
température		70 ppin/K					

TABLE 1.1 – Sources de référence micro-ondes à température ambiante et performance équivalente à 10 GHz pour une division/multiplication de fréquence sans bruit ajouté.

<sup>5.</sup> Colliding Pulse Mode-Locking

# **Bibliographie**

- D. J.JONES, S. A.DIDDAMS, J. K.RANKA et al., "Carrier-Envelope Phase Control of Femtosecond Mode-Locked Lasers and Direct Optical Frequency Synthesis," *Science*, avr. 2000.
- [2] T.M.FORTIER, M.S.KIRCHNER, F.QUINLAN et al., "Generation of ultrastable microwaves via optical frequency divison," *nature photonics*, juin 2011.
- [3] E. RUBIOLA, *Phase Noise and Frequency Stability in Oscillators*. Cambridge University Press, 2009.
- [4] A.HABOUCHA, W.ZHANG, T.LI et al., "An Optical Fibre Pulse Rate Multiplier for Ultra-low Phase-Noise Signal Generation," *Optics Letters*, juin 2011.
- [5] X. XIE, R. BOUCHAND, D. NICOLODI et al., "Photonic microwave signals with zeptosecondlevel absolute timing noise," *Nature Photonics*, nov. 2016.
- [6] A.BARTELS, S.A.DIDDAMS, C.W.OATES et al., "Femtosecond-laser-based synthesis of ultrastable microwave signals from optical frequency references," *Optics letters*, mars 2005.
- [7] Y. LE COQ, R. LE TARGAT, W. THANG et al., "Peignes de fréquences femtosecondes pour la mesure des fréquences optiques," *Revue Française de Métrologie*, sept. 2013.
- [8] A.BARTELS, C.W.OATES, L.HOLLBERG et S.A.DIDDAMS, "Stabilization of femtosecond laser frequency combs with subhertz residual linewwidth," *Optics Letters*, mai 2004.
- [9] T.M.FORTIER, "Octave-spanning Ti : sapphire laser with a repetition rate >1GHz for optical frequency measurements and comparisons," *Optics Letters*, avr. 2006.
- [10] E. LUCAS, P. BROCHARD, R. BOUCHAND, S. SCHILT, T. SÜDMEYER et T. J.KIPPENBERG, "Ultralow-noise photonic microwave synthesis using a soliton microcomb-based transfert oscillator," *Nature communication*, jan. 2020.
- [11] T.HERR, V.BRASCH, J.D.JOST et al., "Temporal solitons in optical microresonators," *nature photonics*, déc. 2013.
- [12] T. CARMON, L. YANG et K. J. VAHALA, "Dynamical thermal behavior and thermal self-stability of microcavities," *Optics Express*, sept. 2004.
- [13] J. LI, S. DIDDAMS et K. J.VAHALA, "Pump frequency noise coupling into a microcavity by thermo-optic locking," *Optics Express*, mai 2014.
- [14] E. OBRZUD, S. LECOMTE et T. HERR, "Temporal solitons in microresonators driven by optical pulses," *Nature Photonics*, août 2017.
- [15] W.LIANG, D.ELIYAHU, V.S.ILCHENKO, A. SAVCHENKOV, A.B.MATSKO et L.MALEKI, "High spectral purity Kerr Frequency comb radio frequency photonic oscillator," *Nature communications*, sept. 2014.
- [16] W.LIANG, A.B.MATSKO, A.A.SAVCHENKOV, V.S.ILCHENKO, D.SEIDEL et L.MALEKI, "Generation of Kerr Combs in  $MgF_2$  and  $CaF_2$  Microresonators," *International Frequency Control* and European Frequency and Time Forum (FCS) Proceedings, mai 2011.
- [17] T.J.KIPPENGERG, R.HOLZWARTH et S.A.DIDDAMS, "Microresonator-Based Optical Frequency Combs," *Science*, oct. 2011.

- [18] G. PILLET, L. MORVAN, M. BRUNEL et al., "Dual-Frequency Laser at 1.5 μm, for Optical Distribution and Generation of High-Purity Microwave Signals," *Journal of Lightwave Technologie*, août 2008.
- [19] E. A.KITTLAUS, D. ELIYAHU, S. GANJI et al., "A low-noise photonic heterodyne synthesizer and its application to millimeter-wave radar," *Nature communications*, 2021.
- [20] J. LI, H. LEE et K. J.VAHALA, "Microwave synthesizer using an on-chip Brillouin oscillator," *nature communication*, juin 2013.
- [21] T. SCHNEIDER, M. JUNKER et K.-U. LAUTERBACH, "Theorical and experimental inversigation of Brillouin scattering for the generation of millimeter waves," *Journal of Optical Society of America*, juin 2006.
- [22] J. GENG, S. STAINES et S. JIANG, "Dual-Frequency Brillouin fiber laser for optical generation of tunable low-noise radio frequency/microwave frequency," *Optics Letters*, jan. 2008.
- [23] K.SALEH, P.H.MERRER, O.LLOPIS et G. CIBIEL, "Optoelectronic Oscillator Based on Fiber Ring Resonator : Overall System Optimization and Phase Noise Reduction," *Frequency Control Symposium (FCS)*, mai 2012.
- [24] O. LELIÈVRE, V. CROZATIER, P. BERGER et al., "A Model for Designing Ultra-low Noise Single and Dual-Loop 10 GHz Optoelectronic Oscillators," *Journal of Lightwave Technology*, oct. 2017.
- [25] X. YAO et L. MALEKI, "Optoelectronic microwave oscillator," *Journal of Optical Society of America*, août 1996.
- [26] X. YAO, L. MALEKI et D. ELIYAHU, "Progress in the opto-electronic oscillator a ten year anniversary review," *International Microwave Symposium Digest*, juin 2004.
- [27] X. YAO et L. MALEKI, "Dual microwave and optical oscillator," Optics Letters, déc. 1997.
- [28] X. YAO, L. DAVIS et L. MALEKI, "Coupled Optoelectronic Oscillators for Generating Both RF Signal and Optical Pulses," *Journal of Lightwave Technology*, jan. 2000.
- [29] D. ELIYAHU et L. MALEKI, "Modulation Response (S<sub>21</sub>) of the Coupled Opto-Electonic Oscillator," Proceedings of the 2005 IEEE International Frequency Control Symposium and Exposition (IFCS), août 2005.
- [30] O.LELIÈVRE, V.CROZATIER, G.BAILI et al., "Low Phase Noise 10 GHz Coupled Optoelectronic Oscillator," *Joint Conference of the European Frequency and Time Foum and IEEE International Frequency Control Symposium (EFTF/IFCS)*, juill. 2017.
- [31] A. LY, V. AUROUX, R. KHAYATZADEH, N. GUTIERREZ et A. FERNANDEZ, "Highly Spectrally Pure 90-GHz Signal Synthesis Using a Coupled Optoelectronic Oscillator," *Photonics Technology Letters*, juill. 2018.
- [32] A. COLLET, O. LLOPIS, G. CIBIEL et É. TOURNIER, "Low Phase Noise Digital Division by 2 and by 3 of a 30 GHz Coupled Optoelectronic Oscillator," *European Microwave Integrated Circuits Conference*, juin 2019.
- [33] Y.-K. CHEN et M. C.WU, "Monolithic Colliding-Pulse Mode-Locked Quantum-Well Lasers," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, oct. 1992.
- [34] H.A.HAUS et H.L.DYCKMAN, "Timing of lasers pulses produced by combined passive and active mode-locking," *Int.J.Electronics*, mars 1978.
- [35] M.RÉGIS, "Contribution à la conception des oscillateurs micro-ondes à haute pureté spectrale à base de transistors bipolaires silicium et silicium-germanium," thèse de doct., Université de Toulouse, oct. 1999.
- [36] G.CIBRIEL, M.RÉGIS, O.LLOPIS et al., "Optimisation of an ultra-low phase noise sapphire-SiGe HBT oscillator nonlinear CAD," *IEEE trans. on Ultrasonics Ferroelect. and Freq. Control*, jan. 2004.

# **Chapitre 2**

# Physique des composants

2.1	L'amp	lificateur à semi-conducteur
2.2	Caract	érisation expérimentale du SOA
	2.2.1	Durée de vie des porteurs
	2.2.2	Mesure du facteur de Henry $\alpha_h$
2.3	Simula	tion du SOA
	2.3.1	Principes de modélisation numérique 23
	2.3.2	Modélisation du SOA pour la simulation du COEO
2.4	Les mo	odulateurs électro-optiques
	2.4.1	L'interféromètre MZM
	2.4.2	Le modulateur de phase $(\Phi M)$
2.5	La pro	pagation fibrée
	2.5.1	Evolution du profil impulsionnel lors de la propagation fibrée

Ce chapitre est consacré à l'étude de composants clefs du dispositif COEO, à savoir l'amplificateur à semi-conducteur et le modulateur d'amplitude Mach-Zehnder. La physique des composants y sera présentée ainsi que leurs caractéristiques nécessaires à la compréhension du fonctionnement de l'oscillateur opto-électronique couplé. Ce chapitre s'achèvera sur la modélisation de la propagation fibrée d'une impulsion optique et l'impact de cette dernière sur son enveloppe complexe. Nous nous appuierons sur l'ensemble de ces éléments dans l'étude d'abord théorique, puis expérimentale du COEO.

### 2.1 L'amplificateur à semi-conducteur

L'amplificateur à semi-conducteur (SOA) est un élément essentiel du COEO. Il est la source principale des non-linéarités présentes dans la cavité optique et qui déterminent le comportement de l'oscillateur. Le niveau de non-linéarité apporté par le SOA peut être modifié en ajustant le temps de recouvrement du gain ( $\tau_c$ ), le facteur de Henry ( $\alpha_h$ ) et l'intensité crête des impulsions optiques qui le traversent. Les différents paramètres du SOA sont modifiables par l'intermédiaire du courant d'injection du SOA ( $I_{soa}$ ) tout comme l'énergie des impulsions par l'intermédiaire du gain petit signal  $g_{0,soa}$ . Enfin, le SOA présente une dépendance à l'état de polarisation de la lumière incidente (SOP) rendant possible d'éventuels effets de polarisation dans le COEO.

Nous présenterons dans un premier temps la mesure expérimentale des paramètres du SOA utilisé expérimentalement (BOA1004p, Thorlabs) pour une longueur d'onde  $\lambda = 1550 nm$ . Celle-ci sera ensuite complétée par des résultats de simulation de la partie active du SOA, montrant leur dépendance à la longueur d'onde ( $\lambda$ ).

### 2.2 Caractérisation expérimentale du SOA

#### 2.2.1 Durée de vie des porteurs

Le courant d'injection est un paramètre expérimental permettant de contrôler la densité de porteurs dans la partie active du SOA. De ce fait, le gain petit signal ainsi que la puissance de saturation à -3 dBen sortie d'amplificateur se voient augmentés avec  $I_{soa}$ . Le SOA se différencie de l'EDFA par son faible temps de recouvrement de gain. La saturation rapide de l'amplificateur par le front montant de l'impulsion optique provoque une chute du gain qui sera rapidement compensée lorsque la contrainte soumise par le niveau de puissance optique sera moins importante, ie sur le front descendant de l'impulsion. On obtient de ce fait une modulation dynamique du gain, qui se traduit par une modulation d'amplitude de l'impulsion d'autant plus importante que  $\tau_c$  sera faible. La capacité de l'amplificateur à recouvrir son gain initial dépend nécessairement du flux incident de porteurs vers la partie active du SOA et est donc contrôlable par le courant d'injection.



FIGURE 2.1 – a) Dispositif expérimental de la mesure de  $\tau_c$  par FWM. b) Représentation simplifiée de la génération de bandes latérales par FWM. Le battement entre le laser signal et la pompe 1 génère par FWM deux bandes latérales (fréquences Stokes et anti-Stokes) entourant la pompe 2. Un filtre accordable centré autour de  $\omega_2$  sélectionne l'une des deux bandes latérales ainsi générées permettant de conserver le signal RF mesuré en sortie de photodiode résultant du battement de l'une de ces bandes latérales avec la pompe 2.

Le temps de recouvrement du gain peut être mesuré expérimentalement par mélange à quatre ondes (FWM) [1] dont le dispositif expérimental est présenté Fig2.1a. Pour cela, deux lasers pompe sont utilisés espacés de 5 nm ( $\lambda_1 = 1545 nm$ ,  $\lambda_2 = 1550 nm$ ). A ces deux pompes est ajouté un laser sonde (CWs) dont la fréquence est séparée de  $\omega_1$  de  $\Omega$  ( $\omega_1$  étant la fréquence associée à  $\lambda_1$ ). La superposition des trois sources optiques nous donne le champ :

$$E(z,t) = E_0 exp(ik_s z - i\omega_s t) + E_1 exp(ik_1 z - i\omega_1 t) + E_2 exp(ik_2 z - i\omega_2 t)$$
(2.1)

où  $E_0, E_1, E_2$  correspondent respectivement aux champs de la sonde et des pompes 1 et 2 de même direction de propagation. Les polarisations des deux pompes sont ajustées de manière à être orthogonales, avec une polarisation rectiligne orientée de  $\frac{\pi}{4}$  pour la pompe 1 et  $\frac{3\pi}{4}$  pour la pompe 2. Les polarisations ont été ajustées à l'aide de contrôleurs de polarisation ainsi que d'un polarimètre. La superposition des deux pompes est ensuite injectée dans le SOA. En supposant que seul le mode TE du SOA est stimulé, la différence de fréquence entre le laser pompe 1 et le laser signal ( $\Omega \leq 40 \ GHz$ ) a pour conséquence de créer un réseau de population de porteurs le long du SOA, modifiant le gain et l'indice du milieu de propagation. La pompe 2 se propageant le long de ce réseau, va alors générer des bandes latérales de modulation. On dit que la puissance de la pompe 2 a été diffusée par procédé de mélange quatre ondes vers les fréquences de Stokes ( $\omega_2 - \Omega$ ) et d'anti-Stokes ( $\omega_2 + \Omega$ ). L'amplitude des bandes latérales ainsi

#### 2.2. CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE DU SOA

générées est donnée par :

$$E_{i} = (A_{1}.A_{s})r(\omega_{s} - \omega_{1})A_{2}exp\{j[(\omega_{s} - \omega_{1}) + \omega_{2}]t + (\phi_{s} - \phi_{1} + \phi_{2})\} + (A_{2}.A_{1})A_{s}r(\omega_{2} + \omega_{1})exp\{j[(\omega_{2} - \omega_{1} + \omega_{s})t + (\phi_{2} - \phi_{1} + \phi_{s})]\}$$
(2.2)

#### avec $r(\Omega)$ : le gain TE du SOA modulé par FWM à la fréquence $\Omega$ .

Les polarisations des pompes 1 et 2 étant orthogonales, on a  $A_2.A_1 = 0$  de sorte que le second terme à droite de (2.2) s'annule. On obtient alors un champ proportionnel au gain modulé  $g_{soa}(\Omega)$ . Un filtre passe-bande accordable est ensuite utilisé pour supprimer l'une des deux fréquences de Stokes et anti-Stokes avant photodétection. De cette manière, en ne conservant par exemple que la fréquence de Stokes (nommé S) on obtient une composante RF de fréquence  $\Omega$  générée par la photodiode, que l'on peut exprimer sous la forme :  $i_{pd} = \eta_{pd} |E_S| |E_2|$ . Le rendement du FWM et donc la modulation du gain du SOA, peuvent donc être déduits à partir de la puissance RF mesurée à l'OSA (Analyseur de Spectre Optique) :

$$\eta \propto \frac{P_{RF}}{|E_2|^4} \Rightarrow g_{soa} \propto P_{RF}$$
 (2.3)

La longueur d'onde du laser sonde est ensuite adaptée de sorte à parcourir la bande passante de modulation du SOA. Fig2.2a présente l'évolution des  $P_{RF}$  mesurées suivant  $\Omega$ . La bande passante à -3dB est mesurée pour un courant d'injection du SOA allant de 150 mA à 650 mA par pas de 50 mA.



FIGURE 2.2 – a) Évolution de la puissance  $P_{RF}(\Omega)$  à la sortie de la photodiode mesurée à l'ASE (Analyseur de Spectre Electrique), suivant la fréquence de battement  $\Omega$  entre le laser signal et le laser pompe 1 pour  $I_{soa} \in [350mA, 500mA]$ . b) Mesure expérimentale du temps de recouvrement suivant le courant d'injection du SOA. Le comportement hyperbolique de  $\tau_c(I_{soa})$  est due à la recombinaison de porteurs par effet Auger.

La bande passante de modulation de  $g_{soa}$  dépendant du niveau de saturation de l'amplificateur  $(\Delta\omega_{-3dB}(1+\frac{\overline{P}_{opt}}{P_{sat}}))$ , avec  $\overline{P}_{opt}$  la puissance optique moyenne calculée sur une période), la fréquence de coupure mesurée nécessite un facteur de correction dépendant du rapport entre la somme des puissances pompes et la puissance de saturation de l'amplificateur. On peut ainsi en déduire le temps de recouvrement du gain du SOA (Fig2.2b). A noter, que l'orientation des polarisations des pompes 1 et 2 incidentes sur le SOA, implique une stimulation des deux modes TE et TM lors de la mesure. Cependant l'extinction de polarisation de 18 dB de notre SOA nous assure que la modulation de gain observée sera bien majoritairement issue du mode TE que l'on cherche à caractériser. Les résultats des mesures indiquent une réduction du temps de recouvrement du gain avec le courant d'injection proche d'une hyperbole, nous permettant de supposer que  $\tau_c \propto \frac{1}{I_{soa}}$ . Le taux de recombinaison des porteurs libres dans la zone

active est donné par [2] :

$$\begin{cases}
R_{tot} = R_{spon} + R_{Auger} + R_{nr} \\
R_{spon} = BN^2 \\
R_{Auger} = CN^3 \\
R_{nr} = AN
\end{cases}$$
(2.4)

 $R_{spon}$  donne le taux de recombinaison par émission spontanée,  $R_{Auger}$  le taux de recombinaison par effet Auger (procédé de recombinaison de porteurs assistée par phonons) et  $R_{nr}$  le taux de recombinaisons non radiatives. La densité de porteurs d'un SOA, dans le cas où celui-ci est soumis à un train d'impulsions optiques, va alors diminuer jusqu'à atteindre une valeur d'équilibre (N) dépendant du rapport entre la puissance moyenne du train d'impulsions et sa puissance de saturation. Le phénomène de saturation dynamique provoque une variation de la densité de porteurs autour de cette valeur d'équilibre. Le temps de recouvrement que l'on cherche à caractériser dépend donc du taux de recombinaison différentiel des porteurs :

$$\frac{dR_{tot}}{dN} = A + 2BN + 3CN^2 = \left(\frac{A}{N} + 2B + 3CN\right)N$$
$$= \frac{1}{\tau_c(N)}N \Rightarrow \tau_c(N) = \frac{1}{\frac{A}{N} + 2B + 3CN}$$
(2.5)

L'allure hyperbolique de  $\tau_c$  mesurée, nous indique donc que l'effet Auger devient prédominant pour ces niveaux de courant, d'où :

$$\tau_c \simeq \frac{1}{3CN} \tag{2.6}$$

La mesure du temps de recombinaison du SOA nous permettera par la suite de simuler sa saturation dynamique au sein du COEO. La seconde non-linéarité du SOA à prendre en compte, concerne la SPM, caractérisée par le facteur de Henry  $\alpha_h$ .

#### **2.2.2** Mesure du facteur de Henry $\alpha_h$

Le facteur de Henry traduit le rapport entre indice de modulation d'amplitude et modulation de phase perçu par un signal optique à la traversée du SOA :  $\alpha_h = \frac{2\beta}{m}$ , avec  $\beta$  l'indice de modulation de phase et *m* l'indice de modulation d'amplitude. J.G.Provost et A.Martinez [3] ont proposé une méthode expérimentale afin de mesurer ce coefficient, basé sur la modulation en phase du signal optique en sortie du SOA. Un laser CW modulé en fréquence, peut être exprimé de la manière suivante :

$$E_{\alpha_h}(t) = A_0 \exp\{j\omega_0 t + \phi(t)\}, \text{ avec } \phi(t) = \int -\Delta\nu \sin(\Omega_m t)dt = \frac{\Delta\nu}{\Omega_m} \cos(\Omega_m t)dt$$

avec :  $\Delta \nu$  l'excursion de fréquence et  $\Omega_m$  la fréquence de modulation. On obtient alors :

$$E_{\alpha_{h}}(t) = A_{0}exp\{j(\omega_{0}t + \beta cos(\Omega_{m}t))\}, \text{avec} : \beta = \frac{\Delta\nu}{\omega}$$
$$E_{\alpha_{h}}(t) = A_{0}\sum_{k=-\infty}^{+\infty} j^{k}J_{k}(\beta)exp(k\Omega_{m}t)$$

les premières composantes latérales générées ont donc pour amplitude :

$$A_{\alpha,\pm 1} = jA_0J_1(\beta) \simeq jA_0\frac{\beta}{2}, \text{ si } \Delta\nu \ll \Omega_m$$

Le SOA va aussi induire simultanément une modulation d'amplitude. Les composantes fréquentielles générées par modulation d'amplitude sont données par :

$$A_{AM,\pm 1} = \frac{m}{2}A_0, m = \frac{\Delta A}{A_0}$$
: l'indice de modulation d'amplitude (2.7)

Les fréquences générées par saturation dynamique du gain résultent donc de la superposition de  $A_{\alpha_h}$  et  $A_{AM}$ :

$$A_{\pm 1} = A_0(\frac{m}{2} + j\frac{\beta}{2}) = \frac{\sqrt{I_0}}{2}(m\frac{1}{2}(1+j\alpha_h)) = \sqrt{I_0}m\frac{1+j\alpha_h}{4}$$

I<sub>0</sub> : intensité optique du laser CW à l'entrée du SOA. En utilisant :

$$\frac{\beta}{m} = \frac{\alpha_h}{2} \sqrt{\frac{\gamma_{pp}}{\Omega_m} + 1} \simeq \frac{\alpha_h}{2}$$

expression valable dans le cas où la fréquence de modulation  $\Omega_m$  est bien supérieure à la durée de vie des porteurs lorsque le SOA est soumis à une modulation d'intensité optique  $\gamma_{pp} \sim 2.21 MHz$  [2].

L'amplitude des trois premières composantes spectrales d'un signal optique CW modulé en amplitude et en phase à la traversée du SOA à une fréquence  $\Omega_m$ , peuvent donc s'exprimer de la manière suivante :

$$\begin{cases}
A_{-1} = \sqrt{I_0}m\frac{1+j\alpha_h}{4} \\
A_0 = \sqrt{I_0} \\
A_{+1} = \sqrt{I_0}m\frac{1+j\alpha_h}{4}
\end{cases}$$
(2.8)

Le facteur de Henry est alors obtenu à partir de :

$$\alpha_h = \frac{\operatorname{Im}(A_{\mp 1})}{\operatorname{Re}(A_{\mp 1})} \tag{2.9}$$



FIGURE 2.3 – a) Dispositif expérimental de la mesure du facteur de Henry.  $CW_1$  est utilisé afin de saturer l'amplificateur et moduler en amplitude de sorte à rendre la saturation dynamique du SOA mesurable par battement. Le laser signal ( $CW_2$ ) traversant le SOA saturé imprime la modulation de gain sur sa porteuse. Le modulateur de phase est ensuite utilisé afin de retrouver le facteur de Henry du SOA. b) Évolution de  $\alpha_h$  suivant le courant d'injection  $I_{soa}$ )

Le facteur de Henry peut ensuite en être déduit par modulation en phase. Le signal en sortie de modulateur de phase s'exprime par :

$$S(t) = E(t)exp(j\Phi_k(t)), \text{ avec } : \Phi_k(t) = \Psi cos(\Omega_m t + k\frac{\pi}{2} + \phi_0)$$
(2.10)

 $\Psi$  : amplitude de modulation de phase.

 $\phi_0$  désigne le déphasage propre à la porteuse qui résulte du temps de propagation du signal optique

jusqu'au modulateur de phase. En ajustant le délai entre le signal RF et optique incident sur le modulateur de phase, il est possible de modifier la phase de la porteuse. Plus particulièrement, on s'intéressera aux délais permettant de déphaser la porteuse par multiples de  $\frac{\pi}{2}$ :  $\phi = \phi_0 + k\frac{\pi}{2}$ . L'intensité optique mesurée à l'OSA pour différents déphasages RF, est alors donnée par :

$$I_{\pm 1}^{k} = |A_{-1}|^{2} J_{0}^{2}(\psi) + A_{0}^{2} J_{1}^{2}(\psi) + 2A_{0} J_{0}(\psi) J_{1}(\psi) \operatorname{Im}[A_{-1} exp\{\pm j(k\frac{\pi}{2} + \phi_{0})\}]$$

En définissant  $Q_{\pm}$  par :

$$Q_{\pm 1} = \pm (I_{\pm 1}^3 - I_{\pm 1}^1) + (I_{\pm 1}^0 - I_{\pm 1}^2)$$

et sachant que  $A_{-1} = A_{+1}$ , on obtient :

$$\alpha_h = \frac{\text{Im}(A_{\pm 1})}{\text{Re}(A_{\pm 1})} = \frac{\text{Im}(\sqrt{Q_{-1}Q_{+1}})}{\text{Re}(\sqrt{Q_{-1}Q_{+1}})}$$

Dans leur publication, Provost et Martinez proposent une modulation directe du courant d'injection du SOA afin de mesurer  $\alpha_h$  [3]. La bande passante à -3 dB de modulation d'un amplificateur à semiconducteur non saturé étant de l'ordre du GHz, une modulation à 10 GHz permettant de reproduire la saturation dynamique présente dans le COEO implique une réduction de l'efficacité de modulation du SOA. Expérimentalement, une modulation externe du gain du SOA s'est avérée présenter de meilleurs résultats au regard de la sensibilité de la mesure. Le dispositif expérimental de la mesure de  $\alpha_h$  par modulation externe du gain du SOA est présenté Fig2.3a. La modulation du gain est obtenue ici en mo-



FIGURE 2.4 – Acquisition à l'aide d'un oscilloscope rapide ( $\Delta f_{-3dB} \simeq 12 \ GHz$ ) de la tension RF en sortie de photodiode. La fréquence de modulation d'amplitude a été fixée à 400 MHz de sorte à ce que toutes les harmoniques RF soient inclues dans la bande passante de l'oscilloscope. Les impulsions issues du laser CW1 modulé en amplitude sont ici reproduites sur la porteuse signal avec toutefois une déformation issue de la saturation dynamique du SOA.

dulant la sortie du laser CW1 en amplitude, qui sera ensuite amplifié par un EDFA. Ce signal modulé est contra-propagatif avec le laser signal (CW2), le tout permettant de moduler le gain du SOA par saturation dynamique sans impacter le signal de sortie. La modulation du gain ainsi provoquée, le laser CW1 modulé en amplitude va alors « s'imprimer » sur la porteuse optique du laser signal avant d'être modulé en phase et détecté à l'OSA. Le déphasage entre le signal RF et le laser signal modulé par la saturation dynamique du SOA arrivant sur le modulateur de phase est adapté par une ligne à retard RF. En repérant les déphasages de la ligne à retard minimisant l'intensité optique des modes  $I_{\pm 1}$  mesuré à l'OSA, on peut en déduire les longueurs de ligne à retard induisant un déphasage relatif de  $\pm \frac{\pi}{2}$ . La mesure des  $I_{\pm 1}^k$  pour trois déphasages successifs de  $\frac{\pi}{2}$ , permettent alors la mesure de  $\alpha_h$ . Les mesures du facteur de Henry suivant le courant d'injection du SOA (Fig2.3b) nous indiquent que la valeur de  $\alpha_h$  évolue entre  $\alpha_{h,I_{soa}=150 \ mA} = 3.27$  jusque  $\alpha_{h,I_{soa}=650 \ mA} = 6.4$  de manière quasi-linéaire pour  $\lambda = 1550 \ nm$ . Sur un intervalle de  $10 \ nm$  (correspondant à la bande passante du filtre optique utilisé pour le COEO), la valeur de  $\alpha_h$  augmente avec la longueur d'onde, de sorte qu'un spectre optique décalé vers le rouge percevra un facteur de Henry légèrement plus important qu'un spectre décalé vers le bleu. Les variations de valeurs de  $\alpha_h$  sont de l'ordre de l'unité [3]. Nos spectres optiques obtenus expérimentalement avec le COEO se plaçant en bordure du côté rouge du filtre optique, on peut raisonnablement supposer que  $\alpha_{h,coeo}$  perçu par le COEO sera légèrement supérieur à celui mesuré :  $\alpha_{h,coeo} = \alpha_{h,mesure} + \delta \alpha_h$  avec  $\delta \alpha_h \lesssim 0.5$ .

### 2.3 Simulation du SOA

L'amplificateur optique utilisé dans notre dispositif expérimental, est un SOA à multi-puits quantiques (MQW) InP/InGaAsP qui a été dimensionné de sorte à fournir un gain petit signal  $g_0$  de 27 dBpour un courant d'injection  $I_{soa} = 600 \ mA$  et  $\lambda = 1550 \ nm$ . La puissance de saturation à -3dB pour ce niveau de courant est annoncée comme étant de 15 dBm et son PER (ratio d'extinction de polarisation, donné par  $PER = G_{TE}/G_{TM}$ ) est de 18 dB. Aucune information complémentaire n'est donnée concernant le dimensionnement des puits (QWs) ou les paramètres des matériaux utilisés. Les dimensions du QW simulé ont donc été adaptées afin de retrouver les caractéristiques du SOA ( $g_0$ ,  $P_{sat_{-3dB}}$ ,  $\tau_c$  -Fig.2.2b,  $\alpha_h$  -Fig.2.3b , PER) mesurées expérimentalement. La démarche et les principes de modélisation utilisés seront dans un premier temps présentés. Les résultats de modélisation seront ensuite comparés aux mesures ainsi qu'aux valeurs indiquées sur la datasheet en fonction de  $I_{soa}$  pour une longueur d'onde  $\lambda = 1550 \ nm$ . Cette étude a donc pour objectif de déterminer la dépendance au courant et à la longueur d'onde des paramètres du SOA afin de pouvoir modéliser le COEO sans condition sur le courant d'injection du SOA ou sur l'intervalle de longueur d'onde choisi.

#### 2.3.1 Principes de modélisation numérique

Les structures en MQW permettent d'augmenter le gain par unité de longueur du SOA ainsi que son efficacité vis à vis du courant injecté. Cela permet donc de réduire les dimensions du SOA afin de le rendre plus compact. Le nombre de puits aura notamment un impact sur la dépendance du gain avec le courant d'injection. Cependant ce paramètre n'étant pas communiqué par le fabriquant, il a été choisi par simplicité de simuler un QW simple ayant des dimensions permettant de retrouver les performances du MQW à partir d'un facteur de multiplication  $N_{QW}$  (le nombre de puits), sur les valeurs appropriées (gain petit signal, facteur de confinement, ect...) [2], [4]. Le comportement suivant le courant d'injection du SOA dépendera notamment du nombre de puits considérés. La structure du QW simulée est présentée Fig.2.5. Le confinement électronique et optique est assuré par une structure SCH (hétérostructure à confinements séparés) (Fig.2.5a). Le guide d'onde optique est assuré par la différence d'indice de réfraction de la double hétérostructure (DH) InGaAsP-InP tandis que le confinement électronique de la partie active (ie le puits quantique) est quant à lui assuré par la barrière de potentiel perçue par les électrons et les trous au niveau du puits quantique (Fig.2.5b). Le confinement électronique du puit, lui confère des propriétés de guide d'onde, conditionnant les fonctions d'onde des électrons. En effet, l'épaisseur du QW est suffisamment réduite au regard de la longueur d'onde des électrons pour induire une discrétisation des niveaux d'énergies (liée à la discrétisation de la longueur d'onde des modes de propagation). Si l'on décompose la constante de propagation suivant une composante transverse (composition linéaire de  $\vec{x}, \vec{y}$ ) et une composante suivant  $\vec{z}$ , on obtient :  $\vec{k} = \vec{k_z} + \vec{k_t}$  avec  $\vec{k_z}$  discrétisé. En supposant une barrière de potentiel infinie, on obtient  $k_z = n\pi/w_{QW}$ , qui engendre une discrétisation des niveaux



FIGURE 2.5 – Présentation en 3 dimensions d'une structure SOA. La double hétérostructure InP-InGaAsP-InP, permet à la fois un confinement optique de par la différence d'indice entre les deux milieux mais aussi un confinement électronique en imposant une barrière de potentiel comme présenté sur le schéma du diagramme de bande b). Le puits quantique (InGaAs) est situé au centre de la couche d'InGaAsP et constitue la partie active fournissant le gain perçu par le signal optique incident [4].

d'énergie :

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} \left[ k_t^2 + \left( \frac{n\pi}{w_{QW}} \right)^2 \right], \ n \in \mathbb{N}$$
(2.11)

L'indice n distingue les sous-niveaux d'énergie issus de la discrétisation du QW (sachant que plus n



FIGURE 2.6 – a) Schéma du diagramme de bande de l'InP et l'InGaAsP avant contact. b) Diagramme de bande de la DH non polarisée. c) Diagramme de bande de la DH lorsqu'une tension V est appliquée [4].

est petit et plus l'énergie du sous-niveau est faible). La largeur du QW ( $d_{QW}$ ) est considérée comme suffisamment grande devant la longueur d'onde de l'électron pour ne pas induire de discrétisation sur les directions transverses, ce qui mène à une infinité d'états inifinement proches suivant  $k_t$ . On définit de ce fait un diagramme de bande propre pour chaque constante de propagation  $k_z = \frac{n\pi}{w_{QW}}$  considérée. L'amplification du signal optique se fait par émission de photons lors de la recombinaison d'un électron d'une des bandes de conduction (d'énergie  $E_{en}(k_t)$ ) avec un trou d'une des bandes de valence (d'énergie  $E_{hm}(k_t)$ ), générant un photon d'énergie  $\hbar\omega_0 = E_{en}(k_t) - E_{hm}(k_t)$ . L'émission de photon par recombinaison de charges peut se faire de manière spontanée ou stimulée par un flux de photons incidents. Le procédé de recombinaison de charges est conditionné par le recouvrement des fonctions d'ondes de l'électron entre son état initial ( $\psi_{E_{en}}$ ) et son état final ( $\psi_{E_{hm}}$ ). Un meilleur recouvrement des fonctions d'onde améliore la probabilité de transition de la bande de conduction vers la bande de valence. La seconde condition concerne la conservation de l'énergie, à savoir que l'écart d'énergie  $E_{en} - E_{hm}$  doit être égal à l'énergie du photon incident  $\hbar\omega_0$ , sous condition que les vecteurs  $k_t$  des fonctions d'onde initiale et finale de l'électron soient égaux. Le gain fourni par l'amplificateur dépend donc directement du diagramme de bandes du puits quantique ( $E(k_t)$ ) et des fonctions d'onde associées. Les fonctions d'ondes des bandes de conduction, peuvent être calculées à partir de l'équation de Schödinger ([4]) :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2}\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{m(z)}\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\hbar^2}{2m(z)}\nabla_t^2 + V(z)\right]\tilde{\psi}(r) = E\tilde{\psi}(r)$$
(2.12)

avec m(z) la masse effective de l'électron et V(z) le potentiel du puits quantique (le potentiel du réseau cristallin étant déjà inclu dans la masse effective m(z)). Dans le cas de la bande de conduction, la barrière de potentiel est définie par :

$$V(z) = \begin{cases} \Delta E_c &, |z| > \frac{w_{QW}}{2} \\ 0 &, |z| \le \frac{w_{QW}}{2} \end{cases}$$
(2.13)

avec  $\Delta E_c$  la barrière de potentiel de la bande de conduction. La solution générale de  $\tilde{\psi}(r)$  est de la forme :

$$\tilde{\psi}_n(r) = \frac{e^{ik_t \cdot r}}{A} \phi_n(z)$$

où l'on distingue l'enveloppe lentement variable  $\phi_n(z)$  associée au sous niveau  $E_{en}$  et sa fonction de propagation  $e^{ik_t \cdot r}$  (A correspond à un scalaire de normalisation afin de respecter la notion de densité de probabilité de la fonction d'onde  $\phi_n$ ). L'équation 2.12 peut alors être réécrite sous la forme :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2}\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{m(z)}\frac{\partial}{\partial z} + V(z)\right]\phi_n(z) = \left(E_{en}(k_t) - \frac{\hbar^2 k_t^2}{2m(z)}\right)\phi_n(z)$$
(2.14)

La bande de conduction étant parabolique, il suffit de déterminer la valeur propre pour  $k_t = 0$  et d'en déduire le reste de la bande de conduction par la relation :  $E_n(k_t) = E_n(0) + \hbar^2 k_t^2 / 2m_e^*$  (avec n l'indice de la bande de conduction associée au  $k_z = \frac{n\pi}{w_{QW}}$  considéré). L'hypothèse d'une bande parabolique à proximité de  $k_t = 0$  n'est plus valable dans le cas des bandes de valence. Il s'avère que les bandes de valence des trous lourds (HH), légers (LH) et la bande dite « split-off » sont couplées, menant à des effets de mélange de bandes sur les fonctions d'onde. L'équation de Schödinger peut alors s'écrire sous la forme :

$$\left[\frac{\hbar^2}{2}\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{m(z)}\frac{\partial}{\partial z} + V_h(z)\right]g_m(z) = E_{hm}g_m(z)$$
(2.15)

avec comme barrière de potentiel :

$$V_{h}(z) = \begin{cases} 0 & , |z| \leq \frac{w_{QW}}{2} \\ -\Delta E_{v} & , |z| > \frac{w_{QW}}{2} \end{cases}$$
(2.16)

L'enveloppe lentement variable  $g_m(z)$  solution de 2.15 est associée à la bande de valence  $E_m(k_t)$  (avec m le sous niveau issue de la discrétisation de  $k_z$  de la fonction d'onde) et son recouvrement avec  $\phi_n(z)$  détermine la probabilité de recombinaison par émission stimulée. Les bandes de valence ainsi calculées sont généralement nommées  $HH_m$  et  $LH_m$  du fait que le mélange de bande n'opère pas pour  $k_t = 0$ . Les fonctions d'onde des trous lourds  $(HH_m)$  et légers  $(LH_m)$  sont alors parfaitement découplées. Par abus de langage, il est donc d'usage de nommer leur bande respective  $HH_m$  et  $LH_m$ . Le résultat du calcul des bandes  $E_{HH_1}$  et  $E_{LH_1}$  est présenté Fig.2.7a.

Comme énoncé précédemment, l'émission stimulée résulte de la recombinaison d'un électron de la



FIGURE 2.7 – a) Diagramme de bande solution de l'équation de Schödinger des trous lourds (HH) et légers (LH) pour x = 0.435. b) Résultat des moments dipolaires entre la 1ère bande de conduction  $C_1$  et les bandes de valence  $HH_1$  et  $LH_1$  perçu par les modes TE et TM du SOA.

bande de conduction et d'un trou issu de la bande de valence par intéraction avec un photon incident. L'Hamiltonien d'intéraction entre le photon et l'électron est donné par :

$$H = \frac{1}{2m_0}(p - qA)^2 + U(r) = \frac{p^2}{2m_0} + U(r) - \frac{q}{2m_0}(pA + Ap) + \frac{q^2A^2}{2m_0} = H_0 + H'$$
(2.17)

avec  $m_0$  la masse de l'électron, U(r) le potentiel périodique du cristal, r le position et l'opérateur de moment p ( $p = (\hbar/i)\nabla$ ).  $H_0$  correspond à l'Hamiltonien non perturbé tandis que H' est issu de la perturbation de la fonction d'onde par le champ optique  $E(r,t) = -\frac{\partial A}{\partial t}$ :

$$\begin{cases}
H_0 = \frac{p^2}{2m_0} + U(r) \\
H'(r,t) \simeq -\frac{q}{m_0} A.p = H'(r)e^{-i\omega_0 t} + H'_r(r)e^{i\omega t} \\
\Rightarrow H'(r) = -\frac{q}{2m_0} A.p
\end{cases}$$
(2.18)

On définit :  $A = A_0 e^{ik_{op}r}\hat{e}$ , avec  $\hat{e}$  le vecteur unitaire donnant la direction de polarisation de la lumière, tel que pour le mode TE du guide d'onde  $\hat{e} = \hat{y}$  et pour le mode TM  $\hat{e} = \hat{z}$ . On obtient alors :

$$H'(r) = -\frac{qA_0e^{ik_{op}r}}{2m_0}\hat{e}.p$$
(2.19)

L'Hamitonien d'intéraction est donc proportionnel au calcul de moment :

$$M_{nm}^{\eta\sigma} = |\hat{e}.p_{nm}^{\eta\sigma}|^2 = \left| \left\langle \psi_n^{c\eta}(k_t, z) | H'(r) | \psi_m^{v\sigma}(k_t, z) \right\rangle \right|^2$$
(2.20)

Le principe d'exclusion de Pauli implique la dégénérescence des bandes de conduction et de valence (puisque chacun des états peut être occupé par deux électrons de spin opposé). Cela entraîne la dégénérescence des fonctions d'onde  $\psi$ , dont le spin de l'électron est indiqué par  $\sigma \in \{\downarrow,\uparrow\}$  pour les bandes de conduction et par  $\eta \in \{\downarrow,\uparrow\}$  pour les bandes de valence. A noter que les fonctions d'onde  $\psi_m(k_t)$  sont issues d'un mélange de bande et peuvent être décomposées sur une base de quatre fonctions d'onde :

$$\psi_m(k_t) = \sum_{l=1}^4 g_m^l(z) \left| l \right\rangle$$

Le moment dipolaire total sera en conséquence calculé à partir de la combinaison linéaire des moments associés à cette base de fonction d'onde. Le taux de recombinaison stimulé  $(R_{stim})$  est ensuite obtenu à

partir de l'Hamiltonien d'interaction :

$$R_{stim}(\hbar\omega_0) = \frac{1}{V} \sum_{k_t} \frac{2\pi}{\hbar} |H'|^2 (f_c - f_v)$$
(2.21)

avec  $f_c$  et  $f_v$  la statistique de Fermi pour les bandes de conduction et de valence considérées :

$$\begin{cases} f_c = \frac{1}{1 + \exp\{[E_g + E_{en}(k_t) - F_c]/k_bT\}} \\ f_v = \frac{1}{1 + \exp\{[E_{hm}(k_t) - F_v]/k_bT\}} \end{cases}$$
(2.22)

avec  $F_c$  le quasi-niveau de Fermi de la bande de conduction,  $F_v$  le quasi-niveau de Fermi de la bande de valence et  $E_g$  le gap de l' $\ln_{1-x}$ Ga<sub>x</sub>As. Le gain par unité de longueur se définit à partir du taux de recombinaison stimulé par :

$$g_l(\hbar\omega_0) = \frac{R_{stim}}{S/\hbar\omega_0}$$
(2.23)

où S correspond au vecteur de Poynting. Sachant que :

$$\begin{cases} E(r,t) = -\frac{\partial A}{\partial t} = -\hat{e}\omega_0 A_0 \sin(k_{op}.r - \omega_0 t) \\ H(r,t) = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times A = -\frac{1}{\mu_0} k_{op} \times \hat{e} A_0 \sin(k_{op}.r - \omega t) \end{cases}$$
(2.24)

On obtient alors :

$$S(r,t) = E(r,t) \times H(r,t)$$

$$= k_{op} \frac{\omega_0 A_0^2}{2\mu_0} \sin^2(k_{op}.r - \omega t)$$

$$\langle S \rangle = \frac{\omega_0 A_0^2}{2\mu_0} k_{op}$$

$$= \frac{n_r c \epsilon_0 \omega_0^2 A_0^2}{2}$$
(2.25)

avec  $\mu_0$  la perméabilité et  $\epsilon_0$  la permittivité du vide. On obtient donc :

$$g_{l}(\hbar\omega_{0}) = \frac{2}{n_{r}c\epsilon_{0}\omega_{0}^{2}A_{0}^{2}} \frac{2}{V} \sum_{k_{t}} \frac{2\pi}{\hbar} |H'|^{2} \delta(E_{g} + E_{en} - E_{hm} - \hbar\omega_{0})(f_{c} - f_{v})$$

$$= \frac{2}{n_{r}c\epsilon_{0}\omega_{0}^{2}A_{0}^{2}} \frac{2}{V} \sum_{k_{t}} \frac{2\pi}{\hbar} \left(\frac{qA_{0}}{2m_{0}}\right)^{2} |\hat{e}.p|^{2} \delta(E_{g} + E_{en} - E_{hm} - \hbar\omega_{0})(f_{c} - f_{v}) \qquad (2.26)$$

$$= \frac{\pi q^{2}}{n_{r}c\epsilon_{0}m_{0}^{2}\omega_{0}} \frac{2}{V} \sum_{k_{t}} |\hat{e}.p|^{2} \delta(E_{g} + E_{en} - E_{hm} - \hbar\omega_{0})(f_{c} - f_{v})$$

En réalité les processus de diffusion par relaxation réduisent la sélectivité des niveaux d'énergie  $E_{en}$  et  $E_{hm}$ . La fonction  $\delta(E)$  est alors remplacée par une fonction d'élargissement Lorentzienne :

$$\delta(E_g + E_{en} - E_{hm} - \hbar\omega_0) \to \frac{\frac{\Gamma}{2\pi}}{(E_g + E_{en} - E_{hm} - \hbar\omega_0)^2 - \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$$

avec  $\Gamma$  la largeur à mi-hauteur de la fonction Lorentzienne ( $\Gamma = \hbar/\tau_{in}$  avec  $\tau_{in} \simeq 0.1$  ps [2]). L'approximation des bandes de valences et de conduction nous autorise à remplacer la somme par une intégrale :  $\frac{1}{V}\sum_{k_t} \rightarrow \frac{1}{w_{QW}} \int_0^\infty \frac{k_t dk_t}{2\pi}$  et on obtient :

$$g_l(\omega_{opt}, P_{in}) = \frac{2}{L_{soa}n_{op}c\epsilon_0\omega} (\frac{q}{m_0})^2 \sum_{\sigma,n,m} \int_0^\infty M_{n,m}^\sigma \frac{\frac{\Gamma}{2}}{(E_{hm}^{en} - \hbar\omega_{opt})^2 + (\frac{\Gamma}{2})^2} (f_c - f_v) \frac{k_t}{2\pi} dk_t \quad (2.27)$$

Le gain optique tout comme le taux de recombinaison par émission stimulée  $(R_{stim})$  dépendent donc de la polarisation du signal optique. Le moment  $M_{nm}^{\eta\sigma}(k_t)$ , suivant la polarisation de la lumière, est donné par :

Polarisation TE : 
$$\hat{e} = \hat{y}$$
  

$$M_{nm}^{\eta\sigma}(k_t) = \frac{3}{4} \left[ \left\langle \phi_n \left| g_m^{(1)} \right\rangle^2 + \frac{1}{2} \left\langle \phi_n \left| g_m^{(2)} \right\rangle^2 \right] M_b^2 \right]$$
Polarisation TM :  $\hat{e} = \hat{z}$   

$$M_{nm}^{\eta\sigma}(k_t) = \left\langle \phi_n \left| g_m^{(2)} \right\rangle^2 M_b^2$$
(2.28)

avec  $M_b$  le moment « bulk » ([2],[4],[5]). La dépendance de  $M_{nm}^{\eta\sigma}(k_t)$  à la polarisation de la lumière a pour conséquence de différencier le gain TE du gain TM. L'importance de leur gain respectif sera conditionné par le recouvrement des fonctions d'onde intervenant dans le calcul de  $M_{nm}^{\eta\sigma}(k_t)$ . Un moyen d'agir sur le recouvrement des fonctions d'onde, consiste à appliquer une contrainte mécanique induite par désaccord de maille entre la couche  $In_{1-x}Ga_xAs$  et  $In_{1-x}Ga_xAs_yP_{1-y}$  avec x et y les indices de composition des alliages. L'accord de maille de l' $\ln_{1-x}$ Ga<sub>x</sub>As est obtenu pour un  $x_0 = 0.468$ . Un effort de compression est exercé sur la couche  $In_{1-x}Ga_xAs$  pour  $x < x_0$  et de tension pour  $x > x_0$ . L'effort exercé déforme le diagramme de bande LH et HH et modifie en conséquence les fonctions d'onde associées. On peut ainsi jouer sur le désaccord de maille afin d'exercer un effort de compression permettant de favoriser le gain du mode TE par rapport au TM. La datasheet nous indiquant un PER de 18 dB, il nous faut donc obtenir :  $g_{0,TE(dB)} = g_{0,TM(dB)} + 18$  dB pour  $\lambda = 1550$  nm. En balayant un intervalle de valeurs de x suffisamment grand, le résultat le plus proche a été obtenu pour x = 0.435. On se focalisera donc sur les résultats obtenus pour un QW In<sub>0.565</sub>Ga<sub>0.435</sub>As-InGaAsP. Le résultat du calcul de  $M_{nm}^{\eta\sigma}(k_t)$  pour x = 0.435 est présenté Fig.2.7b. On observe alors que l'effort de compression favorise le moment  $M_{nm,TE}$  sur un intervalle de  $k_t$  proche de la bordure de bande ( $k_t = 0$ ). Les états associés étant les plus peuplés (car de plus faible énergie comme l'indique le diagramme de bande Fig.2.7a), cela implique un gain TE plus important que le gain TM, ce qui est confirmé par le calcul du spectre de gain (Fig.2.8) qui nous montre l'atténuation de  $g_{TM}$  par rapport à  $g_{TE}$  sur toute la bande passante du SOA (pour un courant d'injection  $I_{soa} = 600$  mA). Le gain TM est centré autour de  $\lambda = 1559.3$  nm tandis que le gain TE autour de  $\lambda\,=\,1547.5$  nm. La différence du maximum de gain TE et TM nous donne un  $PER = g_{0,TE} - g_{0,TM} = 18 \text{ dB} (g_{0,TM_{max}} = 9.2 \text{ dB et } g_{0,TE_{max}} = 27.2 \text{ dB}).$  Les pertes optiques du COEO étant de l'ordre de 14 dB pour un MZM z-cut polarisé à  $V_{\pi}/2$ , cela nous assure qu'aucune oscillation du COEO n'est possible pour une polarisation rectiligne suivant l'axe TM, laissant une unique oscillation pour une polarisation rectiligne suivant l'axe TE du COEO (l'axe lent des fibres PMF<sup>1</sup> étant aligné avec l'axe TE du SOA). Les dimensions du puits quantique ont été ajustées de sorte à ce que la longueur d'onde centrale du gain, la puissance de saturation de l'amplificateur et le gain petit signal correspondent aux mesures expérimentales. Ainsi la longueur d'onde centrale du spectre de gain a été centrée autour de 1550 nm en ajustant l'épaisseur du puits quantique. Comme énoncé précédemment, les bordures de bande  $E_{en}(k_t = 0)$  et  $E_{hm}(k_t = 0)$  sont séparées par le gap de l'In<sub>1-x</sub>Ga<sub>x</sub>As (E<sub>q</sub>) auquel s'ajoute  $E_{hm}^{en}(k_t = 0) = E_{en}(k_t = 0) - E_{hm}(k_t = 0)$  issu de la discrétisation  $k_z^{en} = (n\pi)/w_{QW}$ ,  $k_z^{hm} = (m\pi)/w_{QW}$  due à la l'épaisseur du QW ( $w_{QW}$ ). Le taux de recombinaison stimulé étant plus élevé en bordure de bande, modifier l'épaisseur du puits  $(w_{QW})$  permet d'ajuster la longueur d'onde autour de laquelle le gain sera le plus élevé. La largeur  $(d_{QW})$  a ensuite été ajustée afin d'obtenir une puissance de saturation  $P_{sat,-3dB} = 15 dBm$  en sortie de SOA alors que la longueur du SOA ( $L_{soa}$ ) a été ajustée de sorte à obtenir un gain intégral petit signal de 27 dB pour un courant d'injection de 600mA :  $g_{0,\tau E}(I_{soa} = 600 mA) = 27$  dB. La condition sur la puissance de saturation ainsi que l'évolution du gain petit signal suivant le courant d'injection (Fig.2.10) ont pu être obtenues pour une structure à trois multi-puits quantiques ( $N_{QW} = 3$ ) à partir des résultats de simulation d'un unique puits [2], [4]. Le nombre de puits affecte alors le facteur de recouvrement du champ optique avec les parties actives de

<sup>1.</sup> Polarization Maintaining Fiber



FIGURE 2.8 – Spectre du gain SOA des modes TE et TM pour un courant d'injection  $I_{soa} = 600$  mA. Les maximums de gain sont obtenus à 1547.5 nm pour le mode TE et 1559.3 nm pour le mode TM avec un PER de 18 dB

l'amplificateur. On a donc un gain et une consommation de courant évoluant linéairement avec  $N_{QW}$ , sous conditions d'un nombre réduit de puits [5]. Le gain perçu par un laser CW par unité de longueur a été calculé à partir du gain petit signal par unité de longueur (eq.2.27), que l'on a adapté afin de prendre en compte les effets de saturation de l'ampli vis à vis de la puissance optique incidente :

$$g_{l}(\omega_{opt}, P_{in}) = \frac{2}{L_{soa}n_{op}c\epsilon_{0}\omega} \int_{0}^{\infty} \frac{\left(\frac{q}{m_{0}}\right)^{2} \sum_{\sigma,n,m} M_{n,m}^{\sigma} \frac{\frac{\Gamma}{2}}{(E_{hm}^{en} - \hbar\omega_{opt})^{2} + (\frac{\Gamma}{2})^{2}} (f_{c} - f_{v})}{1 + 2\tau_{c} \sum_{\sigma,n,m} \left(\frac{\frac{q}{m_{0}}}{\hbar\omega}\right)^{2} M_{n,m}^{\sigma} \frac{2}{n_{op}\epsilon_{0}cd_{QW}w_{QW}} \Gamma_{xy}P_{in}} \frac{k_{t}}{2\pi} dk_{t}}$$

$$(2.29)$$

Nous ne traiterons ici que le cas de l'amplification d'un signal CW dans le souci de comparer simulation et caractérisations expérimentales, mais l'approche permet tout aussi bien de traiter le cas pulsé. La saturation du SOA lorsqu'il est soumis à un laser CW, est due à la déplétion des niveaux d'énergie des électrons répondant aux conditions de recombinaison par émission stimulée (aussi appelé la règle d'or de Fermi [2], [4]). De ce fait, l'inversion de population se voit diminuée et entraine une réduction du gain du SOA. Fig.2.9a donne l'évolution de la densité de probabilité  $f_c - f_v$  suivant  $k_t$  à mesure que la puissance optique incidente augmente (Popt). À faible puissance, la sélectivité du processus de recombinaison par émission stimulée est mise en évidence, avec une réduction de l'inversion de population bien localisée sur l'axe  $k_t$ . À mesure que la  $P_{opt}$  augmente, le phénomène de diffusion par relaxation combiné à un fort niveau de saturation, va étendre l'intervalle d'énergie sur lequel la recombinaison stimulée va pouvoir s'opérer. Cette sélectivité sur la recombinaison des charges ne se traduit pas pour autant par un « spectral hole burning » sur la courbe de gain, puisque le SOA sature de manière homogène comme montré Fig.2.9b. La puissance de sortie est calculée après intégration sur la longueur du SOA (L<sub>SOA</sub>) de l'équation différentielle :  $\frac{dP_{opt}}{dL} = g_l(P_{opt})P_{opt}$ . Le gain est ensuite déduit par le rapport  $P_{out}/P_{in}$ . En parcourant une puissance d'entrée  $P_{in} \in [-30 dBm, 10 dBm]$ , les courbes  $g_{0,TE}(P_{out})$  ont été obtenues (Fig.2.10) à partir desquelles la puissance de saturation de sortie  $P_{out_{sat.-3dB}}$  est relevée. L'évolution de la puissance de saturation du SOA avec  $\lambda$  est un paramètre à prendre en compte lors de la conception de la cavité optique du COEO puisqu'elle participe à fixer l'énergie impulsionnelle du peigne optique obtenu à l'état stationnaire. La dépendance spectrale du gain du SOA pour un courant d'injection de  $I_{soa} = 600$ mA est présentée Fig.2.8. Le facteur de Henry reste un facteur prédominant dans la dynamique du COEO. La modélisation du SOA nous permettera donc de pouvoir déterminer son évolution suivant le courant d'injection et la longueur d'onde, contournant la complexité de la tâche expérimentale (2.2.2).

Afin de calculer le facteur de Henry du SOA, il nous faut tout d'abord déterminer la permittivité du



FIGURE 2.9 – a) Évolution de l'inversion de population  $(f_c - f_v)(k_t)$  selon le niveau de saturation. b) Saturation homogène du spectre de gain du mode TE du SOA pour un courant d'injection  $I_{soa} = 200 \ mA$ . La courbe de gain petit signal a été calculée sous condition de puissance optique incidente nulle  $(P_{in} = 0 \ mW)$ .



FIGURE 2.10 – a) Courbe de gain petit signal à 1550 nm suivant le courant d'injection mesuré et simulé. b) Comparaison de la courbe de  $P_{sat,-3dB}$  ( $I_{soa}$ ) simulée (carrés oranges) avec celle mesurée (triangles verts). La courbe de saturation du gain suivant la puissance de sortie est détaillée pour un courant d'injection de 600 mA.

puits quantique. Celle-ci est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{cases} \epsilon_{1}^{\prime} = \epsilon_{0} + \epsilon_{b} + \frac{2}{w_{soa}} \sum_{\sigma,n,m} \int_{0}^{\infty} k_{t} \left(\frac{q\hbar}{m_{0}}\right)^{2} M_{n,m}^{\sigma} (f_{c} - f_{v}) \frac{E_{hm}^{en} - \hbar\omega_{opt}}{(E_{hm}^{en} - \hbar\omega_{opt})^{2} + (\frac{\Gamma}{2})^{2}} \frac{dk_{t}}{2\pi} \\ \epsilon_{1}^{\prime\prime} = \frac{2}{w_{soa}} \sum_{\sigma,n,m} \int_{0}^{\infty} k_{t} \left(\frac{q\hbar}{m_{0}}\right)^{2} M_{n,m}^{\sigma} (f_{c} - f_{v}) \frac{\frac{\Gamma}{2}}{(E_{hm}^{en} - \hbar\omega_{opt})^{2} + (\frac{\Gamma}{2})^{2}} \frac{dk_{t}}{2\pi} \end{cases}$$
(2.30)  
avec pour notation complexe :  
 $\tilde{\epsilon_{1}} = \epsilon_{1}^{\prime} + i\epsilon_{1}^{\prime\prime}$ 

avec  $\epsilon_b$  la permittivité diélectrique non résonante associée à l'indice de réfraction de l'InGaAs ( $n_{op} \simeq 3.37$ ). L'indice de réfraction complexe du QW peut ensuite être directement déduit :

$$\tilde{n}_{QW} = \sqrt{\frac{\tilde{\epsilon_1}}{\epsilon_0}} \tag{2.31}$$

#### 2.3. SIMULATION DU SOA

Le facteur de Henry est défini par :

$$\alpha_h = -\frac{d\operatorname{Re}(\tilde{n}_{soa})/dN}{d\operatorname{Im}(\tilde{n}_{soa})/dN} = -\frac{dn'_{soa}/dN}{dn''_{soa}/dN}$$
(2.32)

L'indice effectif du SOA dépend non seulement de l'indice de réfraction du puits quantique  $(n_{QW})$  mais



FIGURE 2.11 – Schéma du diagramme de bande d'un amplificateur à puits quantique à hétérostructure à confinement séparé (SCH), présentant le transport de charge de la zone SCH vers le puits quantique

aussi de l'indice de l'InGaAsP ( $n_{SCH}$ ) (Fig.2.5b et 2.11). Le facteur de Henry se définissant comme le rapport entre la variation de  $\operatorname{Re}(\tilde{n})$  et  $\operatorname{Im}(\tilde{n})$ , cela revient à établir le rapport entre modulation de phase et d'amplitude dues à une variation de densité de charges ( $N_{QW}$ ) dans la partie active du SOA (ie le puits quantique). Les variations de l'indice de réfraction de la zone SCH par rapport à  $N_{QW}$  doivent donc être prises en compte dans le calcul du facteur de Henry, ce qui se fait par l'intermédiaire des équations bilan suivantes [5] :

$$\begin{cases} \frac{dN_B.V_{SCH}}{dt} = \frac{I}{q} - \frac{N_B.V_{SCH}}{\tau_r} - \frac{N_B.V_{SCH}}{\tau_{nb}} + \frac{N_{QW}.V_{QW}}{\tau_e} \\ \frac{dN_{QW}.V_{QW}}{dt} = \frac{N_B(V_{SCH})}{\tau_r} - \frac{N_{QW}.V_{QW}}{\tau_n} - \frac{N_{QW}}{\tau_{nr}} - \frac{N_{QW}V_{QW}}{\tau_e} - R_{stim} \end{cases}$$
(2.33)

Ces équations régissent l'évolution des charges totales dans la zone SCH et le QW.  $N_{QW}$  et  $N_B$  correspondent aux densités de porteurs respectives du QW et de la zone SCH.  $R_{stim}$  donne le taux de recominaison de porteurs par émission stimulée et  $N_{QW}/\tau_n$  correspond au taux d'émission spontanée dans le QW (dont le calcul sera détaillé dans un second temps).  $N_{QW}/\tau_{nr}$  donne le taux de recombinaison non radiative dans le QW,  $\tau_e$  donne le temps d'émission thermoionique associé à la barrière de potentiel entre le QW et le SCH (défini tel que :  $\tau_e = \sqrt{\frac{2\pi m_e^* w_{QW}^2}{kT}} exp\left(\frac{E_B}{kT}\right)$ , avec  $m_e^*$  la masse effective de l'électron dans le QW,  $k_b$  la constante de Boltzman, T la température et  $E_B$  la barrière de potentiel de la bande de conduction). La durée de transit des charges de la zone SCH vers le QW, dépend quant à elle du coefficient de diffusion des porteurs ( $D_n$  pour les électrons et  $D_p$  pour les trous) ainsi que de l'épaisseur de la zone SCH ( $w_{SCH}$ ) et se défini par :  $\tau_r = \frac{w_{SCH}^2}{4} \left(\frac{1}{D_n} + \frac{1}{D_p}\right)$ . Efin,  $\tau_{nb}$  donne le taux de recombinaison non-radiative dans la zone SCH. Sous conditions d'état stationnaire, l'équation donnant l'évolution de  $N_B$  dans le temps (eq2.33) devient :

$$\left(\frac{1}{\tau_r} + \frac{1}{\tau_{nb}}\right) V_{SCH} N_B = \frac{I}{q} + \frac{V_{QW} N_{QW}}{\tau_e}$$
après dérivation par rapport à I, on obtient :

$$\frac{\partial V_{SCH} N_B / \tau_b}{\partial I / q} = \frac{1 + \frac{\partial V_{QW} N_{QW}}{\partial I / q} \left(\frac{1}{\tau_e}\right)}{1 + \frac{\tau_{nb}}{\tau_r}}$$

ce qui donne :

$$\frac{\partial N_B}{\partial N_{QW}} \simeq \left(\frac{V_{QW}}{V_{SCH}}\right) \left(\frac{\tau_r}{\tau_e}\right) \left(\frac{\tau_{nb}}{\tau_{nb} + \tau_r}\right) 
= \left(\frac{V_{QW}}{V_{SCH}}\right) (\chi - 1) \left(\frac{\tau_{nb}}{\tau_{nb} + \tau_r}\right)$$
(2.34)

Afin de prendre en compte les effets d'échanges de charges entre la zone SCH et le QW, on définit désormais le facteur de Henry à partir de l'indice effectif  $\tilde{n}_{eff} = n'_{eff} + in''_{eff}$ :

$$\alpha_{h,eff} = \frac{\partial n'_{eff} / \partial N_{QW}}{\partial n''_{eff} / \partial N_{QW}}$$
(2.35)

La dérivée de l'indice de réfraction suivant la charge s'exprime alors par :

$$\begin{cases} \frac{\partial n'_{eff}}{\partial N_{QW}} = \Gamma_{xy} \frac{\partial n'_{QW}}{\partial N_{QW}} + (1 - \Gamma_{xy}) \frac{\partial N_B}{\partial N_{QW}} \frac{\partial n'_{SCH}}{\partial N_B} \\ \frac{\partial n''_{eff}}{\partial N_{QW}} = \Gamma_{xy} \frac{\partial n''_{QW}}{\partial N_{QW}} + (1 - \Gamma_{xy}) \frac{\partial N_B}{\partial N_{QW}} \frac{\partial n''_{SCH}}{\partial N_B} \simeq \Gamma_{xy} \frac{\partial n''_{QW}}{\partial N_{QW}} \end{cases}$$
(2.36)

qui prend en compte le facteur de confinement transverse  $\Gamma_{xy}$  et donc la répartition de la puissance optique guidée entre la zone SCH et le QW. L'expression de  $\partial n''_{eff}/\partial N_{QW}$  a été simplifiée en supposant l'apport de  $n''_{SCH}$  sur le gain optique total comme étant négigeable devant celui de  $n''_{QW}$ . L'équation 2.35, peut alors être réécrite sous la forme [6] :

$$\alpha_{h,eff} = \alpha_{h,QW} + \left(\frac{1}{\Gamma_{xy}} - 1\right) \left(\frac{V_{QW}}{V_{SCH}}\right) (\chi - 1) \left(\frac{\tau_{nb}}{\tau_{nb} + \tau_r}\right) \alpha_{SCH}$$

$$\begin{cases} \alpha_{h,QW} = \left(\frac{\partial n'_{QW}}{\partial N_{QW}}\right) / \left(\frac{\partial n''_{QW}}{\partial N_{QW}}\right) \\ \alpha_{h,SCH} = \left(\frac{\partial n'_{SCH}}{\partial N_B}\right) / \left(\frac{\partial n''_{QW}}{\partial N_{QW}}\right) \end{cases}$$
(2.37)
entry effect if ne dépend donc plus uniquement des propriétés matériaux mais aussi de

avec :

Le facteur de Henry effectif ne dépend donc plus uniquement des propriétés matériaux, mais aussi de  
la structure SCH de l'amplificateur. Le terme 
$$\partial n'_{SCH}/\partial N_B$$
 est déterminé à partir de la permittivité de  
l'InGaAsP. Cette dernière prend en compte les phénomènes de remplissage de bande, de réduction du  
gap et de l'effet plasma [7]-[9]. Le remplissage de bande permet de prendre en compte les variations  
de gain suivant la longueur d'onde en fonction du niveau de remplissage des bandes de valence et de  
conduction. Par ailleurs, lorsque la concentration de porteurs devient conséquente, un effet d'écrantage  
issu de l'intéraction Coulombienne des électrons [7] a pour effet de réduire l'énergie des électrons.  
Le gap du matériaux vient alors à diminuer dans le cas d'un courant d'injection et/ou d'un dopage  
suffisamment important. Enfin l'absorption inter-bande (aussi appelé effet Plasma [7], [9]) a été pris  
en compte dans le calcul de  $\epsilon''_{InGaAsP}$ . Ces différentes contributions ont été déterminées en suivant  
l'approche proposée par Henry [9] et Bennett [7] sous hypothèse d'un diagramme de bande parabolique.  
La relation de Kramer-Kronig permet ensuite de retrouver  $\epsilon'_{InGaAsP}$  pour une densité de porteurs  $N_B$   
donnée. En réitérant le procédé pour différentes tensions appliquées ( $V_a = F_c - F_v$ ) sur la double  
hétérojonction, on peut déterminer l'évolution de  $\epsilon'_{InGaAsP}$  avec  $N_B$  et ainsi en déduire  $\partial n'_{SCH}/\partial N_B$ .

#### 2.3. SIMULATION DU SOA

Afin d'établir la relation entre facteur de Henry et courant d'injection du SOA, il nous faut relier le courant d'injection  $(I_{soa})$  à la densité de porteurs dans le puits quantique  $(N_{QW})$ . Nous supposerons la densité de porteurs de  $N_{QW}$  connue à partir duquel nous chercherons à déterminer le courant  $I_{soa}$ associé. L'équation de bilan des charges dans le SCH et le QW peut être interprété en terme de courant de la manière suivante [6] :

$$\begin{cases}
=I_{QW}/qV_{SCH} = I_{SCH}/qV_{SCH} \\
\frac{dN_B}{dt} = \frac{I}{qV_{SCH}} - \underbrace{N_B}{\tau_r} - \underbrace{N_B}{\tau_{nr}} + \underbrace{N_{QW}\frac{V_{QW}}{V_{SCH}}}_{\tau_e} \\
\frac{dN_{QW}}{dt} = \underbrace{N_B}{\tau_r}\frac{V_{SCH}}{V_{QW}} - \underbrace{N_{QW}}{\tau_{nr}} - \underbrace{N_{QW}}{\tau_{nr}} - \underbrace{N_{QW}}{\tau_e} - \underbrace{N_{QW}}{\tau_n} - R_{stim} \\
=I_{QW}/qV_{QW} = \underbrace{N_B}{\tau_r}\frac{V_{QW}}{V_{QW}} - \underbrace{N_{QW}}{\tau_{nr}} - \underbrace{N_{QW}}{\tau_e} - \underbrace{N_{QW}}{\tau_n} - R_{stim}
\end{cases}$$
(2.38)

où l'on définit  $R_{spon}$  et  $R_{stim}$  les taux de recombinaisons spontanées et stimulées,  $I_{QW}$  le courant injecté dans le puits quantique,  $I_e$  le courant thermoionique (fuite de charges du puits quantique vers le SCH) et  $I_{SCH}$  le courant de fuite par recombinaison de porteurs dans la zone SCH.  $N_{QW}$  étant connue, les quasi-niveaux de Fermi  $F_v$  et  $F_c$  peuvent être déterminés ainsi que  $R_{stim}$  et  $R_{spon}$ . L'équation bilan des charges dans le puits quantique à l'état stationnaire, nous permet alors de déterminer  $I_{QW}$  et I:

$$\begin{cases} I = I_{QW} + I_{SCH} - I_e \\ I_{QW} = q(R_{spon} + R_{stim} + R_{nr})V_{QW} + I_e \end{cases}$$
(2.39)

Les termes de courants thermoioniques s'annulant, on obtient :

$$I = q(R_{spon} + R_{stim} + R_{nr})V_{QW} + I_{SCH}$$

Nous nous sommes pour l'instant uniquement intéressés aux échanges de charges dans la zone active de la double hétérojonction. Le courant de fuite de la zone active (InGaAsP) vers le manteau (InP) doit aussi être pris en compte. Dans le cas où le contact ohmique est établi à une distance inférieure à la longueur de diffusion des porteurs minoritaires  $L_n$ ,  $L_p$  des couches InP- $p^+$  et InP-n (ie  $W_p \ll L_n$  et  $W_n \ll L_p$ ), le courant de fuite total issu de la diffusion des porteurs minoritaires dans les zone InP- $p^+$ , InP-n est donné par ([4]) :

$$I_{leakage} = d_{soa}L_{soa} \left[ \frac{D_n N_p}{L_N \tanh(W_p/L_N)} + \frac{D_p P_N}{L_p \tanh(W_N/L_p)} \right]$$

avec :

$$\begin{cases} N_p \simeq N_c e^{(F_N - E_{cP})/k_b T}, N_c = 2 \left(\frac{m_e^* k_b T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \\ P_N \simeq N_v e^{(E_{vN} - F_P)/k_b T}, N_v = 2 \left(\frac{k_b T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} (m_{hh}^{3/2} + m_{lh}^{3/2}) \end{cases}$$
(2.40)

les densités de porteurs minoritaires dans les zones  $InP-p^+$  et InP-n. Le courant d'injection du SOA pour une densité de charge  $N_{QW}$  donnée est donc égale à :

$$I_{soa} = q(R_{spon} + R_{stim} + R_{nr})V_{QW} + I_{SCH} + I_{leakage}$$

Les termes de recombinaison  $(R_{spon}, R_{stim}, R_{nr})$  et de courant  $(I_{SCH})$  dépendent directement de  $N_{QW}$ . Le courant de fuite  $I_{leakage}$  tout comme  $N_{QW}$  sont tous deux déterminés par la différence des quasiniveaux de Fermi  $F_c - F_v$ , autrement dit : ils dépendent de la tension appliquée sur l'hétérojonction. Il est donc plus pertinent d'établir la relation entre  $I_{soa}$  et  $F_c - F_v$  plutôt que  $N_{QW}$ . Fig.2.12 donne la courbe  $I_{soa}(F_c - F_v)$  simulée, en accord avec la datasheet du constructeur (qui indique une tension de 1.3 V pour courant d'injection de 600 mA). La relation courant d'injection  $I_{soa}$  et  $N_{QW}$  étant établie,



FIGURE 2.12 – Résultat de simulation du SOA QW-InP/InGaAsP donnant l'évolution du courant d'injection  $I_{soa}$  suivant la tension appliquée sur l'hétérojonction :  $V_a = F_c - F_v$ 



FIGURE 2.13 – Comparaison des mesures avec les simulations de l'ESA du SOA. a) Évolution du maximum de puissance d'ESA ainsi que la longueur d'onde associée. Les marqueurs ronds indiquent les points de mesure obtenus expérimentalement et les croix les résultats de simulation obtenus. b) Spectre d'ESA mesuré (bleu) et simulé (orange) pour  $I_{SOA} = 600 \ mA$ 

on obtient finalement l'évolution du facteur de Henry suivant  $I_{soa}$  et  $\lambda$  (Fig.2.14). Il en ressort qu'un faible courant d'injection ( $I_{soa} < 150$  mA) permet de réduire la valeur de  $\alpha_h$ . Au-delà d'une valeur seuil ( $I_{seuil_{\lambda=1550nm}} = 120$  mA), on rentre dans une zone de linéarité pour laquelle le facteur de Henry augmente proportionellement au courant. Le facteur de Henry devient alors un paramètre facilement ajustable suivant l'intervalle de valeurs offertes par cette zone de linéarité. Un autre fait marquant est que  $\alpha_h$  augmente avec la longueur d'onde. De ce fait le choix de la longueur d'onde de travail permet de fixer la valeur minimale de  $\alpha_h$  accessible qui peut par la suite être augmentée au besoin en jouant sur le courant d'injection.

Afin d'assurer la conformité des mesures avec le modèle, l'évolution suivant  $I_{SOA}$  du gain petit signal du mode TE à 1550 nm et le maximum de puissance d'émission amplifiée spontanée (ESA) ainsi que la longueur d'onde de ce maximum sont présentés Fig.2.13. Le calcul de l'ESA reprend la formule du gain (eq.2.29) et change la probabilité (fc - fv) permettant le calcul gain issu de l'inversion de population des porteurs, par fc(1 - fv) permettant de calculer la propabilité de transition spontanée de la bande de conduction vers la bande de valence (émettant un photon non cohérent avec le signal incident, définissant ainsi l'émission spontanée). L'émission spontanée par unité de longueur (ESA) est



FIGURE 2.14 – a)Évolution de  $\alpha_h$  suivant  $I_{soa}$  simulée et mesurée pour  $\lambda = 1550$  nm. b) Évolution de  $\alpha_h$  suivant  $\lambda$  pour trois valeurs de courant d'injection. On observe alors une accentuation du facteur de Henry avec  $\lambda$  et à mesure que  $I_{soa}$  augmente.

donnée par :

$$ESA = (\hbar\delta\omega_{res})(d_{QW}w_{QW})(\frac{n_{op}^{2}(\hbar\omega)^{2}}{\pi^{2}\hbar^{3}c^{2}})\frac{q^{2}}{n_{op}c\epsilon_{0}m_{0}^{2}\omega}2\sum_{\sigma,n,m}\int_{0}^{\infty}\left(\frac{q}{m_{0}}\right)^{2}(M_{n,m}^{\sigma})^{2}\frac{\frac{\Gamma}{2}}{(E_{hm}^{en}-\hbar\omega_{opt})^{2}+(\frac{\Gamma}{2})^{2}}$$

$$f_{c}(1-f_{v})\frac{k_{t}}{2\pi}dk_{t}$$
(2.41)

 $\hbar \delta \omega_{res}$  permet de passer de la densité de puissance (DSP) au spectre optique et dépend donc de la résolution du spectre optique choisie :  $\delta \omega_{res}$  (fixée suivant la résolution de l'OSA  $\simeq 0.02 nm$ ).

Le terme de saturation présent dans l'expression du gain2.29 a été ici négligé du fait que le spectre d'émission spontanée a été mesuré expérimentalement sans signal d'entrée. On se place ainsi sous des conditions petit signal d'amplification. L'ESA a été simulée par intégration de l'équation de propagation de la puissance optique sur  $L_{soa}$ . On obtient ainsi les spectres ESA (Fig.2.13) selon  $\lambda$  et l'évolution du maximum de puissance suivant  $I_{SOA}$ . Les différences observées (Fig.2.13a) sont issues du choix de la fonction d'élargissement (ici considéré comme Lorentzienne). Des fonctions d'élargissement basées sur des relations semi-empiriques ([2]) ont été proposées dans la littérature, permettant de corriger ces différences sous condition d'adapter les paramètres au cas expérimental considéré.

## 2.3.2 Modélisation du SOA pour la simulation du COEO

L'impact du SOA sur l'enveloppe lentement variable du champ optique circulant dans la cavité optique du COEO peut être déterminé à partir de l'équation de propagation [4] :

$$\frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial z^2} = \frac{1}{c} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \tilde{\epsilon}_r A(z,t)$$
(2.42)

avec *c* la vitesse de la lumière dans le vide et  $\tilde{\epsilon}_r = \epsilon_b + \tilde{\epsilon}_{1,r}$  la permittivité relative effective du SOA, composé de la permittivité du matériau hôte (*InGaAs*):  $\epsilon_r = n_{op}^2$ , ainsi que la permittivité relative issue de l'injection de porteurs libres  $\tilde{\epsilon}_{1,r} = \tilde{\epsilon}_1/\epsilon_0$  (eq.2.31). Sous hypothèse d'enveloppe lentement variable, on obtient :

$$\frac{2i\omega}{c^2}\tilde{\epsilon}_r\frac{\partial A(t)}{\partial t} = -\left(\frac{\omega^2}{c^2}\tilde{\epsilon}_r - k^2\right)A(t)$$
(2.43)

L'indice de réfraction  $\tilde{n}_{eff}$  étant lié à la permittivité relative  $\tilde{\epsilon}_r$  par :

$$\sqrt{\tilde{\epsilon}_r} = \tilde{n}_{eff} = n_{op} + n'_{eff} + i n''_{eff}$$
(2.44)

on détermine les constantes de propagation :

$$\frac{\omega}{c}\sqrt{\tilde{\epsilon}_r} = \frac{\omega}{c}(n_{op} + n'_{eff}) + i\frac{\omega}{c}n''_{eff}$$

$$k = \frac{\omega}{c}n_{op}, \ \frac{1}{2}g_z = -\frac{\omega}{c}n''_{eff}$$
(2.45)

avec  $g_z$  le gain perçu par unité de longueur de SOA. L'indice de réfraction du milieu hôte étant bien supérieur à celui issu de l'injection de porteur  $(n_{op} \gg n'_{eff})$ , la permettivité relative devient :

$$\tilde{\epsilon}_r = (n_{op} + \Delta n'_{eff} + i\Delta n''_{eff})^2 \simeq n_{op}^2 + 2in_{op}\Delta n''_{eff}(1 - i\alpha_h)$$
(2.46)

avec  $\alpha_h$  le facteur de Henry défini par :

$$\alpha_h = \frac{\Delta n'_{eff}}{\Delta n''_{eff}} \tag{2.47}$$

On obtient alors :

$$\frac{\partial A}{\partial t} = -\frac{\omega}{n_{op}} n'_{eff} (1 - i\alpha_h) A(t)$$

$$\frac{1}{2} g_z v_g (1 - i\alpha_h) A(t) = \frac{1}{2} g (1 - i\alpha_h)$$
(2.48)

avec  $v_g = c/n_{op}$  la vitesse de groupe et  $g = g_z v_g$  le gain perçu par unité de temps. Le gain par unité de temps peut donc être exprimé à partir de l'expression de  $g_z$  (2.45) de sorte à obtenir [9], [10] :

$$g = g_z v_g = -2\frac{\omega}{c} \Delta n_{eff}^{\prime\prime} \frac{c}{n_{op}} \simeq \omega \frac{\Delta \chi_{eff}^{\prime\prime}}{n_{op}^2}$$
(2.49)

avec  $\Delta \tilde{\chi}_{eff}$  la susceptibilité effective du SOA telle que  $\Delta \tilde{\chi}_{eff} = \Delta \tilde{\epsilon} / \epsilon_0 - 1$  et donc que  $\Delta n''_{eff} = \frac{\Delta \tilde{\chi}_{eff}}{2n_{op}}$ . On obtient alors le système d'équation pour un  $k_t$  et une position z donnée [11] :

$$\begin{cases} \frac{\partial A(z,t)}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial A(z,t)}{\partial t} + g_z A(z,t) \\ \frac{\partial \tilde{P}(z,t)}{\partial t} + \left[\frac{1}{T_2} - i(\omega - \omega_a)\right] \tilde{P}(z,t) = i \frac{\mu A(z,t)}{\hbar} \Delta N(z,t) \\ \frac{\partial \Delta N(z,t)}{\partial t} = -\frac{\Delta N(z,t) - \Delta N_0}{T_1} - \frac{1}{\hbar} \operatorname{Im}(\tilde{P}^*A) \end{cases}$$
(2.50)

avec  $\tilde{P}$  la polarisation du milieu amplificateur telle que  $\tilde{P}(z,t) = \epsilon_0 \Delta \tilde{\chi}(z,t) A(z,t)$ ,  $\Delta N(z,t)$  la densité de porteurs à la position z, dont le temps de recouvrement est donné par  $T_1$  et dont la densité de porteur à l'équilibre thermique en l'absence de champ optique est donné par  $\Delta N_0$ . Enfin  $\mu$  désigne le moment dipolaire du milieu amplificateur et  $\omega_a$  la résonance du milieu amplificateur associée au vecteur d'onde  $k_t$  considéré [10]. En supposant que  $T_2 \ll T_1$ , on obtient  $\frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} \simeq 0$  et l'équation de polarisation donne lieu à la fonction Lorentzienne présentée eq.(2.29), que l'on réexprime ici sous la forme :

$$\tilde{P}(z,t) = \left[\frac{\mu}{\hbar} \frac{1}{(\omega - \omega_a) - i\frac{1}{T_2}}\right] \Delta N(z,t) A(z,t) = \epsilon_0 \Delta \tilde{\chi}_{eff} A(z,t)$$
(2.51)

Le gain perçu par l'impulsion peut ensuite être déduit à partir de l'eq.(2.49) sous la forme :

$$g_z A(z,t) = -2\frac{\omega}{c} \Delta n''_{eff} = -\frac{\omega}{c} \frac{\Delta \tilde{\chi}_{eff}}{n_{op}} A(zt) = \frac{\omega}{c\epsilon_0} \tilde{P}$$
(2.52)

En multipliant l'équation de densité de porteurs par le facteur :

$$\kappa = \frac{\omega}{c} \frac{\mu}{\hbar\epsilon_0} \frac{1}{(\omega - \omega_a) - i\frac{1}{T_2}}$$
(2.53)

on obtient alors l'évolution du gain perçu par l'impulsion issue de la résonance associée au vecteur d'onde  $k_t$ :

$$\frac{\partial \tilde{g}_z(k_t, z, t)}{\partial t} = -\frac{\tilde{g}_z - \tilde{g}_{0,z}}{T_1} - \frac{\mu}{\hbar} \kappa \Delta N(z, t) |A(z, t)|^2 = \frac{\tilde{g}_{0,z} - \tilde{g}_z}{T_1} - \tilde{g}_z \frac{P_{opt}(z, t, \omega)}{E_{sat}(k_t)}$$
(2.54)

avec  $P_{opt}$  le puissance optique définie à partir de la section transverse du SOA ( $S_{SOA}$ ) telle que  $P_{opt} = \frac{1}{2}c\epsilon_0 n_{op}|A|^2 S_{soa}$ . Le gain total est ensuite obtenu en sommant l'ensemble des contributions suivant  $k_t$ :

$$g_z(z,t) = \int \tilde{g}_z(k_t, z, t) dk_t$$
(2.55)

On obtient alors le système :

$$\begin{cases} \frac{\partial A(z,t)}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial A(z,t)}{\partial t} + g_z A(z,t) \\ \frac{\partial g(z,t)}{\partial t} = \int \frac{\tilde{g}_{0,z} - \tilde{g}_z}{T_1} dk_t - \int \frac{\tilde{g}_z}{E_{sat}(k_t)} P_{opt}(z,t,\omega) dk_t = \frac{g_{0,z} - g_z}{T_1} - g_z \frac{P_{opt}(z,t)}{E_{sat,z}(k_t)} \end{cases}$$
(2.56)

Ce système est ensuite intégré suivant z de sorte à obtenir le signal de sortie. La modélisation exacte de l'amplification apportée par le SOA reste cependant lourde à mettre en oeuvre et allonge la durée de simulation du COEO. Les largeurs de peignes étudiées étant faibles par rapport à la largeur des transitions opérant dans le semi-conducteur ( $T_1 \ll T_2$ ), les effets de dispersion de gain sur l'amplification du signal restent négligeables. L'amplification peut donc être étudiée à partir de l'approximation d'une enveloppe lentement variable. Par conséquent, les propriétés de saturation ( $P_{sat}$ ) du temps de recouvrement du gain  $\tau_c$ , du facteur de Henry  $\alpha_h$  ainsi que le gain petit signal  $g_0$ , sont alors déterminéthermïonique s à partir de l'amplification d'un laser continu. Les résultats de simulation présentés précédemment ont donc été obtenus à partir du modèle exacte du SOA, permettant de déterminer ses valeurs de paramètres caractériques ( $g_0$ ,  $P_{sat}$ ,  $\tau_c$  et  $\alpha_h$ ) suivant la longueur d'onde et le courant d'injection, obtenues par intégration suivant z de eq.(2.56). Ces paramètres caractérisant le comportement du SOA nous permettent de nous affranchir de la variable spatiale z. L'évolution du gain intégral ainsi obtenu est alors donnée par [12] :

$$\frac{\partial g(t)}{\partial t} = \frac{g_0 - g}{\tau_c} - g \frac{|A(t)|^2}{E_{sat}}$$
(2.57)

L'état stationnaire du gain soumis à un train d'impulsion est ensuite obtenu pour un temps d'intégration  $t_{int} > 10\tau_c$  à partir d'une résolution numérique Runge-Kutta 45.

Ces résultats nous permettent donc de valider le modèle numérique proposé que l'on pourra par la suite exploiter en vue d'ajuster les paramètres du SOA pour la simulation du COEO suivant la configuration choisie (courant d'injection du SOA, longueur d'onde centrale du filtre optique passe-bande, ...). Le SOA étant la source des non-linéarités les plus importantes dans notre système, cette étape de modélisation présentait donc un intéret tout particulier en vue de quantifier l'impact du courant d'injection du SOA sur la dynamique du COEO. Il en ressort que le courant d'injection réduit le temps de recouvrement du gain et accentue le facteur de Henry du SOA. Le comportement non-linéarire du SOA sera donc d'autant plus accentué que le courant d'injection sera élevé. Par ailleurs, la valeur de  $\alpha_h$  peut être ajustée par le choix de la longueur d'onde porteuse ainsi que le courant d'injection. La recherche d'un facteur de Henry important favorise le choix de travailler vers les grandes longueurs d'onde dans la bande de gain du SOA ou, à l'inverse, vers les faibles longueurs d'onde si son effet nécessite d'être minimisé.

$QW(In_xGa_{1-x}As), x=0.435$								
$d_{QW}\left(\mu m ight)$	6.85	$w_{QW}\left( nm ight)$	17.3	$L_{QW} (\mu m)$	180			
$ au_e (ps)$	92.57	$ au_r \ (ps)$	16.35	$\chi$	1.17			
$\tau_{c,I_{soa}=600\ mA}\ (ps)$	150	$\Gamma_{xy}$	0.03	$N_{QW}$	3			
$PER_{I_{soa}=600\ mA}\ (dB)$	18	$G_{TE,I_{soa}=600\ mA} \left( dB \right)$	25	$G_{TM,I_{soa}=600\ mA}\left(dB\right)$	9			
$\Gamma (meV)$	41.4	$T_2 (ps)$	0.1	$n_{op}$	3.53			
$A(cm^3)$	$1.5 \times 10^{-17}$	$B\left( cm^{3}/s ight)$	$0.8 \times 10^{-10}$	$C\left( cm^{6}/s ight)$	$3.5 \times 10^{-30}$			
SCH (InGaAsP) sur InP								
$d_{SCH} (\mu m)$	6.85	$w_{SCH} (nm)$	576.67	$L_{SCH} (\mu m)$	180			
$ au_{nb} (ns)$	5	$D_n \left( cm^2/s \right)$	101.69	$D_p \left( cm^2/s \right)$	4.06			
$L_n \ (\mu m)$	7.13	$L_p \ (\mu m)$	1.41	$E_B \ (meV)$	157.32			
$m_{e}^{st}\left(m_{0} ight)$	0.064	$m_{lh}^{st}\left(m_{0} ight)$	0.086	$m_{hh}~(m_0)$	0.51			
T(K)	295	$V_{SCH} (cm^{-3})$	$2.13 \times 10^{-9}$	$V_{QW} \ (cm^{-3})$	$6.39 \times 10^{-11}$			

TABLE 2.1 – Paramètres de simulation du SOA à multi-puits quantiques.

# 2.4 Les modulateurs électro-optiques

Le couplage entre le laser à verrouillage de modes et l'oscillateur opto-électronique est assuré par un modulateur électro-optique d'amplitude ou de phase qui exploite l'effet Pockels de cristaux non centro-symétriques qui permet de modifier l'indice de réfraction par application d'un champ électrique basse fréquence par rapport au domaine optique. Cela vient donc modifier la propagation du signal optique dans le cristal, que l'on caractérise usuellement par une ellipsoïde des indices de réfraction. Les modulateurs les plus courants sont fait à partir de LiNbO<sub>3</sub> dont le tenseur de permittivité est donné par [13] :

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \begin{bmatrix} n_o^2 - n_o^4 r_{13}\xi_m & 0 & 0\\ 0 & n_o^2 - n_o^4 r_{13}\xi_m & 0\\ 0 & 0 & n_e^2 - n_e^4 r_{33}\xi_m \end{bmatrix}$$
(2.58)

avec  $\xi_m$  le champ électrique externe appliqué sur le cristal  $n_0$  l'indice de réfraction ordinaire,  $n_e$  l'indice de réfraction extraordinaire,  $r_{13}$  et  $r_{33}$  les coefficients électro-optique du LiNbO<sub>3</sub>. Les coefficients  $r_{i,j}$ permettent de calculer les variations de l'indice de réfraction perçu par un signal optique polarisé suivant la direction *i* lorsque le cristal LiNbO<sub>3</sub> est exposé à un champ électrique RF dans la direction *j* (avec  $i, j \in \{x, y, z\}$ ). Dans le cas du LiNbO<sub>3</sub>, l'effet electro-optique est obtenu lorsque le  $\xi_m$  est appliqué suivant la direction z du cristal (i = 3). L'indice de réfraction peut ainsi être modulé à la fréquence RF de  $\xi_m$  produisant une modulation de phase du signal optique incident. Cette modulation de phase peut ensuite être exploitée dans un interféromètre Mach-Zehnder (MZM) afin d'obtenir une modulation en amplitude.

# 2.4.1 L'interféromètre MZM

Le MZM est composé d'un coupleur 50 : 50, qui permet de séparer le signal optique incident suivant deux branches en parallèle sur lesquelles est appliqué le champ modulant RF :  $\xi_m$ . Le champ électrique appliqué est de direction opposée sur chacune des deux branches (Fig.2.15) ce qui permet d'obtenir une modulation d'amplitude une fois les deux signaux recombinés à la sortie du MZM. Les modulateurs MZM se distinguent suivant le plan de coupe du cristal. Dans le cas d'un MZM z-cut, les guides d'onde optique sont placés en-dessous de la piste centrale, ce qui permet d'appliquer le champ  $\xi_m$  suivant la direction z du cristal.  $\xi_m$  se couple alors avec le mode de propagation TM du guide d'onde optique. Dans le cas d'un MZM-xcut, la direction z est parallèle à la surface du wafer et le cristal est coupé suivant la direction x. Les deux guides d'onde sont intercalés entre trois électrodes séparées d'une distance d dont la piste centrale est polarisée par le signal RF modulant et les deux pistes externes étant reliées à la masse. Ceci permet au champ électrique appliqué d'être aligné suivant la direction z du cristal.  $\xi_m$ 



se couple alors au mode TE du guide d'onde optique. La modulation par interférence consiste à induire

FIGURE 2.15 – Vue en coupe d'un MZM : a) z-cut b) x-cut [14]

un déphasage entre les deux branches du MZM d'une longueur L puis de les recombiner afin d'obtenir la modulation d'amplitude recherchée. Considérons le champ optique de l'une des deux branches du MZM, de polarisation suivant z et se propageant suivant y (de constante de propagation  $k_{zy}$ ):

$$E_{z1} = \frac{1}{2}A_{z1}exp(j(\omega t - k_{zy}y))$$

L'équation de propagation de l'enveloppe donnant l'évolution de l'amplitude  $A_z$  le long de la branche de longueur L est donnée par :

$$\frac{\partial A_{z1}}{\partial y} + \frac{n_e}{c} \frac{\partial A_{z1}}{\partial t} = j \frac{n_e^3 \omega r_{33} \xi_m}{2c} A_{z1}$$

et a pour solution :

$$\hat{A}_{z1}(z,t) = A_{z1i}exp(j\delta_{me}cos(\omega_m t - \phi_{me}))$$
avec :
$$\phi_{me} = \left(\frac{k_m}{2} + \frac{\omega_m n_e}{2c}\right)L$$

$$\delta_{me} = \frac{n_e^3 \omega r_{33} \xi_0 L}{2c} \frac{sin\{\left[(\omega_m n_e/2c) - (k_m/2)\right]L\}}{\left[(\omega_m n_e/2c) - (k_m/2)\right]L}$$

$$\xi_m = \frac{V_{bias}}{d} + \xi_0 \cos(\omega_m t) = \frac{V_{bias}}{d} + \frac{V_0}{d} \cos(\omega_m t)$$
(2.59)

On obtient donc en sortie de la branche :

$$E_{z1} = \frac{1}{2} A_{z1i} exp\{j[\omega t - \frac{\omega}{c}(n_e - \frac{1}{2}n_e^3 r_{33} \frac{V_{bias}}{d})L + \delta_{me} \cos(\omega_m t - \phi_{me})]\}$$
(2.60)

La superposition des deux champs nous donne donc :

$$E_{z,out} = E_{z1} + E_{z2} = \frac{1}{2} A_{zi} exp(j\omega t).$$

$$(exp\{-j[k_{zy1}L - \delta_{me}cos(\omega_m t - \phi_{me}) + \frac{\omega}{c} \frac{1}{2} n_e^3 r_{33} \frac{V_{bias}}{d} L]\}$$

$$+ exp\{-j[k_{zy2}L + \delta_{me}cos(\omega_m t - \phi_{me}) + \frac{\omega}{c} \frac{1}{2} n_e^3 r_{33}(-\frac{V_{bias}}{d})L]\})$$
(2.61)

Étant donné que les deux branches sont exposées à des champs de direction opposée, celà signifie que les deux branches induisent une même valeur de déphasage de signe opposé ie  $\Delta \phi_1 = -\Delta \phi_2$  (avec  $\Delta \phi_1$  le déphasage induit sur la 1<sup>re</sup> branche et  $\Delta \phi_2$  le déphasage induit sur la seconde). Le déphasage total induit par effet Pockels est donc donnée par [13] :

$$\Delta\phi(fm) = \frac{\omega}{c} n_e^3 r_{33} \eta \frac{V_{DC}}{d} L$$



FIGURE 2.16 - Vue de dessus d'un MZM x-cut avec une popagation optique suivant y [13]

où l'on a introduit  $\eta$  le coefficient de recouvrement entre le champ électrique et optique [15] :

$$\eta = \frac{d}{V_0} \frac{\int E_m |E_{opt}|^2 dS}{\int |E_{opt}|^2 dS}$$

avec  $E_m$  et  $E_{opt}$  les champs micro-onde et optiques.  $\Delta\phi$  correspond donc au déphasage entre les deux branches dont leur indice de réfraction a été modifié par le champ électrique appliqué. Si l'on néglige l'écart d'indice entre  $n_m$  et  $n_e$  (ie  $\delta = 0$ ), on peut définir la tension  $V_{\pi} = \frac{\lambda d}{2n_e^2 r_{33}L\eta}$  pour laquelle les champs optiques des deux branches se retrouvent en opposition de phase en sortie de MZM (et donc que les champ optiques ont été déphasés de  $\pm \pi/2$  sur chacune des deux branches). On se trouve alors sous condition d'extinction du signal de sortie. La bande passante du MZM quant à elle résulte de l'écart de vitesse de propagation entre l'onde RF et optique à mesure que  $f_m$  augmente et que l'écart entre leur indice de réfraction respectif ( $n_m$  et  $n_e$ ) augmente. Ce décalage induit une réduction de l'amplitude de modulation de phase  $\phi_{me}$  due à la différence d'indice  $n_m$  et  $n_e$ :

$$\delta\phi_{me} \propto \frac{\sin\{\left[\frac{\omega_m}{2c}(n_e - n_m)\right)]L\}}{\left[\frac{\omega_m}{2c}(n_e - n_m)\right]L}$$
(2.62)

Par conséquent, au-delà d'une fréquence de modulation donnée, l'efficacité de modulation du MZM se voit réduite. On peut alors définir une bande passante du MZM issue de la différence de vitesse de phase de l'onde RF et de vitesse de groupe optique [13], [15] :

$$BW = \frac{c}{\pi (n_m - n_e)2I}$$

La bande-passante est aussi affectée par l'accentuation des pertes diélectriques lorsque l'on augmente la fréquence de modulation. L'onde RF atténuée se propageant le long d'une branche du MZM peut s'écrire :

$$V(z) = V_0 e^{-\alpha (f_m)y} sin(k_m y - \omega_m t)$$

avec  $\alpha(f_m)$  les pertes RF par propagation. L'atténuation de l'onde RF a pour conséquence de réduire la longueur effective L de recouvrement entre l'onde optique et RF sur chacune des branches de l'interféromètre et donc réduit l'efficacité de modulation du MZM. L'équation (2.62) prenant en compte les effets du décalage d'indice de réfraction avec la fréquence, peut alors être complétée en incorporant les pertes de porpagation RF sous la forme [15] :

$$\Delta\phi(fm) \propto e^{-\frac{\alpha(fm)L}{2}} \sqrt{\frac{\sinh^2\left(\frac{\alpha L}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\omega_m(n_m - n_e)/cL}{2}\right)}{\left(\frac{\alpha(fm)L}{2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_m(n_m - n_e)/cL}{2}\right)^2}}$$

Deux critères sont à prendre en compte dans le choix du modulateur. Le premier concerne la bande passante RF, qui doit être la plus élevée possible afin de permettre une montée en fréquence d'oscillation

du COEO. La seconde concerne le  $V_{\pi}$  du modulateur, qui va imposer le niveau de puissance RF minimal nécessaire pour une modulation d'amplitude efficace. Un  $V_{\pi}$  plus élevé imposera donc une puissance RF à l'état stationnaire plus importante. Cela conditionnera le choix de l'ampli RF du COEO dont le gain petit signal et une puissance de saturation doivent être adaptés au  $V_{\pi}$  du modulateur utilisé. Le choix entre un MZM x-cut et z-cut porte donc sur l'efficacité de recouvrement entre  $\xi_m$  et  $E_z$  permettant la réduction du  $V_{\pi}$  recherchée. Une configuration z-cut permet de favoriser ce recouvrement et a pour conséquence de réduire le  $V_{\pi}$  grâce à une meilleure efficacité de modulation. Cependant, la position des électrodes dans une configuration z-cut, (Fig.2.15) induit une dissymétrie entre les deux guides d'ondes optiques exposant ce type de modulateur à une modulation de phase issue du déséquilibre entre les deux branches. Ceci rend le modulateur sensible aux fluctuations environnementales dégradant la stabilité de la modulation d'amplitude. La modulation de phase issue de ce déséquilibre imposera donc sur le signal optique de sortie un chirp résiduel [14]-[16]. Un MZM x-cut de par sa symétrie présente deux branches parfaitement équilibrées et de ce fait supprime le chirp résiduel observé pour le z-cut. Le recouvrement des champs  $\xi_m$  et  $E_z$  reste cependant moins important qu'un MZM z-cut, menant à un  $V_{\pi}$  plus élevé. Il y a donc un compromis entre l'efficacité de modulation apportée par un MZM z-cut et la stabilité de la modulation d'amplitude du MZM x-cut. Dans le cas du COEO, un modulateur z-cut a été choisi en vue de réduire le gain de boucle RF nécessaire pour que l'oscillation s'établisse. La modulation de phase résiduelle restant négligeable devant la modulation d'amplitude, celle-ci ne pose pas de problème concernant les conditions d'oscillation du COEO. Reste qu'elle peut constituer une éventuelle source d'instabilité du système.

Le signal de modulation perçu par le signal optique à l'issue de la traversée du MZM est donné par l'expression :

$$AM(t) = \cos(\frac{\pi}{2V_{\pi}}(V_{bias} + V_0\cos(\omega_m t - \phi_{me})))$$

menant à la décomposition en série de Bessel :

$$AM(t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \frac{j^p}{2} J_p\left(\frac{\pi}{2V_{\pi}}V_0\right) \left(e^{j\phi_{bias}} + (-1)^p e^{-j\phi_{bias}}\right) e^{-jp\phi_{me}} e^{jp\omega_m t}$$
(2.63)

avec  $\phi_{bias} = \frac{\pi}{2V_{\pi}}V_{bias}$ . La composante fondamentale de ce signal de modulation est donc donnée par :

$$\tilde{AM}(\omega_{RF} = \omega_m) = -J_1\left(\frac{\pi}{2V_{\pi}}V_0\right)\sin\left(\frac{\pi}{2V_{\pi}}V_{bias}\right)e^{-j\phi_{me}}$$

Ainsi, les composantes latérales générées par modulation d'amplitude dépendent non seulement du rapport  $\frac{\pi}{2V_{\pi}}V_0$  mais aussi du rapport entre  $V_{\pi}$  et  $V_{bias}$ :  $\frac{\pi}{2V_{\pi}}V_{bias}$ . Les effets de température sur la modulation d'amplitude sont donc accrues dans le cas du MZM par rapport au modulateur de phase. Les pertes optiques statiques perçues par la porteuse sont données par :

$$\tilde{AM}(\omega_{RF}=0) = J_0\left(\frac{\pi}{2V_{\pi}}V_0\right)\cos\left(\frac{\pi}{2V_{\pi}}V_{bias}\right)$$

Pour  $V_{bias} = V_{\pi}$ , on obtient alors un maximum de puissance sur les bandes latérales avec des pertes optiques statiques maximisées  $(\tilde{AM}(\omega_{RF} = 0)|_{V_{bias}=V_{\pi}} = 0)$ , ce qui revient à une modulation avec annulation de porteuse. Ce compromis entre efficacité de modulation et pertes statiques mène le plus souvent au choix :  $V_{bias} = V_{\pi}/2$ , qui permet d'obtenir une modulation efficace tout en réduisant les pertes optiques (les deux types de modulateurs présentant des pertes d'insertion (~ 5 dB) auxquelles s'ajoutent 3 dB dans le cas du MZM polarisé à  $V_{\pi}/2$ ). Les pertes optiques sont donc elles aussi sujettes aux variations de  $V_{\pi}$  issues des fluctuations de température et nécessitent le plus souvent un asservissement du MZM afin d'adapter le  $V_{bias}$  aux dérives du  $V_{\pi}$ .

#### **2.4.2** Le modulateur de phase $(\Phi M)$

Le modulateur de phase reprend l'effet Pockels exploité dans l'interféromètre MZM, mais n'est constitué que d'un unique bras sur lequel le signal optique est modulé en phase. La modulation  $\Phi M$ 

permet donc de s'affranchir des problèmes dus à la nature interférométrique du MZM et notamment sa sensibilité à la température. En effet, le LiNbO<sub>3</sub> étant un cristal pyroélectrique, sa polarisation optique spontanée change suivant la température. La variation de la polarisation optique est linéaire et s'exprime par  $\Delta P = \tilde{p}_i \Delta T$ . Le tenseur pyroélectique est de la forme [17] :

$$\tilde{p}_i = \begin{bmatrix} 0\\0\\p_3 \end{bmatrix}$$
(2.64)

avec  $p_3 = -4.10^{-5}C/(Km^2)$  exprimé dans le repère  $\{a, b, c\}$  du cristal (l'axe c correspondant à l'axe z précédemment utilisé). La polarisation étant reliée à la permittivité du milieu par  $P = \epsilon_0 \tilde{\chi} E$  avec  $\tilde{\chi} = \tilde{\epsilon}/\epsilon_0 - 1$ , il en résulte que l'indice de réfraction  $n_e$  et donc le  $V_{\pi}$  du modulateur varient avec la température. L'équation 2.60, donne l'expression de la modulation de phase d'une branche du MZM exposée à un champ électrique RF  $\xi_m$ . En négligeant les effets de différence d'indice  $n_e - n_m$  sur l'efficacité de modulation, on peut réécrire cette expression sous la forme :

$$E_{z1} = \frac{1}{2}A_{z1i}exp\{j\omega t\frac{\omega}{c}n_eL\}exp\{j(\frac{\omega}{c}\frac{1}{2}n_e^3r_{33}\frac{V_{bias}}{d}L + \delta_{me}\cos(\omega_m t - \phi_{me}))\}$$

la modulation de phase est donc donnée par :

$$\Phi M(t) = exp(j\frac{V_{bias} + V_0 cos(\omega_m t - \phi_{me})}{V_{\pi}})$$

et peut être décomposée en série de Bessel sous la forme :

$$\Phi M(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^n J_n\left(\frac{V_0}{V_{\pi}}\right) exp(-jn\phi_{me}) exp(jn\omega_m t)$$

avec  $J_n(x)$  les fonctions de Bessel de 1<sup>re</sup> espèce. Le fondamental étant la composante spectrale d'intérêt, on s'intéresse à la composante  $\Phi M(\omega_m)$ :

$$\tilde{\Phi M}(\omega_m) = j J_1\left(\frac{V_0}{V_{\pi}}\right) exp(-j\phi_{me})$$

Une dérive du  $V_{\pi}$  à puissance RF de modulation constante, induit donc un changement de l'efficacité de modulation du modulateur  $\Phi M$ . La modulation de phase n'est cependant pas exposée à la dérive thermique du rapport  $\frac{V_{bias}}{V_{\pi}}$  du MZM. Le modulateur de phase offre ainsi la possibilité de s'affranchir de la gestion du  $V_{bias}$  et permet de simplifier le système et d'améliorer la stabilité du COEO face aux effets de température sur la modulation du signal optique. Les deux configurations COEO-AM et COEO- $\Phi M$  seront étudiées et comparées chapitre 3.

# 2.5 La propagation fibrée

Le troisième élément constituant la cavité optique du laser à verrouillage de modes est la bobine de fibre, qui présente un intérêt particulier dans le contexte du COEO de par ses faibles pertes de propagation. Cela permet d'étendre la ligne à retard de la cavité optique et donc d'améliorer le facteur de qualité de l'oscillateur. Cependant la propagation dans une ligne à retard fibrée ne se limite pas à un simple retard du signal optique : les propriétés linéaires (dispersion chromatique) et non-linéaires (SPM par effet Kerr, FWM, self-steepening, ...) des fibres optiques modifient le signal optique lors de chacun de ses passages dans la bobine de fibre. Les modifications apportées par la fibre contribuent donc à l'équilibre du MLL, nécessitant une compensation de la part des autres composants de la boucle optique. Une compréhension des mécanismes permettant l'établissement d'un état stationnaire dans la boucle optique nécessite donc de quantifier les effets de la propagation fibrée sur le profil impulsionnel. Nous allons donc dans un premier temps introduire le formalisme de Siegman [11] permettant d'appréhender les effets de la dispersion chromatique sur les propriétés d'une impulsion gaussienne. Nous nous attarderons ensuite sur l'auto-modulation de phase (SPM) qui opère dans les fibres optiques lorsque l'intensité du signal est suffisamment élevée et son intéraction avec la dispersion chromatique [18]. Les concepts introduits pour la propagation fibrée seront ensuite exploités dans le contexte des lasers à verrouillage de mode (MLL) en vue d'expliquer les mécanismes du MLL-SOA (ie un laser à verrouillage de modes ayant un SOA comme milieu amplificateur) permettant d'atteindre l'état d'équilibre.

### 2.5.1 Evolution du profil impulsionnel lors de la propagation fibrée

#### 2.5.1.1 Formalisme Gaussien

Une grande variété de profils impulsionnels peuvent être générés au moyen d'un MLL. Les MLL-SOA se distinguent des MLL-EDFA par la non-linéarité apportée par le SOA du fait du faible temps de recouvrement de gain du SOA et de son facteur de Henry. Ces deux propriétés du SOA induisent respectivement une modulation d'amplitude et de phase sur le signal optique, se traduisant par une impulsion dissymétrique en sortie du MLL. Les non-linéarités induites par le SOA font qu'une solution analytique est difficilement envisageable pour ce type de configuration, nécessitant un modèle numérique rendant la compréhension des effets de dispersion chromatique sur le profil d'une impulsion optique sujet à interprétations. A contrario, un MLL-EDFA présente un temps de recouvrement long ( $\tau_c \sim ms$ ) ayant pour effet de minimiser ces effets de saturation dynamique sur le profil des impulsions, ce qui permet la formation d'impulsions symmétriques et notamment les impulsions gaussiennes [19]. Ces impulsions présentent des propriétés mathématiques reliant les propriétés de l'enveloppe temporelle des impulsions (largeur temporelle  $\tau_p$  et chirp b) à celles du spectre associé (largeur spectrale  $\Delta f_p$  et parabole de phase  $\phi(\omega)$ ) et facilitent de ce fait l'interprétation des effets de chacun des composants de la boucle optique du MLL sur le profil des impulsions. En empruntant le formalisme de Siegman (avec la transformée de Fourier définie à partir d'une convention de transformée de Fourier en  $\exp(-i\omega t)$ ), l'impulsion gaussienne peut être écrite sous la forme :

$$E(t) \propto \exp\left(-at^{2}\right) \exp\left\{-i(\omega_{0}t + bt^{2})\right\} = \exp\left(-\Gamma t^{2}\right) \exp(-i\omega_{0}t)$$
(2.65)

avec :

$$\begin{cases} a = \frac{2ln(2)}{\tau_p^2} \\ \Gamma = a - ib \end{cases}$$
(2.66)

avec  $\omega_0$  la porteuse optique. Le coefficient *a* renvoie à l'inverse de la valeur quadratique de la largeur à mi-hauteur de l'impulsion ( $\tau_p$ ) tandis que *b* est proportionnel au chirp impulsionnel. *b* imposant un profil de phase quadratique, on obtient un glissement linéaire de la fréquence instantanée dans le temps aussi appelé « chirp » :

$$\begin{cases} \phi(t) = -(\omega_0 t + bt^2) \\ \omega_i(t) = -\frac{d\phi(t)}{dt} \\ = \omega_0 + 2bt \end{cases}$$

$$(2.67)$$

Le chirp est donc égal à  $b/\pi$  et se mesure en GHz/ps, tandis que *a* prend pour unité des  $ps^{-2}$ . L'impulsion gaussienne ayant pour propriété de conserver sa forme par transformée de Fourier, on a :

$$E(t) = \exp\left(-\Gamma t^2 - i\omega t\right) \xrightarrow{\text{Fourier}} \tilde{E}(\omega) = \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\Gamma}\right]$$
(2.68)

que l'on peut réécrire sous la forme :

$$\tilde{E}(\omega) = \exp\left[-\frac{1}{4}\left(\frac{a}{a^2 + b^2}\right)(\omega - \omega_0)^2 - i\frac{1}{4}\frac{b}{a^2 + b^2}(\omega - \omega_0)^2\right]$$
(2.69)

Dans le cas d'une impulsion chirpée, le spectre optique  $\tilde{E}(\omega)$  possède une phase quadratique donnée par :  $\phi(\omega) = -\frac{1}{4} \frac{b}{a^2+b^2} (\omega - \omega_0)^2$ . Le module de  $\tilde{E}(\omega)$  nous permet ensuite d'en déduire la densité spectrale de puissance (DSP) :

$$|\tilde{E}(\omega)|^{2} = \exp\left[\frac{1}{2}\left(\frac{a}{a^{2}+b^{2}}\right)(\omega-\omega_{0})^{2}\right]$$
$$= \exp\left[-4\ln 2\left(\frac{\omega-\omega_{0}}{\Delta\omega_{p}}\right)^{2}\right]$$
(2.70)

à partir de laquelle la largeur de la DSP peut être déduite par identification (eq.2.69 et 2.70) :

$$\Delta \omega_p^2 = 2 \ln 2 \frac{a^2 + b^2}{a}$$

$$\Rightarrow \Delta f_p = \frac{\Delta \omega_p}{2\pi} = \frac{\sqrt{2 \ln 2}}{\pi} \sqrt{a[1 + (b/a)^2]}$$
(2.71)

Nous avons donc défini les paramètres impulsionnels temporels (a et b) et établi leur relation avec les paramètres du spectre gaussien ( $\Delta f_p$  et  $\phi(\omega)$ ). Nous allons désormais nous intéresser aux effets de la dispersion chromatique sur ces paramètres.

#### 2.5.1.2 Effets de la dispersion chromatique sur le profil temporel d'une impulsion gaussienne

L'évolution de l'enveloppe lentement variable d'une impulsion optique au cours de la propagation fibrée est régi par l'équation différentielle (2.72). Elle prend en compte les effets de le dispersion chromatique de la fibre ( $\beta_2$ ), les pertes de propagation ( $\alpha$ ) ainsi que le terme d'auto-modulation de phase ( $\gamma_{NL}$ ), que l'on considérera comme l'effet non-linéaire principal opérant lors de la propagation. Cette équation est exprimée dans un repère temporel relatif à l'aide du changement de variable  $t' = t - z/v_g$ (avec  $v_g$  la vitesse de groupe), permettant de restreindre l'intervalle de temps nécessaire à l'étude des effets de propagation.

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{\alpha}{2}A - i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial t'^2} + i\gamma |A|^2 A$$
(2.72)

Afin d'isoler l'effet de la dispersion chromatique, on considèrera dans un premier temps le cas d'une propagation sans perte ( $\alpha = 0$ ) avec effets non-linéaires négligeables ( $\gamma = 0$ ) :

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} = -i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial t^2}$$

$$\xrightarrow{\text{Fourier}} \frac{\partial \tilde{A}(z,\omega)}{\partial z} = i\frac{\beta_2}{2}\omega^2 \tilde{A}(z,\omega)$$
(2.73)

Le spectre en sortie de bobine est donc donné par :

$$\tilde{A}(L,\omega) = \tilde{A}(0,\omega) \exp\left(i\frac{\beta_2 L}{2}\omega^2\right)$$
(2.74)

La dispersion chromatique impose donc une phase parabolique  $\phi(\omega) = 1/2\beta_2 L\omega^2$  (où l'on a remplacé  $\omega - \omega_0$  par  $\omega$  par souci de simplicité) sur le spectre optique tout en laissant la DSP inchangée. On définit  $\beta_{2\Sigma} = \int_L \beta_2 dz = \beta_2 L$  qui totalise le déphasage issu de la dispersion chromatique sur toute la longueur de fibre. Pour une impulsion gaussienne du type eq.(2.65), la dispersion chromatique affecte donc le coefficient  $1/\Gamma_0$  associé au spectre optique gaussien (eq.2.68) en y ajoutant une partie imaginaire pure (ie une phase parabolique dans le cas d'une impulsion gaussienne) :

$$\frac{1}{\Gamma} = \frac{1}{\Gamma_0} + 2i\beta_{2\Sigma} = \frac{a_0}{a_0^2 + b_0^2} + i\left(\frac{b_0}{a_0^2 + b_0^2} + 2\beta_{2\Sigma}\right)$$
  
$$= \frac{1}{a-b} = \frac{a}{a^2 + b^2} + i\frac{b}{a^2 + b^2}$$
(2.75)

Les paramètres a et b en sortie de bobine sont alors donnés par :

$$\begin{cases} a = \frac{a_0}{(1 + 2\beta_{2\Sigma}b_0)^2 + (2\beta_{2\Sigma}a_0)^2} \\ b = \frac{b_0(1 + 2\beta_{2\Sigma}b_0) + 2\beta_{2\Sigma}a_0^2}{(1 + 2\beta_{2\Sigma}b_0)^2 + (2\beta_{2\Sigma}a_0)^2} \end{cases}$$
(2.76)

avec  $\Gamma = a - ib$ .  $\Gamma$  (caractérisant l'impulsion gaussienne temporellement) et  $1/\Gamma$  (caractérisant le



FIGURE 2.17 – a) Transformation de  $\beta_{2\Sigma} > 0$  dans le plan complexe  $1/\Gamma$  b) Transformation de  $\beta_{2\Sigma} > 0$  dans le plan complexe  $1/\Gamma$  suivant un cercle de compression  $C_1$  de centre  $a_c$ .  $a_{opt}$  correspond à l'optimum de compression, sa valeur étant égale au diamètre de  $C_1$ .  $a_{\infty}$  est une singularité issue de la relation inverse entre  $1/\Gamma$  et  $\Gamma$ .  $(r, \theta_0)$  correspondent aux coordonnées polaires de  $\Gamma_0$  exprimées dans le repère  $(a_c, u_r, u_{\theta})$ 

spectre gaussien) étant reliés par une transformation inverse, une représentation dans leur plan complexe respectif permet d'appréhender plus facilement les effets de la dispersion chromatique sur  $\Gamma$  (comparé aux expressions de a et b données eq.2.76). La valeur de  $1/\Gamma$  est déterminée par la largeur spectrale du signal :  $\operatorname{Re}(1/\Gamma) = \frac{a}{a^2+b^2} = \frac{8\ln 2}{\Delta \omega_p^2}$ . La dispersion chromatique impose une phase parabolique sans génération de fréquences. Cela signifie que  $\Delta \omega_p$  reste inchangée après propagation dans la bobine de fibre. On a donc  $\operatorname{Re}(1/\Gamma) = \operatorname{Re}(1/\Gamma_0)$ , et la transformation dans le plan complexe de  $1/\Gamma$  se traduit par une translation suivant l'axe des imaginaires pour une partie réelle maintenue constante (Fig.2.17a). La droite  $D_1$  dans le plan  $1/\Gamma$  parallèle à l'axe des imaginaires et passant par  $1/\Gamma = \frac{a_0}{a_0^2 + b_0^2}$ , représente donc le lieu de l'ensemble des points accessibles par dispersion chromatique. Le signe de  $\beta_{2\Sigma}$  détermine le sens de la translation le long de cette droite ( $\beta_{2\Sigma} > 0 : \uparrow, \beta_{2\Sigma} < 0 : \downarrow$ ). Par la relation inverse reliant  $1/\Gamma$ et  $\Gamma$ ,  $D_1$  se retranscrit par le cercle  $C_1$  dans le plan  $\Gamma$  (Fig.2.17b) dont le rayon est fixé par la largeur du spectre optique  $\Delta \omega_p$  (ou de manière équivalente  $\operatorname{Re}(1/\Gamma)$ ). Le cercle présente notamment une singularité en  $\Gamma = 0$   $(a_{\infty})$ , point correspondant à la limite  $\lim_{\beta_{2\Sigma} \to \pm \infty} \operatorname{Im}(1/\Gamma) = \pm \infty$ . Le spectre optique sera d'autant plus large que  $\operatorname{Re}(1/\Gamma) \to 0$ , ce qui est retranscrit dans le plan  $\Gamma$  par un élargissement du cercle de compression.  $C_1$  est parcouru dans le sens horaire pour  $\beta_{2\Sigma} > 0$  et dans le sens trigonométrique pour  $\beta_{2\Sigma} < 0. a$  étant inversement proportionnel à  $1/\tau_p^2$  (eq.2.66), le cercle  $C_1$  nous indique qu'un optimum de compression (aopt) est accessible au moyen de la dispersion chromatique. Cela correspond temporellement à une compensation du chirp b et spectralement à une mise en phase des composantes spectrales ( $Im(1/\Gamma) = 0$ ). La dispersion chromatique peut donc être exploitée afin de compenser le chirp impulsionnel et compresser les impulsions. Le potentiel de compression de l'impulsion sera d'autant plus important que le spectre optique sera large (et donc que le diamètre de  $C_1$  sera grand). Il est aussi intéressant de relever que suivant la position de  $\Gamma_0$  sur  $C_1$  et du signe de  $\beta_{2\Sigma}$ , la dispersion chromatique

peut avoir pour effet de compresser les impulsions  $(a \searrow)$  tout en accentuant le chirp  $(b \nearrow)$ .  $\beta_{2\Sigma}$  peut donc avoir des effets antagonistes au regard du chirp impulsionnel suivant la position de  $\Gamma_0$  sur  $C_1$  ou plus précisément suivant l'angle  $\theta_0$  des ses coordonnées polaires  $(r, \theta_0)$ , définies par rapport au centre de  $C_1 : a_c = \frac{a_{opt}}{2}$ . Les effets de recompression par dispersion chromatique sur les paramètres a et b se distinguent en quatre cas associés aux quatre quadrants du cercle :

- 1. Recompression de  $\Gamma_0(r, \theta_0)$  avec  $\theta_0 > 0$  par  $\beta_{2\Sigma} > 0$ :
  - (a) θ<sub>0</sub> ∈ [0, π/2]: La dispersion chromatique compense le chirp (b ↘) tout en compressant les impulsions (a ↘)
  - (b) θ<sub>0</sub> ∈ [<sup>π</sup>/<sub>2</sub>, π]: La dispersion chromatique accentue le chirp (b ≯) tout en compressant les impulsions (a ↘)
- 2. Recompression de  $\Gamma_0(r, \theta_0)$  avec  $\theta_0 < 0$  par  $\beta_{2\Sigma} < 0$ :
  - (a)  $\theta_0 \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ :

La dispersion chromatique compense le chirp ( $|b| \searrow$ ) tout en compressant les impulsions  $(a \searrow)$ 

 (b) θ<sub>0</sub> ∈ [-π, -π/2]: La dispersion chromatique accentue le chirp (|b| ↗) tout en compressant les impulsions (a ↘)

Ces quatre cas indiquent que l'effet de  $\beta_{2\Sigma}$  sur  $\Gamma$  dépend du rapport entre  $\tau_p$  et *b*. Ainsi pour une impulsion suffisamment large (ie  $\tau_p > \tau_{p_{|a_c}}$ ) la compression de l'impulsion s'accompagne d'une accentuation du chirp, tandis qu'elle compense  $b_0$  dans le cas où  $\tau_p < \tau_{p_{|a_c}}$ . Ces deux comportements antagonistes permettent notamment d'expliquer les différences observées entre l'état stationnaire d'un MLL-SOA et celui d'un MLL-EDFA.

# 2.5.1.3 Effet de la SPM sur le spectre optique d'une impulsion gaussienne

L'effet Kerr se définit par une variation de l'indice de réfraction suivant l'intensité du signal optique considéré :  $\Delta n = n_2 |A|^2$ . Plusieurs effets non-linéaires sont issus de l'effet Kerr dont notamment l'automodulation de phase (SPM) et la modulation croisée de phase (XPM). Nous nous limiterons ici à la nonlinéarité susceptible d'intervenir dans la configuration actuelle du COEO, à savoir l'auto-modulation de phase. Dans le contexte de la propagation fibrée, la SPM intervient dans l'équation de propagation de l'enveloppe A(z, t) (eq.2.72) par le terme  $i\gamma |A|^2$ . Afin de comprendre les effets de la SPM sur le profil impulsionnel, nous supposerons dans un premier temps une dispersion chromatique nulle ( $\beta_2 = 0$ ) et emprunterons le système de normalisation proposé par Agrawal [18] permettant de faciliter la résolution de eq.2.72. On introduit pour cela l'amplitude normalisée U(z, t'):

$$A(z,\tau) = \sqrt{P_0} \exp(-\alpha z/2) U(z,\tau)$$
(2.77)

avec  $P_0$  la puissance crête de l'impulsion. Dans le cas où  $\beta_2 = 0$ , eq.(2.72 devient :

$$\frac{\partial U}{\partial z} = i \exp(-\alpha z) \gamma P_0 |U|^2 U = i \frac{\exp(-\alpha z)}{L_{NL}} |U|^2 U$$
(2.78)

avec  $L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$ . En supposant une solution de la forme :

$$U = V \exp(i\phi_{NL}) \tag{2.79}$$

et en séparant la partie réelle de la partie imaginaire de eq.2.78, on obtient le système :

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial z} = 0\\ \frac{\partial \phi_{NL}}{\partial z} = \frac{e^{-\alpha z}}{L_{NL}} V^2 \end{cases}$$
(2.80)

On a donc une amplitude V qui reste inchangée lors de la propagation, tandis que l'équation de phase nous mène à la solution :

$$U(L,t) = U(0,t) \exp[i\phi_{NL}(L,t)]$$
(2.81)

avec :

$$\begin{cases} \phi_{NL} = |U(0,t)|^2 \phi_{NL_{max}} \\ \phi_{NL_{max}} = \frac{[1 - \exp(-\alpha L)]/\alpha}{L_{NL}} \end{cases}$$
(2.82)

où l'on a remplacé t' par t par souci de simplicité. La solution  $\phi_{NL}$  (eq.2.82), nous permet de déterminer l'évolution de la féquence instantanée induit par SPM :

$$\delta\omega_i(t) = -\frac{\phi_{NL}}{\partial t} = -\frac{[1 - \exp(-\alpha L)]/\alpha}{L_{NL}} \frac{\partial}{\partial t} |U(0, t)|^2$$
(2.83)

Le profil de fréquence instantanée est donc conditionné par la dérivée du profil d'intensité de l'impul-



FIGURE 2.18 – Profil de fréquence instantanée d'une impulsion gaussienne non chirpée et modulée en phase par SPM. Le chirp imposé par SPM ( $C_{SPM}$ ) est donné par la dérivée de  $\delta\omega_i$  autour du maximum d'intensité ( $t/\tau_p \in [-1, 1]$ ). L'amplitude de modulation de fréquence  $\Delta\omega_i$  pour un profil impulsionnel donné, détermine l'intervalle  $\Delta t$  sur le lequel une même valeur  $\delta\omega_i$  est atteinte pour deux instants t distincts, donnant lieu à une figure d'interférence visible sur le spectre optique associé.

sion et conditionne par conséquent le chirp induit par SPM. Contrairement à la dispersion chromatique, la SPM induit un chirp avec génération de fréquences puisqu'il s'agit d'une modulation de phase par le profil d'intensité de l'impulsion, là où pour la dispersion chromatique le chirp résulte d'un déphasage acquis par chacune des fréquences composant le spectre optique au cours de la propagation. De ce fait, le chirp imposé par  $\beta_{2\Sigma}$  s'accompagne nécessairement d'un élargissement ou d'une compression de l'impulsion, tandis que la SPM impose un chirp par modulation de phase sans modification de la largeur impulsionnelle (ce qui se traduit pas une translation verticale dans le plan  $\Gamma$ ). La génération de fréquences par SPM peut notamment donner lieu à un comportement oscillatoire du spectre optique, similaire à une figure d'interférences, qui sera d'autant plus marqué que l'intensité crête de l'impulsion (et donc l'auto-modulation de phase associée) est élevée [18]. Fig.2.18 donne l'évolution de la fréquence instantanée issue de la SPM suivant t. Le profil de  $\delta \omega_i(t)$  présente deux fréquences instantanées identiques pour deux instants différents (par exemple  $t_1$  et  $t_2$  sur le Fig.2.18) sur un intervalle de temps  $\Delta t$ donné. La tranformée de Fourier du signal après SPM est obtenue par :

$$\tilde{U}(L,\omega) = \left| \int U(0,t) \exp(i\phi_{NL}(L,t) + i(\omega - \omega_0)t) dt \right|^2$$
(2.84)

Pour une fréquence  $(\omega - \omega_0) \in [-\Delta \omega_i, \Delta \omega_i]$  donnée, il existe deux instants  $t_1$  et  $t_2$  tels que :

$$\begin{cases} \phi_{NL}(L,t_1) - (\omega - \omega_0)t_1 = \delta\omega_i(t_1)t_1 - (\omega - \omega_0)t_1 = 0\\ \phi_{NL}(L,t_2) - (\omega - \omega_0)t_2 = \delta\omega_i(t_2)t_2 - (\omega - \omega_0)t_2 = 0 \end{cases}$$
(2.85)

Ces deux instants  $t_1$  et  $t_2$  constituent les deux composantes dominantes dans le calcul de la transformée de Fourier (eq.2.84) et pourront donner lieu à une interférence constuctive ou destructive suivant leur relation de phase, dont les effets sont visibles sur le spectre optique  $\tilde{U}(L,\omega)$  (2.19). Fig.2.18 présente le profil de fréquence instantanée obtenu en utilisant eq.2.81 pour  $\phi_{NL_{max}} = 1.13\pi$ . La pente  $C_{SPM}$  de  $\delta\omega_i\tau_p$  localisée au centre de l'impulsion (l'axe des abscisses étant normalisé par  $\tau_p$ , l'impulsion est localisée sur l'intervalle  $t/\tau_p \in [-1, 1]$ ), définit le chirp imposé par SPM dont le signe sera nécessairement positif (eq.2.83). La figure interférentielle du spectre optique sera d'autant plus marquée que l'amplitude de modulation  $\Delta\omega_i\tau_p$  sera élevée. Un  $\Delta\omega_i\tau_p$  plus important revient à augmenter l'intervalle d'instants susceptibles d'interférer ( $\Delta t$ ), favorisant la formation d'une figure d'interférence marquée. Ces conclusions portent sur une impulsion gaussienne U(0,t) non chirpée caractérisée par le paramètre de chirp C = 0. C se définit comme étant le déphasage issu d'un chirp accumulé sur la largeur de l'impulsion :

$$C = 2 \int_{t_0}^{t_0 + \tau_p} \delta\omega_0(t - t_0) dt = 2 \int_{t_0}^{t_0 + \tau_p} C \frac{t - t_0}{\tau_p^2} dt = 2 \frac{C}{2} \frac{\tau_p^2}{\tau_p^2}$$

avec  $\tau_p$  la largeur à  $e^{-1}$  de l'impulsion (que l'on peut relier à la largeur à mi-hauteur par :  $\tau_{FMHW} = 2\sqrt{\ln 2}\tau_p$ ). Suivant cette définition, une impulsion gaussienne chirpée se présente donc sous la forme :

$$U(0,t) = \exp\left[-\frac{1+iC}{2}\frac{t^2}{\tau_p^2}\right]$$
(2.86)



FIGURE 2.19 – Spectres optiques  $\tilde{U}(L, \omega)$  obtenus pour 1)  $\phi_{NL_{max}} = 0.04\pi$ , 2)  $\phi_{NL_{max}} = 0.75\pi$ , 3)  $\phi_{NL_{max}} = 1.13\pi$ , 4)  $\phi_{NL_{max}} = 1.32\pi$ . Les figures a), b) et c) présentent les spectres  $\tilde{U}(L, \omega)$  pour une impulsion gaussienne de chirp initial  $C_0 = -4$ ,  $C_0 = 0$ , et  $C_0 = 4$  respectivement.

De manière équivalente, C peut être exprimé à partir de a et b selon :

$$C = \frac{b}{a}$$

La largeur spectrale devient alors :

$$\Delta f_p = \frac{\sqrt{2 \ln 2}}{\pi} \sqrt{a \left[1 + (b/a)^2\right]}$$
  
=  $\frac{2 \ln 2}{\pi \tau_p} \sqrt{1 + C^2}$  (2.87)

avec  $\frac{1}{\tau_p} = \sqrt{\frac{a}{2 \ln 2}}$ . On appelera  $C_0$  le chirp initial de l'impulsion. Considérant désormais un paramètre  $C_0 \neq 0$ , la relation 2.85 doit être modifiée en ajoutant un terme  $\phi_0(t) = \delta \omega_{i,0} t$ :

$$\begin{cases} \phi_0(t_1) + \phi_{NL}(L, t_1) - (\omega - \omega_0)t_1 = (\delta\omega_{i,0}(t_1) + \delta\omega_i(t_1))t_1 - (\omega - \omega_0)t_1 = 0\\ \phi_0(t_2) + \phi_{NL}(L, t_2) - (\omega - \omega_0)t_2 = (\delta\omega_{i,0}(t_2) + \delta\omega_i(t_2))t_2 - (\omega - \omega_0)t_2 = 0 \end{cases}$$
(2.88)

Le signe de  $C_0$  et donc de la phase  $\phi_0(t)$  associée, affecte l'efficacité de la SPM. En effet, si  $C_0 < 0$ ,  $C_{SPM}$  doit tout d'abord compenser  $C_0$  avant d'être efficace et générer de nouvelles fréquences. Dans le cas contraire,  $C_{SPM}$  et  $C_0$  s'accumulent, accentuant l'efficacité de modulation. La Fig.2.20 présente



FIGURE 2.20 – Fréquence instantanée d'une impulsion gaussienne initialement chirpée ( $C_0$ ) puis modulée en phase par SPM pour  $\phi_{NL_{max}} = 1.13\pi$  (spectre 3) Fig.2.19). Trois cas sont présentés pour  $C_0 \in \{-4, 0, 4\}$ . Pour chacun des cas, la courbe  $C_0$  présente la fréquence instantanée issue du chirp initial et la courbe en bleu donne la fréquence instantanée après SPM. Ces trois cas sont comparés afin de mettre en évidence les effets de compensations/accentuation de chirp entre  $C_0$  et  $C_{SPM}$ .

l'évolution de  $\delta\omega_i$  pour  $C_0 \in \{-4, 0, 4\}$ . Le cas  $C_0 = 0$  présente la fréquence instantanée issue de la SPM, qui impose un chirp positif au centre de l'impulsion  $(t/\tau_p \in [-1, 1])$ . Pour  $C_0 < 0$ , la pente de la fréquence instantanée imposée par SPM est compensée celle du chirp initial. L'excursion de fréquence effective (ie après compensation) a donc diminuée. Dans le cas  $C_0 > 0$ , les pentes de fréquences instantanée issues de  $C_{SPM}$  et  $C_0$  s'ajoutent et augmentent l'excursion de fréquence effective. La modulation de phase imposant un chirp sans modifier la largeur impulsionnelle, cela revient à modifier b en laissant a inchangé. Par conséquent, la largeur spectrale sera directement affecté par la SPM (eq.2.87). Le chirp b après SPM sera de la forme :  $b_{C_{SPM}+C_0} = b_0 + b_{C_{SPM}}$ , avec  $a_{C_{SPM}+C_0} = a_0$ . On obtient donc la largeur spectrale :

$$\Delta f_p = \frac{\sqrt{2 \ln 2}}{\pi} \sqrt{a_0 \left[1 + \left((b_0 + b_{C_{SPM}})/a_0\right)^2\right]}$$

De ce fait, si  $b_0$  et  $b_{SPM}$  sont de signes opposés et que  $|b_0 + b_{C_{SPM}}| < |b_0|$ , la largeur spectrale se réduit. C'est notamment ce qui est observé Fig.2.19a-2). Lorsque la non-linéarité devient suffisante pour compenser  $b_0$  et que la condition  $|b_0 + b_{C_{SPM}}| > |b_0|$  est réalisée, on obtient à nouveau une extension du spectre (Fig.2.19a-4)). Par conséquent une impulsion chirpée négativement nécessite une non-linéarité importante afin d'obtenir une extension spectrale. Un chirp  $C_0 > 0$ , au contraire, a pour conséquence d'accentuer l'extension spectrale obtenue par SPM (Fig.2.19c). Enfin, la figure d'interférence observable sur les spectres optiques (Fig.2.19), sera d'autant plus marquée que  $\Delta \omega_i$  du profil de fréquence instantanée (Fig.2.18 et 2.20) sera important.

### 2.5.1.4 Propagation fibrée combinant SPM et dispersion chromatique

La propagation fibrée combine dispersion chromatique et SPM dont les effets sur l'impulsion gaussienne ont été présentés en 2.5.1.2 et 2.5.1.3. Nous avons pu notamment constater que la SPM pouvait être compensée par le chirp initial de l'impulsion. De la même manière, lors de la propagation fibrée, l'impulsion va pouvoir acquérir à la fois un chirp (sans génération de fréquences) issu de la dispersion chromatique  $(b_{C_{\beta_{2\Sigma}}})$  ainsi qu'un chirp par SPM pouvant étendre le spectre optique  $(b_{C_{SPM}})$ . Un  $\beta_{2\Sigma} > 0$  (aussi appelé régime normal de dispersion chromatique) impose de se déplacer dans le sens trigonométrique sur le cercle de recompression imposant un chirp positif. L'accumulation des chirps  $b_{C_{\beta_{2\Sigma}}}$  et  $b_{C_{SPM}}$  induit un élargissement de largeur à mi-hauteur par l'action de  $\beta_{2\Sigma}$  et un élargissement spectral par effets de SPM (visible sur la Fig.2.21a par un élargissement du rayon de compression). Ce



FIGURE 2.21 – Schéma des transformations de  $\gamma$  et  $\beta_{2\Sigma}$  dans le plan complexe  $\Gamma$  : a) dispersion normale, b) dispersion anormale, c) état stationnaire du soliton (dispersion anormale). Les translations en rouges sont issues de la SPM et les arcs circulaires en violet sont issus de la dispersion chromatique.

processus va pouvoir se poursuivre jusqu'à ce que  $\Gamma$  tende vers la singularité  $a_{\infty}$ . Le régime normal de dispersion ne donne donc pas accès à un état stable de l'impulsion. Dans le cas d'un régime dispersif anormal ( $\beta_{2\Sigma} < 0$ )  $b_{C_{\beta_{2\Sigma}}}$  et  $b_{C_{SPM}}$  étant de signes opposés, un état d'équilibre est possible. La compensation de  $b_{C_{SPM}}$  par  $b_{C_{\beta_{2\Sigma}}}$  permet une compression de l'impulsion par effet de  $\beta_{2\Sigma}$  et réduit l'extention spectrale par SPM. L'état d'équilibre est obtenu lorsque  $b_{C_{SPM}} = -b_{C_{\beta_{2\Sigma}}}$ , ce qui impose un cycle autour de l'axe des abscisses passant par l'optimum de compression (impulsion à chirp compensé). Dans ce cas précis, la largeur à mi-hauteur reste inchangée par effet de dispersion chromatique permettant l'existence d'un état impulsionnel stable. Les transformations de  $\Gamma$  par SPM et  $\beta_{2\Sigma}$  ont été séparés afin de distinguer leurs contributions respectives. Leurs effets opérant de manière simultanée, le comportement cycco-stationnaire de  $\Gamma$  n'est donc pas observable et laisse place à une évolution continue de  $\Gamma$  vers  $\Gamma_{soliton}$  ie une impulsion proche de la limite de transformée de Fourier (impulsion à chirp compensé). On atteint à ce moment là un régime solitonique pour lequel l'impulsion initialement gaussienne prend la forme d'une sécante hyperbolique sous les effets combinés de la SPM et de la dispersion chromatique. Le spectre optique est alors étendu de manière passive en exploitant la non-linéarité de la fibre pour étaler spectralement la puissance optique, jusqu'à ce que la compensation de chirp apportée par la dispersion chromatique permette de stabiliser l'extension. Une fois ce régime stationnaire atteint, le soliton se propage en conservant sa forme impulsionnelle, faisant la spécificité de ce régime propagatif.

Dans le contexte du COEO, la bobine de fibre est utilisée comme ligne à retard du fait des faibles pertes propagatives dans la gamme des longueurs d'ondes optiques, permettant d'augmenter le facteur de qualité de l'oscillateur. Les propriétés de dispersion et éventuellement de SPM (sous condition de puissance optique suffisamment importante), modifient les propriétés impulsionnelles et impactent de ce fait les performances en bruit de phase de l'oscillateur (ce point sera développé dans les chapitres 3-4). La dispersion chromatique reste le plus souvent un facteur d'élargissement des impulsions menant notamment à une dégradation du shot noise photo-détecté [20]. Elle peut néamoins être exploitée afin de stabiliser l'extension du spectre optique issue de la non-linéarité d'un composant optique (comme nous l'avons vu avec la SPM présente dans la fibre optique). La compréhension des mécanismes de compensation est donc essentielle afin d'exploiter au mieux l'extension du peigne optique par effet nonlinéaire et peut se faire au moyen de la représentation de  $\Gamma$  dans le plan complexe. Ce formalisme sera à nouveau utilisé afin d'exploiter les mécanismes de compensation permettant l'établissement d'un état stationnaire dans la boucle optique du COEO.

Ce deuxième chapitre s'est tout d'abord intéressé à l'étude de l'amplificateur à semi-conducteur. Les résulats de modélisation du SOA ont permis de quantifier l'évolution des paramètres de l'amplificateur tels que le gain petit signal, la puissance de saturation, le facteur de Henry ainsi que le temps de recouvrement du gain. La conformité des résultats de simulation du COEO avec la mesure, nous a donc permis d'établir une relation entre ces paramètres de simulation et ceux utilisés expérimentalement (ie le courant d'injection du SOA). Une présentation des principes de fonctionnement des modulateurs d'amplitude et de phase a ensuite été introduite afin de souligner les avantages et inconvénients liés à ces deux types de modulation. Enfin une étude portant sur la propagation fibrée nous a permis d'introduire les outils permettant d'évaluer l'évolution dans le plan complexe des paramètres impulsionnels. Ces différents concepts seront à nouveau utilisés afin d'interpréter les mécanismes du verrouillage de modes opérant dans la cavité optique du COEO.

# **Bibliographie**

- [1] C. CHENG, Z. XINLIANG, Z. YU, L. LEI, Z. ENBO et H. DEXIU, "Measurement of the carrier recovery time in SOA based on dual pump FWM," 2009 Asia Communications and Photonics conference and Exhibition (ACP), nov. 2009.
- [2] L.A.COLDREN et S.W.CORZINE, *Diode Lasers and Photonics Integrated Circuits*. John Wiley & Sons, 2012.
- [3] J.G.PROVOST, A.MARTINEZ, SHEN et A.RAMDANE, "Novel approach for Henry factor measurement based on sinusoïdal optical phase modulation," 2011 37th European Conference and Exhibition on Optical Communication, sept. 2011.
- [4] S. L. CHUANG, *Physics of Optoelectronic Devices*. John Wiley, 1995.
- [5] E. KAPON, Semiconductor Laser I: Fundamentals. Academic Press Inc, 1999.
- [6] R. NAGARAJAN et J. E.BOWERS, "Effects of Carriers Transport on Injection Efficiency and wavelength Chirping in Quantum-Well lasers," juin 1993.
- [7] B. BENNETT, R. A.SOREF et J. A. DEL ALAMO, "Carrier-Induced Change in Refractive Index of InP GaAs, and InGaAsP," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, jan. 1990.
- [8] Y. HUANG, A. SHIGEHISA et K. KOMORI, "Theorical Linewidth Enhancement Factor  $\alpha$  of  $Ga_{1-x}In x/GaInAsP/InP$  Strained-Quantum Well Structures," *IEEE Photonics Technoloy Letters*, fév. 1993.
- [9] C. HENRY, R. LOGAN et K.A.BERTNESS, "Spectral dependence of the change in refractive index due to carrier injection in GaAs lasers," *Journal of Applied Physics*, juill. 1981.
- [10] A. YARIV, Quantum Electronics. John Wiley & sons, 1989.
- [11] A. SIEGMAN, *Lasers*. University Science Books, 1986.
- [12] A. B.MATSKO, D. ELIYAHU, P. KOONATH, D. SEIDEL et L. MALEKI, "Theory of coupled optoelectronic microwave oscillator I : expectation values," *Journal of Optical Society of America B*, mai 2009.
- [13] J.-J. KAO, H.-T. WU et C.-W. TARN, "Theorical and experimental studies of polarization mode dispersion of an electro-optic Mach-Zehnder modulator," *Applied Optics*, sept. 2005.
- [14] N. COURJAL, H. PORTE, J.HAUDEN, P.MOLLIER et N.GOSSARD, "Modeling and Optimization of Low Chirp LiNbO<sub>3</sub> Mach-Zehnder Modulator With an Inverted Ferroelectric Domain Section," *Journal of Lightwave Technology Vol.22 NO.5*, mai 2004.
- [15] D.JANNER, D.TULLI, M.BELMONTE et V.PRUNERI, "Waveguide electro-optic modulation in micro-engineered LiNbO<sub>3</sub>," *Pure. Appl. Opt.*, août 2008.
- [16] N. COURJAL, M.P.BERNAL, J.HAUDEN, J.AMET, M.ROUSSEY et H.PORTE, "Some new tends on lithium niobate modulators," *The International Society for Optical Engineering*, mars 2006.
- [17] R.S.WEIS et T.K.GAYLORD, "Lithium Niobate : Summary of Physical Properties and Chrystal Structure," *Appl.Phys A37*, mars 1985.
- [18] G. P.AGRAWAL, Nonlinear Fiber Optics. Academic Press Inc, 2006.

- [19] H. A.HAUS, "A Theory of Forced Mode-Locking," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, juill. 1975.
- [20] F.QUILAN, T.M.FORTIER, H.JIANG et al., "Exploiting shot noise correlations in the photodetection of ultrashort optical pulse trains," *nature photonics*, mars 2013.

# **Chapitre 3**

# Modélisation du comportement déterministe du COEO

3.1	Modél	isation du comportement déterministe du COEO-AM 5	56			
	3.1.1	Équilibre de l'état stationnaire du MLL dans le plan $\Gamma$	56			
	3.1.2	Dépendance de $\Gamma$ à la dispersion chromatique intra-cavité $\ldots \ldots \ldots \ldots $	51			
	3.1.3	Existence du domaine d'instabilité et asymétrie de $\Gamma$ suivant $\beta_{2,\Sigma}$	55			
3.2	Principe de modélisation et caractérisation des impulsions					
	3.2.1	L'équation maitresse	70			
	3.2.2	Caractérisation des impulsions par la méthode des moments	72			
	3.2.3	Impact de la polarisation du MZM sur le comportement du COEO	74			
	3.2.4	Évolution du profil impulsionnel d'un COEO-AM-SOA au cours du régime tran-				
		sitoire	75			
	3.2.5	Impact du temps de recouvrement $\tau_c$ sur le profil impulsionnel 8	82			
3.3	Les rég	Les régimes de synchronisation				
	3.3.1	Conditions de verrouillage du COEO	84			
	3.3.2	Diagramme de bifurcations des oscillateurs couplés et conditions de stabilité du				
		СОЕО	93			
	3.3.3	Les régimes de synchronisation du COEO	)2			
3.4	Le CO	EO à modulateur de phase	10			
	3.4.1	Étude du régime transitoire du MLL- $\Phi M$ dans le plan $\Gamma$	10			
	3.4.2	Étude en stabilité du MLL- $\phi M$	12			
	3.4.3	Simulation du COEO- $\phi M$ avec SOA $\dots \dots \dots$	14			
	3.4.4	Formation d'un train d'impulsions solitons	18			

Ce second chapitre vise dans un premier temps à présenter l'approche de modélisation du système ainsi que les outils numériques permettant de caractériser le régime impulsionnel du COEO. Ce modèle sera par la suite exploité afin de définir le rôle de chacun des composants de la boucle optique dans l'établissement du régime stationnaire dans le cas d'un COEO à modulateur d'amplitude. Cette étude sera par la suite étendue à celle portant sur la dynamique du système afin de déterminer les différents régimes de synchronisation du COEO possibles. Ces résultats seront ensuite comparés à ceux obtenus pour le modulateur de phase. Enfin, nous terminerons ce chapitre par l'étude numérique du bruit de phase du COEO et sa dépendance aux paramètres associés au train d'impulsion du COEO.

56

# 3.1 Modélisation du comportement déterministe du COEO-AM

Le COEO consiste à faire osciller une onde RF portée optiquement dans une cavité à verrouillage de modes actif (MLL), couplée à un Oscillateur Opto-électronique (OEO). Ce couplage permet la génération d'un peigne de fréquences optiques dans la cavité MLL [1]-[3], dont les propriétés d'énergie  $(E_p)$ , chirp (q), largeur temporelle ( $\tau_p$ ), largeur spectrale ( $\Omega_2$ ), timing  $\xi$  et porteuse optique ( $\Omega_p$ ) déterminent les capacités de l'oscillateur à filtrer le bruit de phase RF [4]-[7]. L'oscillation peut se mettre en place sous condition de synchronisation entre les deux oscillateurs que l'on peut évaluer à partir du déphasage entre l'onde RF portée optiquement du MLL et l'onde RF de l'OEO. On définit alors la phase du train d'impulsion optique par le timing obtenu suivant la relation :  $\phi_{RF} = \omega_m (\xi - t_m)$  avec  $\omega_m$  la pulsation associée au taux de répétition du train d'impulsion et  $t_m$  le timing de l'onde RF oscillant dans l'OEO. Afin de simplifier l'étude, on se placera dorénavant dans un repère temporel relatif à l'onde RF. Le déphasage peut ainsi être exprimé sous la forme :  $\phi_{RF} = \omega_m \xi$ . Le filtre optique utilisé étant centré sur 1550 nm, les retards optiques seront calculés à partir de la vitesse de groupe à cette longueur d'onde, que l'on définira comme notre référence de fréquence optique. La différence de fréquence entre la porteuse optique et cette référence sera notée  $\Omega$ . L'étude du comportement déterministe du COEO consiste alors à établir une relation entre les différents paramètres des impulsions afin d'évaluer leur interaction suivant les propriétés de la cavité. La première d'entre elles concerne le cas d'un peigne de fréquence décalée par rapport à notre référence de fréquence optique (ie  $\Omega \neq 0$ ). Ce changement de position du peigne va alors se combiner à la dispersion chromatique entrainant une variation du temps de parcours de la cavité. La valeur de  $\Omega$  impacte alors celle du timing  $\xi$  par effet de dispersion chromatique. Par ailleurs, dans le cas où cette même impulsion serait chirpée ( $q \neq 0$ ), la parabole de phase spectrale du spectre optique sera alors décalée par rapport à notre référence de fréquence. On obtient alors une phase dissymétrique par rapport à cette dernière, ce qui se retranscrit temporellement par une modification du timing de l'impulsion. La combinaison du chirp et de la position du peigne modifie alors le timing des impulsions et donc les conditions de synchronisation du COEO. Enfin, sachant que le paramètre de chirp q dépend de la largeur temporelle des impulsions  $\tau_p$ , on en déduit que l'ensemble des paramètres  $\{\xi, \Omega, q, \tau_p\}$  sont interdépendant et déterminent le processus de synchronisation du COEO. Une étude complète du système nécessite donc de prendre en compte l'évolution de l'ensemble de ces paramètres à chaque tour de cavité. En particulier, le modèle ici proposé nous permettra de déterminer l'apport de chacun des composants de la boucle optique sur l'équilibre de ces paramètres. L'étude petit signal de ce système nous permettra ensuite d'évaluer la capacité du COEO à atténuer les fluctuations des paramètres des impulsions, donnant alors lieu à l'étude en bruit de phase du système.

# 3.1.1 Équilibre de l'état stationnaire du MLL dans le plan $\Gamma$

L'étude complète du système par la méthode des moments nécessite de prendre en compte l'ensemble des effets des composants optiques sur chacun des paramètres des impulsions ainsi que leurs intéractions mutuelles. Ces paramètres peuvent être séparés en deux groupes permettant de faciliter l'étude du système.  $\xi$  et  $\Omega_p$  sont utilisés afin de décrire la synchronisation du COEO tandis que la largeur impulsionnel  $\tau_p$  et le paramètre de chirp q permettent de décrire le profil complexe de l'impulsion optique. Le modèle gaussien proposé par Siegman [8] regroupe ces deux paramètres en un unique paramètre complexe  $\Gamma$  associé à l'enveloppe temporelle des impulsions, entretenant une relation inverse avec les paramètres du spectre optique gaussien associé ( $1/4\Gamma$ , voir chapitre 2). Nous allons donc dans un premier temps nous intéresser aux effets des différents composants optiques sur le paramètre  $\Gamma$  d'une impulsion gaussienne de sorte à déterminer les effets de compensation apportés par chacun des composants permettant l'établissement d'un état stationnaire.

La formation du train d'impulsions par verrouillage de modes résulte de l'interaction entre les différents composants de la boucle optique, composée d'un filtre (de largeur  $\Omega_f$ ), d'une bobine de fibre ayant une dispersion chromatique  $\beta_{2,\Sigma}$ , d'un amplificateur à semi-conducteur (SOA) et d'un Modulateur Mach-Zehnder (Tab3.1). Chacun de ces composants modifie le coefficient  $\Gamma$  que ce soit en variant la largeur impulsionnelle  $\tau_p$  et/ou son chirp. Sous hypothèse d'impulsion gaussienne, ces deux paramètres impulsionnels peuvent être réunis en une unique variable complexe  $\Gamma = \frac{2\ln(2)}{\tau_p^2} - ib$ , avec *b* le chirp de l'impulsion défini par l'expression :  $b = q(2\ln 2)/\tau_p^2$  [9], [10]. Les transformations de  $\Gamma$  et  $1/(4\Gamma)$  dans le plan complexe apportées par chacun des composants de la boucle optique nous informent donc sur l'évolution respective du profil temporel et spectral des impulsions par tour de cavité. L'auto-modulation de phase (SPM) issue du SOA et/ou de la bobine de fibre par effet Kerr, impose un chirp sur le profil temporel de l'impulsion tout en laissant la largeur impulsionnelle inchangée.  $\Gamma$  est alors translaté dans le plan complexe suivant l'axe des imaginaires. L'auto-modulation d'amplitude ainsi que la modulation d'amplitude du MZM, modifient la largeur impulsionnelle sans impacter le chirp (sous condition que  $\Omega = 0$ ). On obtient alors une translation dans le plan  $\Gamma$  suivant l'axe des réels. Le filtre et la dispersion chromatique affectent le spectre optique en imposant respectivement une réduction de la largeur spectral et une parabole de phase que l'on peut représenter dans le plan  $1/(4\Gamma)$  par une translation suivant l'axe des réels et des imaginaires (Fig.3.1). La relation inverse reliant le plan  $1/(4\Gamma)$  et  $\Gamma$  permet alors



FIGURE 3.1 – Évolution d'une impulsion gaussienne  $\Gamma_{q=2}$  de paramètres  $\tau_p = 10 \ ps, q = 2, b = 27 \ GHz/ps$  (a) et d'une impulsion  $\Gamma_{q=1/2}$  de paramètres  $\tau_p = 7.5 \ ps, q = 1/2, b = 12.3 \ GHz/ps$  (b) sous l'effet d'une dispersion chromatique normale  $\beta_{2,\Sigma} = 25 \ ps^2$  et d'un filtre gaussien de la forme  $\exp(-(\omega/\Delta\omega)^2)$  (avec  $\Delta f = \Delta\omega/(2\pi) = 80 \ GHz$ ). Les trajectoires de  $\Gamma$  sous l'effet de la dispersion chromatique  $(T_{\beta_{2,\Sigma}})$  suivent des cercles de compression symétriques par rapport à l'axe des réels. Le sens de parcours des cercles est déterminé par le signe de  $\beta_{2,\Sigma}$ . Les trajectoires  $T_{f/\Delta f}$  obtenues par filtrage suivent quant à elles des cercles d'extension symétriques par rapport à l'axe des imaginaires. Les effets de filtrage et de dispersion dépendent du paramètre q de l'impulsion initiale et peuvent mener à une compression des impulsions par filtrage ainsi qu'une compensation d'un chirp positif par dispersion normale dans le cas où q > 1. Le cas q < 1 mène à une dilatation des impulsions par filtrage et une accentuation du chirp par dispersion. Les variations de chirp et de largeur sont indiquées par  $\Delta b$  (GHz/ps) et  $\Delta \tau_p$  (ps) sur les figures a) et b) pour chacune des transformations.

de relier chacune de ces translations  $1/(4\Gamma)$  par un cercle dans dans le plan  $\Gamma$  et réciproquement. La dispersion chromatique impose donc une trajectoire dans le plan  $\Gamma$  le long d'un cercle de « compression » de rayon  $\operatorname{Re}(1/(4\Gamma))$  symétrique par rapport à l'axe des réels, tandis que la trajectoire suivant le cercle « d'extension » de rayon  $\operatorname{Im}(1/(4\Gamma))$  imposé par le filtre présente une symétrie par rapport à l'axe des imaginaires [8]. On obtient alors un cercle de compression de rayon inversement proportionnel à la largeur du spectre optique. Ces différentes transformations imposent chacune une contrainte permettant de déterminer le paramètre impulsionnel complexe  $\Gamma$  à l'état stationnaire.  $\Gamma$  est solution du problème si

l'impulsion associée de la forme (3.1) est reconstituée à chaque tour de cavité.

$$A = \frac{A_0}{2} \exp(-\Gamma t^2) \exp(i\omega_p t) = \frac{A_0}{2} \exp(-(a - ib)t^2) \exp(i\omega_p t)$$
  

$$a = \frac{2\ln 2}{\tau_p^2}$$
  

$$\Gamma = a - ib$$
(3.1)

Afin d'assurer le maintien d'une impulsion gaussienne comme solution du système, on considérera un signal de modulation d'amplitude de la forme par :  $T_{mzm}(t) = \exp(-\delta_l(\omega_m t)^2)$  ( $\delta_l$  représentant la profondeur de modulation). L'auto-modulation d'amplitude et de phase apportée par le SOA sont représentées respectivement par une translation suivant l'axe des réels et des imaginaires du plan complexe  $\Gamma$ . Ces deux transformations peuvent être représentées de manière équivalente par une trajectoire suivant un cercle d'extension que l'on peut associer à l'étalement spectral issu des deux modulations (Fig.3.2). Cette extension du spectre optique s'accompagne le plus souvent d'une modification de la phase du spectre optique, qui se traduit par une trajectoire complémentaire suivant un cercle de compression. La combinaison de la SAM et SPM du SOA peut donc être représentée par une translation horizontale puis verticale ou en suivant un cercle de compression puis un cercle d'extension (Fig.3.3b). La trajectoire suivant le cercle d'extension du spectre est ensuite partiellement compensée par le filtre optique dont le sens de parcours de ce même cercle est opposé à celui imposé par le SOA. On obtient alors un éta-

lement effectif du spectre donné par la fonction de transfert  $\tilde{T}_{soa/\Omega_f}(\omega) = \exp\left(4g\left(\frac{\omega-\omega_p}{\Delta\omega}\right)^2\right)$ , avec  $\omega_p$  le centre du filtre gaussien et  $g = g_{SOA} - g_{\Omega_f}$  le coefficient d'extension effectif du spectre défini à partir de la différence entre l'extension spectrale issue du SOA ( $g_{SOA}$ ) et la restriction issue du filtre optique ( $g_{\Omega_f}$ ). Enfin la phase quadratique imposée par la dispersion chromatique est prise en compte par  $\tilde{T}_{\beta_{2,\Sigma}}(\omega) = \exp\left(-i\frac{1}{2}\beta_{2,\Sigma}(\omega-\omega_p)^2\right)$  appliquée dans le domaine spectral. La trajectoire imposée par dispersion chromatique est alors de sens opposé à celle issue du SOA. On définit alors une dispersion chromatique effective  $\beta_{2,\Sigma} = \beta_{2,\Sigma 0} - \beta_{2,SOA}$  définie à partir de la différence entre la dispersion chromatique intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma 0}$  et la dispersion équivalente imposée par la combinaison SAM/SPM du SOA ( $\beta_{2,SOA}$ ). Au final, l'équilibre de  $\Gamma$  peut être décrit à partir d'une dispersion chromatique et une extension du spectre effective (respectivement  $T_{\beta_{2,\Sigma}}$  et  $T_g$ ) ainsi que d'une modulation d'amplitude ( $T_{MZM}$ ), soit les trois contributions considérées par Siegman dans son analyse gaussienne du MLL [9]. Le spectre de l'impulsion gaussienne est donné par :

$$\tilde{A} = \frac{A_0}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\Gamma}} \exp\left[\frac{-(\omega - \omega_p)^2}{4\Gamma}\right]$$
(3.2)

Ce dernier est donc modifié à la traversée de la bobine de fibre, du filtre optique et du SOA, menant au spectre  $\tilde{A}_1$ :

$$\tilde{A}_1 = \tilde{T}_{\beta_{2,\Sigma}}(\omega).\tilde{T}_{soa/\Omega_f}(\omega).\tilde{A}$$
(3.3)

Le coefficient  $1/(4\Gamma_1)$  associé au spectre optique  $\tilde{A}_1$  devient alors :

$$\frac{1}{4\Gamma_1} = \frac{1}{4\Gamma} + 4\frac{g}{\Delta\omega^2} + i\frac{1}{2}\beta_{2,\Sigma}$$
(3.4)

La modulation  $T_{mzm}$  modifie quant à elle le signal complexe dans le domaine temporel :

$$A_2 = A_1 \exp\left(-\delta_l (\omega_m t)^2\right) \tag{3.5}$$

On obtient alors après un tour le cavité le coefficient  $\Gamma_2$  :

$$\Gamma_2 = \Gamma_1 + \delta_l \omega_m^2 \tag{3.6}$$

En injectant (3.4) dans (3.6), on obtient un polynôme d'ordre 2, dont les racines sont données par [8] :

$$\Gamma = \frac{\delta_l \omega_m^2}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{1}{\delta_l \omega_m^2 \left(\frac{4g}{\Delta \omega^2} - i\frac{\beta_{2,\Sigma}}{2}\right)}} \right)$$
(3.7)

Outre le résultat analytique procuré, ce modèle permet la représentation de l'équilibre entre les différents



FIGURE 3.2 – Schéma présentant deux trajectoires de  $\Gamma$  dans le plan complexe. La trajectoire localisée sur le demi-cercle de compression droit bleu ( $\theta < \pi/2$ ) illustre le cas d'un MLL-EDFA tandis que le demi-cercle gauche ( $\theta > \pi/2$ ) illustre le cas d'un MLL-SOA. Les effets de  $\beta_{2,\Sigma}$  sur le chirp *b* dépendent de l'angle  $\theta$  des coordonnées polaires de  $\Gamma$  définies par rapport au centre du cercle de compression. Le paramètre de chirp *q* se définissant par q = b/a suit donc l'évolution de l'angle  $\zeta$  défini par  $\zeta = -\arctan(b/a)$ . Les effets de modulation  $T_{MZM}$  dépendent aussi de  $\theta$  et mènent soit à une extension du spectre optique pour  $\theta < \pi/2$  (le rayon du cercle de compression augmente : passage de  $C_2 \rightarrow C_3$ ), soit à une réduction de la largeur spectrale si  $\theta > \pi/2$  (passage de  $C_2 \rightarrow C_1$ ). Les transformations  $T_{SAM/SPM}$  associées à l'auto-modulation de phase et d'amplitude issues du SOA forment les deux composantes constitutives de la transformation équivalente  $T_{SOA}$ . Le cas d'une dispersion normale ( $\beta_{2,\Sigma} > 0$ ) peut être obtenu par symétrie par rapport à l'axe des abscisses.

composants de la boucle optique dans le plan complexe Γ. Deux cas sont à considérer selon le signe de g. Dans le cas où g < 0, la combinaison filtre et SOA, mène à une restriction du peigne optique et se comporte comme un filtre équivalent dont la bande-passante est élargie du fait de l'extension spectrale apportée par le SOA. Dans le cas g > 0, l'extension spectrale de l'amplificateur prédomine l'atténuation issue du filtre et on obtient une extension du spectre. Expérimentalement, un coefficient g < 0 correspond à une boucle optique incorporant un amplificateur au temps de recouvrement du gain long (EDFA), tandis qu'un coefficient g > 0 permet de modéliser une cavité optique incluant un amplificateur à temps de recouvrement court (SOA). L'équilibre du MLL s'établit alors de manière différente suivant le signe de g. Dans le cas d'un MLL-EDFA, l'opération de filtrage permise par un coefficient g < 0, impose un état stationnaire situé dans le demi-cercle droit du cercle de recompression. Le MZM impose une translation horizontale indépendamment de Γ, tandis que  $\tilde{T}_{\beta_{2,\Sigma}}$  et  $\tilde{T}_{\Omega_f}$  imposeront une trajectoire le long de cercles de compression et d'extension dépendant respectivement de la largeur du spectre gaussien ( $\operatorname{Re}(1/\Gamma) = \frac{a}{a^2+b^2}$ ) et de  $\operatorname{Im}(1/\Gamma) = \frac{b}{a^2+b^2}$ .  $T_{mzm}$  laissant le chirp inchangé, la condition de stationnarité impose donc une compensation de chirp entre celui imposé par dispersion chromatique

et celui issu de l'extension/compression du spectre optique  $(\text{Im}(T_{\beta_{2,\Sigma}}) = -\text{Im}(T_{\Omega_f}))$ . Sachant que le signe de  $\beta_{2,\Sigma}$  impose le sens de parcours du cercle de recompression (sens trigonométrique pour une dispersion anormale et sens horaire pour une dispersion normale) et que le signe de g impose celui du cercle d'extension (sens trigonométrique en cas d'extension spectrale g > 0 et horaire en cas de restriction du spectre g < 0 si  $\text{Im}(\Gamma) > 0$  et de sens oppposé pour  $\text{Im}(\Gamma) < 0$ ) le signe du chirp imposé par la dispersion chromatique ( $b_{\beta_{2,\Sigma}}$ ) est opposé à celui du filtre ( $b_{\Omega_f}$ ) uniquement sur le demi-cercle droit du cercle de compression. Un MLL-EDFA se caractérise donc par un équilibre localisé sur la partie droite du cercle (Fig.3.2). Sous ces conditions, l'équilibre de  $\tau_p$  est réalisé par les effets cumulés du filtre optique et de dispersion chromatique visant à élargir l'impulsion et l'effet de compression issu de la modulation d'amplitude. Autrement dit l'équilibre d'un MLL-EDFA est atteint si :

$$\begin{cases} \underbrace{T_{MZM}}_{>0} + \underbrace{\operatorname{Re}(T_{\beta_{2,\Sigma}})}_{<0} + \underbrace{\operatorname{Re}(T_{\Omega_{f}})}_{<0} = 0\\ \underbrace{\operatorname{Im}(T_{\beta_{2,\Sigma}})}_{>0} + \underbrace{\operatorname{Im}(T_{\Omega_{f}})}_{<0} = 0 \end{cases}$$
(3.8)

Une cavité MLL-SOA verra quant à elle le sens de parcours du cercle d'extension inversé (g > 0). L'extension du spectre optique est alors associé à un chirp négatif issu de la SPM  $(b_{SPM} < 0 \rightarrow \text{Im}(T_{SOA}) > 0)$ , compensé par dispersion chromatique sous condition que  $\Gamma$  soit localisé sur un demicercle gauche du fait du sens de parcours trigonométrique du cercle dec compression associé à une dispersion anormale. L'équilibre de  $\tau_p$  résulte alors de la compression apportée par la SAM et le MZM compensée par l'élargissement issu de la dispersion chromatique. L'équilibre d'un MLL-SOA s'établira par conséquent sur la partie gauche du cercle de compression, en respectant l'équilibre défini par :

$$\begin{cases} \underbrace{T_{MZM}}_{>0} + \underbrace{\operatorname{Re}(T_{\beta_{2,\Sigma}})}_{<0} + \underbrace{\operatorname{Re}(T_{SOA})}_{>0} = 0\\ \underbrace{\operatorname{Im}(T_{\beta_{2,\Sigma}})}_{<0} + \underbrace{\operatorname{Im}(T_{SOA})}_{>0} = 0 \end{cases}$$
(3.9)

La localisation de  $\Gamma$  sur le demi-cercle gauche ou droit du cercle est indiquée par la valeur du paramètre de chirp q de l'impulsion. Un coefficient |q| < 1 nous indique alors que  $\Gamma$  est localisé sur le demi-cercle gauche du cercle (MLL-SOA) tandis que |q| > 1 indique un coefficient  $\Gamma$  sur la partie droite du cercle (MLL-EDFA). La largeur spectrale étant donnée par :

$$\Delta f_p = \frac{a}{\pi} \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} = \frac{1}{\pi} \frac{2\ln 2}{\tau_p^2} \sqrt{1 + q^2}$$
(3.10)

une impulsion générée par MLL-SOA présentera un spectre élargi par rapport à celui obtenu par MLL-EDFA à  $\tau_p$  équivalent. Un MLL-SOA permet alors d'augmenter le produit  $\Delta f_p \tau_p$  de l'impulsion, favorisant par conséquent son potentiel de compression par compensation de chirp. Cette compensation peut être réalisée par la dispersion chromatique de la bobine de l'OEO (bobine de longueur  $L_1$  présentée Fig.3.11). Une cavité optique avec SOA se présente alors comme une configuration favorable en vue d'une réduction de la largeur des impulsions photodétectées et du shot-noise de photodétection associé [11]. La figure 3.3 nous montre l'évolution d'une impulsion gaussienne évoluant suivant une modulation d'amplitude, une dilatation par dispersion chromatique et la combinaison SAM/SPM du SOA, dont les effets se compensent à l'instar de ce que l'on peut obtenir dans une cavité MLL-SOA. Les valeurs de dispersions chromatiques et de bande passante de filtre ont été volontairement accentuées de sorte à distinguer les trajectoires de  $\Gamma$  par rapport aux cercles de compression et d'extension constituant l'abaque. On retrouve alors le comportement décrit sur le schéma de la figure 3.2, avec un équilibre de  $\tau_p$  résultant des effets de dilatation issus de la dispersion chromatique et des effets de compressions par le MZM et la SAM ainsi qu'un équilibre de chirp résultant des effets de compenser le chirp induit par SPM



FIGURE 3.3 – a) Évolution d'une impulsion gaussienne de largeur  $\tau_p = 10 \ ps$  et de paramètre de chirp q = -3 soumise à une modulation d'amplitude  $T_{MZM}(t) = \exp(-\delta_{AM}\omega_m^2 t^2)$  (avec  $\delta_{AM} = 0.65$ ), une SAM/SPM de la forme  $T_{SOA}(t) = \exp(\delta_0 - \delta_{SOA}(1 + i\alpha_h)\omega_m^2 t^2)$  (avec  $\delta_0$  le gain statique du SOA,  $\alpha_h = 3$  le facteur de Henry et  $\delta_{SOA} = 0.32$ ) et à une dilatation par dispersion chromatique  $\tilde{T}_{\beta_{2,\Sigma}}(\omega) = \exp(-i\frac{1}{2}\beta_{2,\Sigma}\omega^2)$  (avec  $\beta_{2,\Sigma} = -3.4 \ ps^2$ ). Les variations de largeurs et de chirp associés au déplacement de  $\Gamma$  dans le plan complexe sont indiquées par  $\Delta \tau_p$  (ps) et  $\Delta b$  (GHz/ps) figure a). La dispersion chromatique a pour effet de réduire le chirp, réhaussant la pente de fréquence instantanée ( $\Delta b_{\beta_{2,\Sigma}} > 0$ ). Ces effets sont ensuite compensés par la SPM ( $\Delta b_{SPM} < 0$ ). La compression des impulsions observée par modulation est compensée par la dilatation issue de la dispersion chromatique. La combinaison des transformations  $T_{SAM} + T_{SPM}$  est équivalente à la combinaison d'une compression et une extension du spectre suivant les cercles présentés en pointillés. La combinaison  $\beta_{2,\Sigma} + soa$  peut être décrite à partir de cercles d'extensions et de compression (vert).

à la traversée du SOA. En résumé, l'état stationnaire du laser à verrouillage de modes est atteint lorsque  $\Gamma$  parcourt un chemin fermé dans le plan complexe  $\Gamma$ . La modulation d'amplitude représente la contrainte principale du système, puisque la trajectoire qu'elle impose est indépendante des paramètres impulsionnels. Les chemins induits par le filtre optique et la dispersion chromatique dépendent quant à eux respectivement de la partie imaginaire et réelle de  $1/(4\Gamma)$ . Dans le cas où un état stationnaire existe, le système va progressivement converger vers une solution  $\Gamma$  permettant la convergence des trajectoires jusqu'à refermer le chemin réalisé par tour de cavité. Ce modèle permet notamment de souligner le fait que la dispersion chromatique, le filtre optique ainsi que les non-linéarités du SOA en modifiant le spectre optique affectent à la fois le chirp *b* et la largueur des impulsions optiques  $\tau_p$ . De ce fait, le filtre optique peut permettre la compensation du chirp imposé par la dispersion chromatique sans pour autant modifier le profil de phase du spectre optique. La sélectivité du filtre optique ainsi que la valeur de dispersion chromatique peuvent donc être mises à profit afin de modifier le profil des impulsions générées par le verrouillage de modes. Le choix de l'amplificateur (EDFA/SOA) est à cet égard déterminant sur le comportement de  $\Gamma$  suivant ( $\beta_{2,\Sigma}$ ).

#### **3.1.2** Dépendance de $\Gamma$ à la dispersion chromatique intra-cavité

La figure.3.5 nous donne l'évolution du chirp impulsionnel *b* et la largeur  $\tau_p$  avec la dispersion chromatique  $\beta_{2,\Sigma}$  simulée pour un COEO-EDFA et un COEO-SOA. L'évolution de  $\Gamma$  sous une configuration SOA se caractérise par l'existence d'une zone d'instabilité (propre au COEO-SOA) lorsque  $\beta_{2,\Sigma} \rightarrow 0$ , à la différence d'un COEO-EDFA présentant une continuité avec une impulsion à chirp compensé au zéro de dispersion. Afin de mieux appréhender l'évolution de  $\Gamma$  avec la dispersion chromatique intra-cavité, il faut s'intéresser au régime transitoire du COEO. L'oscillation optique déterministe naît à partir de l'émission spontanée de l'amplificateur optique (ESA), modélisée par un bruit blanc. La valeur moyenne du champ optique est alors nulle, ce qui correspond au cas d'une impulsion optique de largeur infinie et un spectre optique de largeur nulle. L'état initial du système se situe donc au niveau de la singularité du plan  $\Gamma$  située à l'origine du plan complexe ( $\lim_{\tau_p\to 0} \Gamma = 0$ ), situé à un angle  $\theta = 0$  sur un cercle de compression dont le rayon tend vers zéro (le rayon du cercle augmentant avec la largeur du spectre optique). Considérons dans un premier temps le régime transitoire d'un MLL-EDFA. La génération de



FIGURE 3.4 – Évolution dans le plan  $\Gamma$  du paramètres complexe des impulsions intra-cavité du COEO-SOA, avec  $\beta_{2,\Sigma} = -0.55 \ ps^2$ . L'évolution du rayon des cercles de compression ainsi que l'angle positionnant  $\Gamma$  sur ce cercle par rapport au centre sont présentés. Un angle  $\theta$  proche de  $\pi$  est observé, en cohérence avec la faible valeur de dispersion intra-cavité. Les cercles bleus représentés dans le plan  $\Gamma$ donne l'évolution du centre des cercles de recompression, permettant de mieux évaluer l'élargissement spectral par tour de cavité. Ces résultats ont été obtenus à partir du modèle numérique présenté section 3.2.

fréquence par modulation va avoir pour effet d'étendre le spectre optique et donc le rayon de cercle de recompression. Le régime de dispersion chromatique impose alors le sens de parcours de ce cercle ainsi que son chirp sur le profil impulsionnel. L'extension spectrale et le chirp impulsionnel imposé respectivement par le MZM et la dispersion chromatique vont ainsi pouvoir s'accumuler tour à tour avec pour conséquence une réduction de la largeur impulsionnelle  $\tau_p$ . Cette réduction de  $\tau_p$  est permise du fait que l'élargissement induit par la dispersion chromatique ne compense que partiellement la réduction imposée par modulation. La réduction de la largeur impulsionnelle et l'accentuation du chirp entrainent l'élargissement du spectre optique, augmentant les pertes induites par filtrage jusqu'à compensation de l'extension spectrale initiée par modulation. On obtient alors à l'état stationnaire, un coefficient  $\Gamma$  qui se stabilise de sorte à ce que les effets de filtrage compensent le chirp apporté par la dispersion chromatique et complète les effets de dilatation des impulsions par dispersion chromatique de sorte à compenser les effets du MZM.

Le régime transitoire du COEO-SOA suit le même parcours que celui observé pour le COEO-EDFA à la différence que le coefficient  $\Gamma$  permettant l'état stationnaire est obtenu sur le demi-cercle gauche du cercle de compression. En effet, la compensation de chirp par filtrage n'est plus effective en présence d'un SOA, du fait que la réduction du spectre optique par filtre optique est compensée par l'étalement issu de la SAM/SPM. La SPM impose un chirp de même signe que celui issu de la dispersion chromatique sur le demi-cercle droit du cercle de compression ). Les effets de SPM et de  $\beta_{2,\Sigma}$  sur le chirp vont alors s'accumuler tant que  $\theta < \pi/2$  et s'accompagne d'une extension du spectre optique du fait que  $\tau_p$  augmente et *b* diminue simultanément. Cet élargissement spectral est maintenu jusqu'à ce que le chirp de l'impulsion devienne suffisamment important par rapport à  $\tau_p$  pour inverser le signe de  $b_{\beta_{2,\Sigma}}$  $(\theta > \pi/2)$ . On arrive alors sur le demi-cercle gauche du cercle de compression à partir duquel une compensation du chirp issu du SOA par  $\beta_{2,\Sigma}$  devient possible. La solution  $\Gamma$  se stabilise alors autour d'une valeur permettant une compensation de  $b_{SPM}$  par  $b_{\beta_{2,\Sigma}}$ .

Enfin, le choix du régime de dispersion a son importance pour une configuration COEO-SOA. En



FIGURE 3.5 – a) Évolution du chirp *b* et de la largeur impulsionnelle  $\tau_p$  simulée dans le cas d'un COEO-SOA ( $\tau_c = 100 \ ps$ ) et d'un COEO-EDFA. L'absence de points autour du zéro de dispersion délimite la zone d'instabilité du COEO-SOA. Les largeurs impulsionnelles après compensation numérique de la partie quadratique du profil de phase spectrale sont aussi indiquées ( $\tau_p^{opt}$ ). Les fortes valeurs de chirp offertes par le COEO-SOA permettent une meilleure compression des impulsions. b) Représentation sur le plan  $\Gamma$  des résultats présentés sur la figure a). Les cercles de compression associés à ces solutions sont aussi tracés. Le potentiel de compression de l'impulsion augmente avec le rayon du cercle. L'évolution de  $\Gamma_{EDFA}$  (cercles rouges) et  $\Gamma_{SOA}$  (losanges oranges) sont aussi reportées sur un cercle de compression normalisé. Le sens de parcours de ce cercle suit les valeurs croissantes de  $\beta_{2,\Sigma}$  et est indiqué par les flèches rouges pour  $\Gamma_{SOA}$  et oranges pour  $\Gamma_{EDFA}$ . Les cercles de compression obtenus pour  $\beta_{2,\Sigma} > 0$  sont inscrits dans les cercles obtenus pour  $\beta_{2,\Sigma} < 0$  ( $R_{\beta_{2,\Sigma}<0 > R_{\beta_{2,\Sigma}>0}$ ), indiquant que le régime anormal de dispersion favorise la formation de peignes larges. Enfin, la singularité du plan  $\Gamma$  est indiquée à l'origine du plan (rectangle noir sur le cercle normalisé). L'angle  $\theta$  converge vers  $\pm \pi$  lorsque  $\beta_{2,\Sigma}$  tend vers zéro. La zone d'instabilité du MLL-SOA est donc localisée autour de cette singularité.

effet, contrairement au COEO-EDFA pour lequel on observe une symétrie des propriétés impulsionnelles (au signe du chirp près), le COEO-SOA presente une forte dissymétrie menant à une réduction de la largeur impulsionnelle et une accentuation du chirp sous le régime de dispersion anormale (Fig.3.5.a). La génération de fréquence est donc favorisée sous ce régime et s'explique du fait de la forte asymétrie des impulsions optiques. La SPM du SOA impose deux chirps de signes opposés sur chacun des fronts de l'impulsion : un chirp négatif sur le front montant et un positif sur le front descendant. Un équilibre avec le chirp linéaire issu de la dispersion chromatique va pouvoir s'établir avec l'un de deux chirps imposés par SPM. La compensation du chirp de signe opposé sera quant à elle permise par l'asymétrie du spectre optique combinée à des effets de synchronisation entre l'OEO et le MLL (ce point sera détaillé section3.2.4). Ce modèle gaussien ne prenant pas en compte ces effets d'asymétrie, nous nous limiterons à l'étude du chirp issu de la SPM compensé par celui de  $β_{2,Σ}$ . Ce faisant, on suppose que le signe de la dispersion chromatique « sélectionne » le chirp de la SPM de sorte à ce que celui-ci participe à une extension du spectre optique au cours du régime transitoire. Un régime anormale de dispersion sélectionnera en conséquence le chirp négatif de la SPM tandis qu'une dispersion normale sélectionnera le chirp positif. Dans les premiers instants du régime transitoire, Γ se positionne sur le demi-cercle droit du cercle de compression ( $|\theta| < \pi/2$ ). On aura par conséquent  $b_{SPM}$  et  $b_{\beta_{2,\Sigma}}$  de même signe entrainant une accumulation de chirp. La forte augmentation du chirp par rapport à la largeur impulsionnelle entraine une augmentation de l'angle  $\theta$  jusqu'à ce que  $\Gamma$  vienne se positionner sur le demi-cercle gauche ( $|\theta| > \pi/2$ ). Dès lors  $b_{\beta_{2,\Sigma}}$  change de signe permettant une compensation de  $b_{SPM}$ . La valeur de  $b_{SPM}$ dépendant du profil de puissance instantanée de l'impulsion, le profil abrupte du front montant imposera des valeurs de chirp par SPM plus importantes que celles perçues par le front descendant. La compensation par dispersion chromatique de  $b_{SPM}$ , sera donc plus lente sous un régime de dispersion anormale que sous un régime normal. L'accumulation de chirp pendant le régime transitoire sera donc plus importante et mène à la dissymétrie observée. L'accroissement du rayon du cercle de compression associé à l'extension du spectre optique par accumulation de chirp, favorise alors la génération d'impulsions courtes. Par ailleurs, la génération de fréquences'accentuant autour du zéro de dispersion de la même manière que |b|, la dissymétrie observée pour le chirp se reporte donc sur la largeur des impulsions. Ces mécanismes seront spécifiquement détaillés dans les sections qui suivent.

Le signe du chirp impulsionnel obtenu à l'état stationnaire est donc issu de l'accumulation des effets de dispersion chromatique et de SPM lors du parcours du demi-cercle droit du cercle de compression. Une fois le demi-cercle gauche atteint, la dispersion contribue à diminuer le chirp impulsionnel précédemment accumulé, permettant la compensation de  $b_{SPM}$ . On comprend alors que l'équilibre sera atteint d'autant plus rapidement que la compensation par la dispersion chromatique est efficace. Dans le cas d'une dispersion chromatique  $\beta_{2,\Sigma} \to \pm \infty$ , l'état stationnaire serait donc atteint au moment où  $\Gamma$ passe du demi-cercle droit au demi-cercle gauche (ie  $\theta \to \pm \pi/2$  ou de manière équivalente  $q \to \pm 1$ ). Une valeur de dispersion intra-cavité importante permet alors le limiter l'accumulation de chirp issu de la SPM durant le régime transitoire, expliquant l'accentuation de chirp observé autour du zéro de dispersion (Fig.3.5.a). A contrario, une faible dispersion mène à un état stationnaire pour un angle  $\theta \to \pm \pi$ , soit un paramètre de chirp  $q \to \pm \infty$ , représentant le cas limite pour lequel la compensation de  $b_{SPM}$  par  $b_{\beta_{2,\Sigma}}$  n'est jamais complètement atteinte (soit une durée du régime transitoire infinie). L'augmentation de b observée Fig.3.5, est alors permise par une forte augmentation du rayon du cercle de compression (R) issue de l'élargissement du spectre optique au cours du régime transitoire, malgré la position de  $\Gamma$ sur le cercle de compression. On obtient donc un potentiel de compression très important, permettant d'atteindre des largeurs impulsionnelles bien inférieures à celles offertes par un COEO-EDFA après recompression. Le chirp issu de la SPM dépendant du profil d'intensité des impulsions, leur profil asymétrique induit par la saturation dynamique du SOA font que le chirp négatif imposé par SPM est plus important que le chirp positif. Le chirp  $b_{SPM}$  à compenser par  $b_{\beta_{2,\Sigma}}$  est donc plus important pour un régime de dispersion anormale que normale. A  $|\beta_{2,\Sigma}|$  équivalent, l'état d'équilibre est donc atteint plus tardivement sous le régime anormal de dispersion, favorisant l'accumulation de chirp au cours le régime transitoire. De la même manière, le chirp accumulé lors du parcours du demi-cercle droit ( $|\theta| < \pi/2$ )  $b_{SPM} + b_{\beta_{2}}$  est lui aussi plus important sous le régime anormal de dispersion, favorisant l'étalement du spectre optique (suivant la relation 3.10). On obtient alors des rayons de cercle de compression large favorisant la formation d'impulsions courtes et expliquant la réduction de  $\tau_p$  observée pour  $\beta_{2,\Sigma} < 0$ par rapport à  $\beta_{2,\Sigma} > 0$ . Au final, on observe des valeurs de chirp plus importantes ainsi que de plus faibles valeurs de largeurs impulsionnelles sous un régime de dispersion anormale. Le COEO présentant une ligne à retard optique avant la photodiode en entrée du circuit de contre-réaction RF, sa dispersion chromatique peut être mise à profit afin de compresser les impulsions avant photodétection. Par ailleurs, la présence d'impulsions intra-cavité larges permet d'accentuer la capacité de correction de timing des impulsions par la modulation du MZM. La bande de verrouillage du COEO est de ce fait élargie (ce point sera détaillé dans la section consacrée au bruit de phase et dans le chapitre consacré à la synchronisation des oscillateurs). La configuration du COEO nous permet alors de tirer avantage des spécificités du MLL-SOA à deux niveaux :

- elle permet la réduction d'une source de bruit du COEO par compression des impulsions avant photodétection (réduction du shot-noise).
- elle assure le maintien d'impulsions intra-cavité larges favorisant la stabilité du système par une

bande de verrouillage large.

Un régime de dispersion faiblement anormal serait alors à privilégier en vue de minimiser le shotnoise de photodétection, tandis qu'une dispersion normale est à préférer en vue d'étendre la bande de verrouillage et la stabilité du COEO.

## **3.1.3** Existence du domaine d'instabilité et asymétrie de $\Gamma$ suivant $\beta_{2,\Sigma}$

Cette approche analytique présentée peut être utilisée afin de démontrer l'absence de régime stabilisé autour du zéro de dispersion obtenue numériquement. La figure (3.3.b) nous a notamment indiqué que la combinaison des transformations de modulations de phase et d'amplitude du SOA peut être représentée par une trajectoire suivant un cercle de compression et un cercle d'extension dans le plan complexe  $\Gamma$  :  $T_{SAM}(t) + T_{SPM}(t) = T_{\beta_{2,soa}}(t) + T_{\Omega,soa}(t)$ . L'équilibre du MLL est donc atteint à condition que le chemin parcouru dans le plan complexe sur un tour de cavité soit fermé. On obtient alors :

$$T_{MZM} + T_{\beta_2} + T_{\Omega,soa} = 0$$
  

$$T_{\beta_2} = T_{\beta_{2,\Sigma}} + T_{\beta_{2,soa}}$$
  
el que :  

$$sign(\beta_{2,soa}) = -sign(\beta_{2,\Sigma})$$
(3.11)

avec  $T_{\beta_2}$  la transformation par dispersion chromatique effective  $\beta_2$ , obtenue par la combinaison de  $T_{\beta_{2,\Sigma}}$ et  $T_{\beta_{2,SOA}}$ . La compensation de  $T_{MZM}$  est quant à elle obtenue par  $\operatorname{Re}(T_{\Omega,soa} + T_{\beta_2})$ . Sachant que sous condition d'extension de spectre  $\operatorname{Im}(T_{\Omega,soa}) \neq 0$ , le chirp associé à cette partie imaginaire doit nécessairement être compensé par la dispersion effective de la boucle optique  $\beta_2$ . Aucun équilibre n'est donc possible à dispersion chromatique effective nulle. A mesure que  $\beta_2$  tend vers zéro, l'apport en chirp issu de  $\beta_2$  diminue, ce qui a pour effet de réduire l'aire du triangle représentant le parcours de  $\Gamma$  dans le plan complexe (Fig.3.7). La compensation de  $T_{MZM}$  est alors principalement assurée par l'extension du peigne de fréquence par le SOA. L'extension du spectre étant sensible aux variations de puissance de l'impulsion de par la non-linéarité du SOA, une fluctation de puissance optique se répercute par une fluctuation de  $T_{\beta_{2,SOA}}$  le long du cercle d'extension, modifiant l'équilibre et affectant de ce fait la stabilité du système. Afin de déterminer les conditions de stabilité du MLL, on considérera que les pertes intra-cavités moyennes sont indépendants de la dispersion chromatique et donc que l'énergie des impulsions à l'état stationnaire reste équivalente quelle que soit la valeur de  $\beta_{2,\Sigma}$ . A énergie constante, le niveau de non-linéarité du SOA dépend donc de la puissance crête des impulsions, dont la valeur est fixée par  $\tau_p$  suivant la relation :  $\hat{P}_{opt} = \frac{E_p}{\sqrt{\pi} \tau_p}$ . Le critère de stabilité portant sur  $\operatorname{Re}(\Gamma)$  peut alors se formuler à partir de sa dérivée par rapport à  $\tau_p$ :

$$\frac{d\operatorname{Re}(\Gamma)}{d\tau_p} > 0 \tag{3.12}$$

Ce critère de stabilité teste les variations de  $\Gamma$  lorsque la largeur impulsionnelle  $\tau_p$  vient à être modifiée. Dans le cas où  $d \operatorname{Re}(\Gamma)/d\tau_p > 0$ , sachant que  $\operatorname{Re}(\Gamma) = 2\ln(2)/\tau_p^2$ , tout élargissement de l'impulsion  $(\delta \tau_p > 0)$  par une perturbation du système, mène à une variation  $\delta \operatorname{Re}(\Gamma) > 0$  en contradiction avec la condition (3.12). Celà signifie que la boucle optique n'admet aucune solution stable au voisinage de  $\Gamma$  pour une valeur de dispersion  $\beta_2$  donnée. On obtient alors un état stationnaire pour lequel toute perturbation  $\delta \tau_p$  sera amortie. Dans le cas contraire  $(d \operatorname{Re}(\Gamma)/d\tau_p < 0)$ , la variation  $\delta \operatorname{Re}(\Gamma) < 0$  suit celle imposée par la perturbation  $\delta \tau_p$ . La boucle optique admet une solution au voisinage de  $\Gamma$  et la forme impulsionnelle devient alors sensible aux éventuelles perturbations du système. On obtient une impulsion instable. L'expression de  $\Gamma$  (eq.3.7) donnant l'évolution du paramètre complexe d'une impulsion nelle équivalente et en supposant une énergie impulsionnelle constante quelle que soit la valeur de  $\beta_{2,\Sigma}$  (l'énergie étant principalement imposée par le rapport gains/pertes de la cavité), la non-linéarité du SOA dépendra donc de l'intensité crête de l'impulsion suivant la relation  $g = \mu_0 \hat{P}_{opt}$  (dans l'hypothèse d'une



FIGURE 3.6 – a) Évolution de l'angle  $\theta$  positionnant  $\Gamma$  sur le cercle de compression normalisé présenté figure b. On retrouve le comportement observé sur les résultats de simulation du COEO-SOA (Fig.3.5) avec un angle  $\theta$  qui converge vers la singularité  $\theta = \pi$  (indiqué par un rectangle noir) avec la réduction de  $\beta_2$ . L'augmentation concomitante du rayon du cercle de compression, mène à l'augmentation du chirp autour du zéro de disperison. Le paramètre de chirp q a été obtenu à partir de l'angle  $\zeta$  par la relation :  $q = -tan(\zeta)$ . L'évolution de l'angle  $\zeta$  est donnée par la courbe en pointillée (figure a).



FIGURE 3.7 – Évolution du chemin parcouru par l'impulsion dans le plan complexe temporel ( $\Gamma$ ) et spectral ( $1/\Gamma$ ). La solution de l'équation (3.7) est indiquée par les cercles rouges et montre une convergence de  $\zeta$  vers  $\pi/2$  conformément à l'évolution de q présentée Fig.3.6. La réduction progessive de la surface délimitée par le chemin suivi par  $\Gamma$  diminue pour des valeurs de dispersion proches de zéro. La compensation de  $T_{MZM}$  est alors majoritairement issue de  $T_{SOA}$ , source d'instabilité du système.

relation linéaire entre g et  $\hat{P}_{opt}$ ). Une perturbation  $\delta \tau_p$  modifie en conséquence  $\Gamma$  par l'intermédiaire de g (eq.3.7). On obtient alors :

$$\frac{dRe(\Gamma)}{d\tau_p} = \frac{dRe(\Gamma)}{dg} \cdot \frac{dg}{d\tau_p}$$

$$\frac{dg}{d\tau_p} = -\frac{\mu_0 E_p \delta_l \omega_m^2}{2\sqrt{\pi} \ln(2)} \operatorname{Re}(\Gamma)$$
(3.13)

sachant que :

$$\frac{1}{\delta_l \omega_m^2 \left|\frac{4g}{\Delta \omega^2} - i2\beta_2\right|^2} \gg 1 \tag{3.14}$$

on obtient :

$$\frac{d\Gamma}{d\tau_p} = \frac{-\delta_l \omega_m^2 \mu_0 E_p}{2\sqrt{\pi} \ln(2) \left(\frac{4g}{\Delta\omega^2} - i2\beta_2\right)^2 \Delta\omega^2}$$
(3.15)

Par conséquent, la condition de stabilité est donnée par :

$$|\beta_2| > \frac{2g}{\Delta\omega^2} \tag{3.16}$$

Cette relation nous indique que  $\beta_2$  doit être suffisamment importante afin de compenser le chirp issu de



FIGURE 3.8 – a) Évolution du chirp *b* et de la largueur à mi-hauteur  $\tau_p$  des impulsions gaussiennes suivant  $\beta_2$ , dont les paramètres  $\Gamma = 2\ln(2)/\tau_p^2 - ib$  sont obtenus à partir de l'eq.(3.7). b) Résultat du calcul de la dérivée  $d \operatorname{Re}\{\Gamma\}/d\tau_p$  (eq.3.15). Les passages à zéro délimitent la zone d'instabilité autour du zéro de dispersion et sont indiqués par des lignes verticales, aussi reportés sur la figure a). Ces résultats ont été obtenus sous l'hypothèse d'un étalement de spectre constant de la part du SOA (coefficient *g* indépendant de  $\beta_2$ ).

l'étalement du spectre optique occasionné par la SAM/SPM et permettre le maintien de l'enveloppe complexe à chaque tour de cavité. La modélisation d'un MLL-SOA nécessite l'hypothèse d'une extension de spectre afin que l'équilibre puisse s'établir sur le demi-cercle gauche de compression tel qu'observé par simulation (Fig.3.5). Reste que les résultats analytiques présentés Fig.3.8 prennent en compte une extension du spectre égale pour toute valeur de dispersion. L'extension étant issue d'un processus nonlinéaire, son intensité varie suivant la puissance crête et la largeur des impulsions dont la valeur varie suivant la dispersion  $\beta_{2,\Sigma}$  et mène au comportement asymétrique de  $\tau_p$  et b observé par simulation. La contribution de la SAM restant faible par rapport à la modulation d'amplitude du MZM, on supposera que l'extension du spectre associée au SOA est issue exclusivement de la SPM et que celle-ci induit une extension du spectre optique  $4g/\Delta\omega^2$  suivant une rampe décroissante à mesure que la dispersion effective  $|\beta_2|$  diminue. Cette allure se justifie du fait que l'aire du chemin fermé  $\tilde{T}_{soa} + \tilde{T}_{MZM} + \tilde{T}_{\beta_2}$  diminue avec la dispersion chromatique dans le plan  $1/\Gamma$  (Fig.3.7). Sous condition d'un étalement spectral variant avec  $\beta_2$ , le comportement attendu de  $|\tilde{T}_{soa}|$  serait donc de suivre la réduction de  $|\tilde{T}_{MZM}|$  et  $|\tilde{T}_{\beta_2}|$ avec  $|\beta_2|$ . Sous cette hypothèse, le coefficient  $\Gamma$  solution de l'eq.(3.7) est présenté Fig.3.9 à partir du profil d'extension de spectre présenté Fig.(3.9.a). On retrouve alors le comportement asymétrique observé numériquement, avec un intervalle d'instabilité élargi sous condition de dispersion normale. Ces figures présentent l'évolution de  $\Gamma$  suivant la dispersion effective  $\beta_2$ .  $\beta_{2,\Sigma}$  en est déductible en appliquant les transformations dans le plan complexe du SOA et du MZM de sorte à obtenir  $\Gamma_{SOA+MZM}$ . La valeur
de dispersion  $\beta_{2,\Sigma}$  respectant la condition de stationnarité est alors telle que :

$$-\Gamma_{\beta_{2,\Sigma}} = \Gamma_{-\beta_{2,\Sigma}} = \Gamma_{SOA+MZM}$$

sachant que :

$$\operatorname{Re}(\Gamma_{-\beta_{2,\Sigma}}) = \frac{a_0}{(1 - 2\beta_{2,\Sigma}b_0)^2 + (-2\beta_{2,\Sigma}a_0)^2}$$
(3.17)

 $\beta_{2,\Sigma}$  est alors obtenu à partir des racines du polynôme :

$$P(\beta_{2,\Sigma}) = 4(a_0^2 + b_0^2)\beta_{2,\Sigma}^2 - 4b_0\beta_{2,\Sigma} + 1 - \frac{a_0}{\operatorname{Re}(\Gamma_{-\beta_{2,\Sigma}})}$$

avec  $\Gamma_0(\beta_2) = a_0 - ib_0$  le paramère complexe de l'impulsion initiale à une dispersion effective  $\beta_2$  donnée. Dès lors, le chirp imposé par SPM ( $b_{SPM}$ ) permettant de compenser celui induit par  $\beta_{2,\Sigma}$  ( $b_{\beta_{2,\Sigma}}$ ) est accessible à partir de la partie imaginaire de la condition de stationnarité (3.9). On obtient alors :

$$-b_{SPM} = \operatorname{Im}(\Gamma_{SPM} - \Gamma_0) = -\operatorname{Im}(\Gamma_{\beta_{2,\Sigma}} - \Gamma_0)$$
(3.18)

tandis que les parties imaginaires et réelles de cette transformation dans le plan complexe, nous permettent de déterminer la dispersion chromatique  $\beta_{2,soa}$  et de retrouver le coefficient d'étalement du spectre :

$$\frac{-4g}{\Delta\omega^2} = \operatorname{Re}\{1/\Gamma_{SPM} - 1/\Gamma_0\}$$

$$\beta_{2,soa} = \operatorname{Im}(1/\Gamma_{SPM} - 1/\Gamma_0)$$
(3.19)

Les évolutions de  $\beta_{2,soa}$  et  $b_{SPM}$  suivant  $\beta_2$  sont présentées Fig.3.9-3.10. On retrouve notamment une accentuation de  $b_{SPM}$  autour du zéro de dispersion, indiquant la nécessité d'une non-linéarité prononcée à mesure que la dispersion diminue, reproduisant par conséquent l'asymétrie du chirp imposé par le SOA sur les front montants et descendants des impulsions. De la même manière que pour le chemin  $\tilde{T}_{soa} + \tilde{T}_{\beta_2} + \tilde{T}_{MZM}$  dans le plan  $1/\Gamma$  (Fig.3.7), on retrouve une diminution de l'aire des triangles formés par  $\tilde{T}_{SPM} + \tilde{T}_{\beta_{2,\Sigma}} + \tilde{T}_{MZM}$  avec  $\beta_{2,\Sigma}$ , qui se réalise par une réduction simultanée des normes  $|T_{SPM}|$ ,  $|T_{MZM}|$  et  $|T_{\beta_{2,\Sigma}}|$ .  $|T_{MZM}|$  et  $|T_{SPM}|$  étant issues d'une modulation temporelle, leur valeur dépend de deux paramètres :

- 1. L'excursion de modulation :  $\delta_l$  (amplitude) /  $b_{SPM}$  (phase).
- 2. Le rayon du cercle dans le plan  $1/\Gamma$ , dont la valeur est déterminée dans le plan  $\Gamma$  par celle de  $b_0$  pour la modulation d'amplitude (Fig.3.7) et  $a_0$  pour la modulation de phase.

La longueur de l'arc  $|\tilde{T}_{MZM}|$  sera donc d'autant plus importante que  $\delta_l$  augmente et  $b_0$  diminue, tandis que  $|\tilde{T}_{SPM}|$  sera d'autant plus important que  $b_{SPM}$  sera élevé et  $a_0$  sera faible (ou de manière équivalente : que  $\tau_p$  sera élevé).  $\delta_l$  étant considéré comme fixe (sous condition de MLL), la réduction de  $|\tilde{T}_{MZM}|$  nécessaire à l'état stationnaire est obtenu en augmentant  $b_0$ , tandis que la réduction de  $|\tilde{T}_{SPM}|$ se fait à la fois par une celle de  $\tau_p$  et une accentuation de  $b_{SPM}$ . Ce chirp étant issu de la SPM du SOA, un comportement fortement non-linéaire de ce dernier accentue  $b_{SPM}$ , qui est alors compensé par une réduction de  $\tau_p$  de sorte à maintenir une valeur  $|\tilde{T}_{SPM}|$  suffisamment faible pour que l'état stationnaire puisse s'établir. Le chirp imposé par SPM sur le front montant étant plus important que celui sur front descendant, et puisque ces chirps participent respectivement à l'équilibre du MLL pour une dispersion anormale et normale, on obtient par conséquent des impulsions plus courtes et plus chirpées sous le régime de dispersion anormal (pour de faibles valeurs de dispersion). L'asymétrie de la zone d'instabilité provient, quant à elle, du fait que la SPM a pour effet d'imposer une extension de spectre  $4g/\Delta\omega^2$  et une dispersion  $\beta_{2,soa}$  de manière simultanée (Fig.3.10). La SPM agit sur la valeur des deux contributeurs du critère de stabilité (eq.3.15) en déterminant le coefficient d'extension  $4g/\Delta\omega^2$  et en affectant celle de  $\beta_2$  (=  $\beta_{2,\Sigma} + \beta_{2,soa}$ ). On constate alors que  $\beta_{2,\Sigma}$  est compensée plus efficacement dans le cas d'une dispersion normale, à laquelle s'ajoute une extension  $4g/\Delta\omega^2$  plus importante du fait d'une meilleure



FIGURE 3.9 – a) Évolution suivant la dispersion chromatique effective  $\beta_2$  du coefficient d'élargissement spectral  $g/\Delta\omega^2$  et de la dispersion  $\beta_{2,soa}$  associée à la SPM du SOA. La compensation de dispersion apportée par  $\beta_{2,soa}$  élevée pour  $\beta_2 > 0$  associée à un élargissement spectral plus prononcé entrainent un élargissement de la zone d'instabilité dans le cas d'une dispersion normale. b) Paramètres de  $\Gamma$ déterminés à partir de l'eq.(3.7) en prenant en compte le coefficient d'extension et de dispersion du SOA présenté Fig.a).



FIGURE 3.10 – a) Modulation de phase associée au coefficient d'extension et de dispersion du SOA présentés Fig.3.9.a). L'asymétrie de  $b_{SPM}$  obtenu à partir du coefficient d'extension  $4g/\Delta\omega^2$  (Fig.3.9), permet de reproduire les effets du profil asymétrique des impulsions sur la SPM imposée par le SOA. b) Largeur à mi-hauteur ( $\tau_p$ ) et chirp (b) suivant  $\beta_{2,\Sigma}$  reproduisant l'asymétrie observée par simulation.

efficacité de modulation permise par la formation d'impulsions plus larges. Il en résulte que la marge sur le critère de stabilité  $Mg = 2g/\Delta\omega^2 - |(\beta_{2,\Sigma} + \beta_{2,soa}|)$  sera plus faible dans le cas du régime dispersif normal. La condition de stabilité Mg > 0 est donc atteinte pour une valeur de dispersion plus élevée dans le cas où  $\beta_{2,\Sigma} > 0$ .

L'approche analytique proposée, basée sur un traitement gaussien de la cavité à verrouillage de modes, nous offre donc des clés de compréhension sur le comportement des paramètres impulsionnels observé numériquement. Il rend compte notamment de l'asymétrie de  $\Gamma$  suivant  $\beta_{2,\Sigma}$  ainsi que celle de la zone d'instabilité. Cette approche à deux dimensions ne prend cependant pas en compte les mécanismes de synchronisation affectant ces paramètres et doit donc être considérée comme un outil d'interprétation partiel des mécanismes affectant la formation d'impulsion. La modélisation complète a été réalisée à partir de l'intégration d'équation aux dérivées partielles permettant de prendre en compte l'ensemble des effets intervenant dans l'équilibre du système.

## **3.2** Principe de modélisation et caractérisation des impulsions

#### 3.2.1 L'équation maitresse

La modélisation du COEO a été établie par l'intégration de l'équation aux dérivées partielles, dites « équation maitresse » de la forme :

$$T_r \frac{\partial A}{\partial T} = -\beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{i}{2} \left( \beta_{2,\Sigma} + \frac{i}{\Omega_f^2} \right) \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \left[ \frac{1}{2} ((1 - i\alpha_h)g(t) - \alpha) + T_{MZM}(u_{RF}) + i\gamma_{NL} |A|^2 \right] A$$
(3.20)

$$\frac{\partial g(T,t)}{\partial t} = \frac{g_0 - g}{\tau_c} - g \frac{|A|^2}{E_{sat}}$$
(3.21)

$$\frac{\partial^2 u_{RF}}{\partial t^2} + \frac{G_R + G_{MZM}}{C_r} \frac{\partial u_{RF}}{\partial u_{RF}} + \frac{1}{L_r C_r} = -\frac{1}{C_r} \frac{\partial i_{pd}}{\partial t}$$
(3.22)

L'équation maitresse (3.20) est couplée avec (3.21) donnant l'évolution du gain dynamique du SOA.  $\tau_c$ représente alors le temps de recouvrement du gain,  $E_{sat}$  l'énergie de saturation du SOA et  $g_0$  le gain petit signal. On distingue alors deux variables de temps T et t permettant de décrire l'évolution sur le temps long (ie de l'ordre de la période sur un tour de cavité :  $T_R$ ) et le temps court (sur un intervalle de temps de l'ordre de la période du train d'impulsion :  $T_m$ ) du champ optique. Présentée sous cette forme, (3.20) est composée d'un opérateur temporel associé à un filtre optique gaussien  $(\frac{1}{2\Omega_t^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2})$ , un opérateur issu

des effets de dispersion chromatique  $\beta_{2,\Sigma}$  calculé sur l'ensemble de la cavité  $(-\frac{i}{2}\beta_{2,\Sigma}\frac{\partial^2}{\partial t^2})$ , d'un SOA  $(\frac{1}{2}(1-i\alpha_h)g(t))$ , de l'auto-modulation de phase par effet Kerr  $(\gamma_{NL}|A|^2)$  ainsi qu'un modulateur d'amplitude  $(T_{MZM}(u_{RF}))$ . Les pertes statiques intra-cavité sont elles prises en compte par le coefficient  $\alpha$ . Cette équation donne alors l'évolution par tour de cavité du champ moyen. L'énergie de saturation  $E_{sat}$ du SOA étant définie en sortie d'amplificateur, l'énergie impulsionnelle obtenue par intégration de (3.20) correspond à celle obtenue après amplification. Le champ optique en chacun des points de la cavité peut ensuite être reconstitué à partir de cette solution en appliquant les fonctions de transfert de chacun des composants (ou par intégration de la NLSE  $^1$  dans le cas de la fibre optique). Écrit de cette manière, les équations (3.20) et (3.21) permettent de simuler le comportement d'un laser à verrouillage de mode à base d'amplificateur à semi-conducteur. Le COEO se distingue par la présence d'une boucle de contreréaction opto-hyper, permettant au système de générer son propre signal de modulation  $(u_{RF})$ . En ce sens, le COEO est un dispositif similaire au laser à verrouillage de mode régénératif. Les constantes de temps du résonateur diélectrique ( $Q_{reso} \sim 1000 \rightarrow \tau_{reso} = 3.210^{-2} \mu s \ll T_r$ ) ainsi que celle du temps de recouvrement du gain ( $\tau_c \in [50, 600] \ ps \ll T_r$ ) nous assurent que l'état stationnaire du train d'impulsion optique est atteint à chaque tour de cavité. L'enveloppe  $|A(T,t)|^2$  peut alors générer un courant  $i_{ps}$  par photodétection après effet de la bobine de l'OEO ( $\beta_{2,\Sigma_1}$ ) sur le profil d'intensité optique. Le photocourant est ensuite filtré successivement par le passe-bas de la diode et le passe-bande du résonateur diélectrique, dont l'équation différentielle associée et résolue sous conditions limites périodiques est présentée eq.3.22. La solution est alors amplifiée (équation analogue à 3.21) et utilisée pour paramétrer la fonction de modulation du MZM :

$$T_{MZM}(u_{RF}(T,t)) = \cos\left(\frac{\pi}{2V_{\pi}}(V_{bias} + u_{RF}(T,t))\right)$$
(3.23)

avec  $V_{bias}$  la tension de bias du MZM, généralement placée à  $V_{\pi}/2$  afin d'améliorer le gain de boucle de l'OEO à la fréquence fondamentale d'oscillation RF  $\omega_m$ ). Enfin, la synchronisation de l'OEO et du MLL est ajustée au moyen d'un déphaseur RF, qui impose un délais supplémentaire à la période du tour de boucle de l'OEO, de sorte à ajuster la phase du signal RF modulant avec celle du train d'impulsion. Le désaccord de phase (ou « detuning ») entre les deux boucles est modélisé par le retard  $\beta_1$  dans (3.20).

<sup>1.</sup> Non-Linear Schrödinger Equation.

La résolution numérique de l'équation (3.20) est obtenue à partir de la méthode des différences finies [12] en prenant comme condition initiale un bruit blanc optique gaussien suivant le temps court t. Le champ A(T, t) calculé est utilisé comme paramètre d'entrée de l'équation (3.21) résolue par intégration Runge-Kutta 45 [13]. Les paramètres de la cavité optique sont résumés dans le tableau 3.1 associé au dispositif expérimental présenté Fig 3.11.



FIGURE 3.11 – Configuration du COEO-AM expérimentale. SOA : amplificateur optique à semiconducteur. CFBG : filtre de Bragg chirpé. PD : photodiode. OSA : analyseur de spectre optique. ESA : analyseur de spectre électrique. MZM : Modulateur Mach-Zehnder. C : coupleur optique/RF.

Cette configuration nous servira de base et sera amenée à évoluer au cours du manuscrit suivant les configurations de COEO abordées.

Les paramètres expérimentaux de la cavité optique sont donc principalement la largeur de bande du filtre optique ( $\Omega_f$ ), la dispersion chromatique ainsi que le courant d'injection du SOA (permettant de modifier à la fois  $g_0$ ,  $\tau_c$  et  $P_{sat}$ ). Les pertes statiques  $\alpha$  peuvent aussi être ajustées par la combinaison d'un contrôleur de polarisation et d'un polariseur. L'ensemble de ces paramètres est donc amené à évoluer de sorte à modifier les paramètres des impulsions optiques à savoir :

- $\xi$ : le timing qui détermine la position moyenne d'une impulsion par rapport au signal de modulation (on se place alors dans un repère relatif au signal RF).
- $\Omega$ : la porteuse optique permettant de quantifier les variations de position du spectre optique par rapport à une fréquence de référence  $\omega_0$ . Les périodes  $T_R$  et  $T_{mw}$  des tours de cavités du MLL et de l'OEO sont calculées à partir de la vitesse de groupe à la fréquence de référence  $\omega_0$ . On supposera par ailleurs que le filtre optique est centré sur cette fréquence de référence.
- le paramètre de chirp q et le chirp b de l'impulsion, permettant de caractériser la phase temporelle des impulsions.
- $\tau_p$ : la largeur temporelle (définie à  $e^{-1}$ ), nous informant sur la forme de l'impulsion considérée.
- $E_p$ : l'énergie impulsionnelle.

L'ensemble de ces paramètres seront par la suite calculés à partir de la méthode des moments [4].

Composants optiques					
SOA					Coupleur
$g_0$ (dB)	$ au_c$ (ps)	$P_{sat}$ (dBm)	$\alpha_h$	I <sub>soa</sub> (mA)	$C_1$
20	300	8.5	3.25	200	0.5
Coupleur	MZM	PD		CFBG	
$C_2$	$V_{\pi}$ (V)	$\eta$ (A/W)	$P_{sat}$ (dBm)	$\Omega_f \text{ (rad/s }\leftrightarrow \text{nm})$	$\beta_{2,CFBG} (ps^2)$
0.9	5.5	0.7	12	$3.5 \ 10^{12} \leftrightarrow 4.5$	6.87
fibres optiques (SMF28)					
$\beta_{2,L_1} (ps^2)$	$\gamma_{NL,1} (W^{-1})$	$L_1$ (m)	$\beta_{2,L_2} (ps^2)$	$\gamma_{NL} (W^{-1})$	$L_2$ (m)
-6.13	0.06	284	-9.14	0.12	400
Paramètres globaux optiques					
Dispersion : $\beta_{2,\Sigma} = \beta_{2,L_2} + \beta_{2,CFBG} (ps^2)$			Pertes ( $\alpha$ ) (dB)		
-2.27			14.73		
Composants RF					
Ampli RF nº1		Ampli RF nº2		déphaseur RF	
$G_{RF,1}$ (dB)	$P_{sat,-1dB}$ (dBm)	$G_{RF,2}$ (dB)	$P_{sat,-1dB}$ (dBm)	$\phi_{RF}$ (rad)	
25	21	10	15	variable	
Résonateur RF					
$f_{reso}$ (GHz)		$Q_{RF}$		Pertes $(L_{reso})$ (dB)	
nº1	10	3380		6.7	
nº2	10.29	997		3.8	

TABLE 3.1 – Paramètres de simulation du COEO associés au dispositif experimental présenté Fig 3.11. Les paramètres du SOA sont issus des résultats de simulations/mesures présentés dans le chapitre 2. Les pertes totales de la boucle optique prennent en compte celles issues du MZM.

## 3.2.2 Caractérisation des impulsions par la méthode des moments

La méthode des moments permet de caractériser une impulsion en pondérant la quantité mesurée par le profil d'intensité des impulsions. Les paramètres impulsionnels sont alors obtenus au moyen des moments suivant :

$$\begin{split} E_p &= \int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 dt \\ \xi &= \int_{-\infty}^{\infty} t |A|^2 dt \\ \Omega &= \frac{i}{2E_p} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ A^* \frac{\partial A}{\partial t} - A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right] dt \\ q &= \frac{i}{E_p} \int_{-\infty}^{\infty} (t - \xi) \left[ A^* \frac{\partial A}{\partial t} - A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right] dt \\ \tau_p^2 &= \frac{2}{E_p} \int_{-\infty}^{\infty} (t - \xi)^2 |A|^2 dt \end{split}$$
(3.24)

 $\Omega$  se définit donc comme la moyenne de la fréquence instantanée de l'impulsion, pondérée par le profil d'intensité optique. Le paramètre de chirp q, correspond quant à lui à la moyenne du déphasage instantané de la porteuse optique, pondéré par le profil d'intensité. Le timing  $\xi$  est défini par la position moyenne de l'impulsion sur le temps court t (moment d'ordre 1), alors que la largeur  $\tau_p$  est définie à partir du moment d'ordre 2 centré. L'évolution par tour de cavité  $T_R$  peut être déduit en dérivant ces équations par rapport au temps long T. On obtient alors :

$$\frac{dE_p}{dT} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ A^* \frac{\partial A}{\partial T} + A \frac{\partial A^*}{\partial T} \right] dt$$

$$\frac{d\xi}{dT} = \frac{1}{E_p} \int_{-\infty}^{\infty} (t - \xi) \left[ A^* \frac{\partial A}{\partial T} + A \frac{\partial A^*}{\partial T} \right] dt$$

$$\frac{d\Omega}{dT} = -\frac{1}{E_p} \frac{dE_p}{dT} \Omega + \frac{i}{2E_p} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial}{\partial T} \left( A^* \frac{\partial A}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial T} \left( A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) \right] dt$$

$$\frac{dq}{dT} = -\frac{1}{E_p} \frac{dE_p}{dT} q + \frac{i}{E_p} \int_{-\infty}^{\infty} (t - \xi) \left[ \frac{\partial}{\partial T} \left( A^* \frac{\partial A}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial T} \left( A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) \right] dt$$

$$\tau_p \frac{d\tau_p}{dT} = \frac{1}{2E_p} \frac{dE_p}{dT} \tau_p^2 + \frac{1}{E_p} \int_{-\infty}^{\infty} (t - \xi)^2 \left[ A^* \frac{\partial A}{\partial T} + A \frac{\partial A^*}{\partial T} \right] dt$$
(3.25)

Les dérivées partielles suivant le temps long T, offrent l'opportunité d'injecter l'équation (3.20) dans (3.25). On obtient alors une expression des paramètres impulsionnels suivant les paramètres de la cavité optique que l'on peut relier aux paramètres expérimentaux. Celà offre notamment la possibilité de déterminer les contributions de chacun des composants optiques. On peut pour celà décomposer l'équation (3.20) selon :

$$\frac{\partial A}{\partial T} = [M_{soa} + M_{filter} + M_{\beta_{2,\Sigma}} + M_{MZM} + M_{Kerr}].A$$
(3.26)

L'équation maitresse résultant de la combinaison linéaire des opérateurs temporels de chacun des composants, leurs contributions respectives à chacun des paramètres impulsionnels peuvent être séparées. La contribution du SOA, par exemple, est alors donnée par :

$$\frac{\partial A}{\partial T}|_{SOA} = M_{SOA}.A \tag{3.27}$$

qui pourra être injectée dans chacune des équations (3.25). Les propriétés spectrales des impulsions sont elles aussi déductibles des moments temporels présentés précédemment. Pour celà, il suffit de remarquer que chacun de ces moments correspond à la dérivée k<sup>ième</sup> de l'autocorrélation de l'enveloppe complexe évaluée en zéro (t = 0) ou réciproquement de la dérivée k<sup>ième</sup> de l'autocorrélation de la DSP associée ( $\xi$ , q,  $\tau_p$ ). Les moments d'ordre k de la DSP optique sont donc accessibles à partir de la dérivée k<sup>ième</sup> de la fonction caractéristique  $\zeta$  donnée par :

$$\zeta_{\tilde{A}}^{(k)}(\tau) = \frac{1}{E_p} \frac{\partial^k}{\partial t^k} (A^* \circledast A)$$
(3.28)

avec  $\circledast$  le produit de convolution. Cette fonction évaluée à  $\tau=0$  nous donne alors :

$$\zeta_{\tilde{A}}^{(k)}(0) = \frac{1}{E_p} \frac{\partial^k}{\partial t^k} (A^* \circledast A)_{|t=0} = i^k E[\omega^k]$$
(3.29)

avec  $E[\omega^k]$  le moment d'ordre k de la transformée de Fourier de P. Les dérivées k<sup>ième</sup> de la fonction d'autocorrélation évaluées en zéro permettent donc de calculer les moments d'ordre k du spectre optique. Plus particulièrement, la dérivée première donne accès à la position moyenne du spectre optique  $\Omega$ , la dérivée seconde donne la largeur spectrale  $\Omega_2$  et plus généralement, la dérivée d'ordre k donne accès aux moments du spectre optique  $\Omega_k$ . On s'intéressera par la suite plus particulièrement à la forme du spectre optique, que l'on pourra évaluer à l'aide du coefficient d'applanissement  $\gamma_2$  défini tel que [14] :

$$\gamma_2 = \frac{\Omega_4 - 3\Omega_2^2}{\Omega_2^2} \tag{3.30}$$

et le coefficient d'asymétrie  $\gamma_1$  défini tel que [15] :

$$\gamma_1 = \frac{\Omega_3}{\Omega_2^{3/2}} \tag{3.31}$$

Un coefficient d'asymétrie négatif indique la présence d'une queue de distribution du spectre optique localisée vers les basses fréquences (par rapport à sa position moyenne  $\Omega$ ), tandis qu'un coefficient positif indique une queue de distribution du profil d'intensité orientée vers les hautes fréquences. Un coefficient d'applanissement négatif, quant à lui, nous indique que la puissance optique est plus étalée sur l'ensemble du spectre, en prenant comme référence une distribution gaussienne. À l'inverse, un coefficient  $\gamma_2 > 0$  nous indique que la distribution de puissance est plus étroite qu'une gaussienne (la puissance optique est donc localisée sur quelques modes du spectre). L'évolution de la forme du spectre optique sera donc évaluée à partir de  $\Omega_2$ ,  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$ , dont les valeurs seront calculées temporellement à l'aide de la dérivée locale des moments.

La méthode des moments peut donc être utilisée pour mesurer l'évolution des paramètres impulsionnels à chaque tour de cavité tout en déterminant les contributions des composants optiques menant à ce résultat. Les résultats numériques présentés dans les prochains chapitres ont été obtenus à partir de ces concepts de modélisation. Nous nous y réfèrerons donc de manière régulière tout le long du manuscrit.

#### 3.2.3 Impact de la polarisation du MZM sur le comportement du COEO

La tension de polarisation du MZM ( $V_{bias}$ ) affecte son efficacité de modulation. L'oscillation des harmoniques du signal RF injecté sur le modulateur peut-être favorisée en réduisant autant que possible le gain de boucle du fondamental au moyen du  $V_{bias}$ . La décomposition en série de Bessel du signal de modulation du MZM nous a notamment indiqué que les harmoniques impaires (fondamental inclus) ont une dépendance en  $\sin\left(\frac{\pi}{2V_{\pi}}V_{bias}\right)$  avec la tension de biais du MZM, tandis que les harmoniques pairs ont une dépendance en  $\cos\left(\frac{\pi}{2V_{\pi}}V_{bias}\right)$ . On comprend donc qu'une tension  $V_{bias} = 2pV_{\pi}, p \in \mathbb{N}$ assure de minimiser le gain de modulation du fondamental ( $\omega_m$ ) et de maximiser ses harmoniques pairs ( $2p\omega_m, p \in \mathbb{N}$ ). Les fonctions de Bessel du second ordre  $J_n(x)$  étant strictement décroissantes suivant n sur notre intervalle de travail ( $x \in [0, 3]$ ), l'harmonique d'ordre 2 sera celui percevant le plus de gain de modulation à  $V_{bias} = 2V_{\pi}$ . On obtient donc  $|\tilde{T}_{mzm}|(2\omega_m) > |\tilde{T}_{mzm}|(\omega_m)$  à  $V_{bias} = 2V_{\pi}$ . Sous ces



FIGURE 3.12 – a) Composantes de Fourier fondamentale  $(\omega_m)$  et seconde harmonique  $(2\omega_m)$  du signal de modulation  $T_{mzm}(\omega_m)$  suivant la tension de biais du MZM  $(V_{bias})$ . La tension  $V_{bias} \simeq 2V_{\pi}$ permet d'obtenir une composante d'harmonique d'ordre 2 supérieure au fondamental  $(|\tilde{T}_{mzm}|(2\omega_m) > |\tilde{T}_{mzm}|(\omega_m))$ . Sous condition de MLL, on obtient alors un taux de répétition du train d'impulsions optiques de  $2\omega_m$ , permettant de doubler la fréquence de modulation du train d'impulsion. La condition  $|\tilde{T}_{mzm}|(2\omega_m) > |\tilde{T}_{mzm}|(\omega_m)$  et  $|\tilde{T}_{mzm}|(\omega_m) \sim 0$  rend cependant impossible l'oscillation à  $2\omega_m$  du COEO. b) Résultat numérique d'un train d'impulsion obtenu par verrouillage de mode pour une puissance RF  $P_{RF} = 20 dBm$ ,  $V_{bias} = 2V_{\pi}$  et de fréquence  $f_m = 10 GHz$ . Le dédoublement des impulsions nous indique bien la présence d'un taux de répétition de 20 GHz.

conditions aucune rétro-action n'est possible puisque la photodétection du signal RF porté optiquement par le MLL (de fréquence  $2\omega_m$ ), entrainerait alors une modulation du signal optique à  $4\omega_m$  par relation de récurrence (sans compter sur le fait que la fréquence de résonance du résonateur diélectrique est fixée à  $\omega_m$ ). Il devient alors nécessaire de diminuer  $V_{bias}$  de sorte à maintenir un gain de modulation du fondamental suffisant pour son oscillation tout en favorisant la génération de composantes à  $2\omega_m$ . Cette approche peut alors permettre un étalement de la puissance optique, entrainant un étalement du peigne de fréquence [16]. La puissance des harmoniques RF obtenue par battement du peigne de fréquence optique peut ainsi être favorisée. Dans la suite de ce manuscrit nous nous intéresserons à l'étude en bruit de phase de la fréquence fondamentale de ce peigne. Une première approche en vue d'améliorer ses performances, serait d'améliorer le rapport signal à bruit du signal RF oscillant. Une étude numérique à partir du modèle présenté section 3.2 a été réalisée, portant sur l'évolution de la puissance RF circulant dans l'OEO ( $P_{RF}$ ) en ajustant le niveau de couplage entre l'OEO et le MLL au moyen du  $V_{bias}$ . Le désaccord entre les deux oscillateurs ( $\Delta f_{RF}$ ) a aussi été varié de sorte à trouver les conditions d'une parfaite synchronisation permettant de maximiser  $P_{RF}$ . Les résultats obtenus (Fig.5.12) nous indiquent que les conditions de parfaite synchronisation sont obtenues autour de  $\Delta f_{RF} \simeq 4 \ kHz$  et mènent à une optimisation du niveau de puissance RF pour une tension  $V_{bias} = V_{\pi}/2$ . Ce résultat est issu du compromis entre pertes optiques induites par le MZM et efficacité de modulation à la fréquence fondamentale. La tension du MZM sera donc conservée à  $V_{\pi}/2$  sur l'ensemble des résultats présentés dans la suite de ce manuscrit.



FIGURE 3.13 – Évolution du niveau de puissance RF oscillant dans l'OEO suivant la tension du MZM  $V_{bias}$  et le désaccord  $\Delta f_{RF}$  entre l'OEO et le MLL pour une dispersion chromatique  $\beta_{2,\Sigma} = -1.27 \ ps^2$ . Les conditions de parfaite synchronisation entre l'OEO et le MLL sont obtenues autour de  $\Delta f_{RF} \simeq 4 \ kHz$ , se caractérisant par une puissance RF maximisée, résultant du compromis entre efficacité de modulation et pertes optiques.

# 3.2.4 Évolution du profil impulsionnel d'un COEO-AM-SOA au cours du régime transitoire

La forme des impulsions intra-cavité est aussi dépendante de la synchronisation entre l'OEO et le MLL. Ainsi le detuning entre les deux cavités induit un délai entre le signal modulant et le train d'impulsion (Fig.3.14.a) favorisant ou non les pertes induites par modulation. Les fronts montants et descendants perceveront alors un surplus de pertes sous condition respective de detuning négatif ( $\Delta f_{RF} < 0$ ) ou positif ( $\Delta f_{RF} > 0$ ), affectant directement la forme impulsionnelle. Un train d'impulsions en avance de phase par rapport au signal modulant du MZM percevra plus de pertes sur son front montant. Le front descendant sera ainsi favorisé suite à l'amplification fournie par le SOA. En plus d'affecter la forme impulsionnelle, le MZM repositionne donc l'impulsion de sorte à réduire son déphasage avec l'onde RF, contraignant ainsi son timing  $\xi$ . C'est par son intermédiaire que le verrouillage entre l'OEO et le MLL peut s'opérer. La synchronisation des deux boucles dépend aussi du délai induit à la traversée des

composants optiques. Ainsi, dans le cas d'un peigne de fréquences décalé par rapport à notre référence de fréquence ( $\Omega \neq 0$ ), la dispersion chromatique impose un délai de par la parabole de phase qu'elle impose, donnée par :

$$i\frac{\beta_{2,\Sigma}}{2}(\omega-\Omega)^2 = i\frac{\beta_{2,\Sigma}}{2}(\underbrace{\omega^2}_{chirp} - \underbrace{2\Omega\omega}_{\Delta\xi} + \underbrace{\Omega^2}_{\phi_{out}})$$
(3.32)

Le terme quadratique est responsable du chirp imposé par  $\beta_{2,\Sigma}$  et est indépendant de  $\Omega$  au même titre du déphasage de porteuse  $\phi_{opt}$ . Le terme restant impose une pente de phase sur le spectre optique qui temporellement se retranscrit par un décalage temporel  $\Delta \xi$ . L'OEO et le MLL perçoivent en conséquence un retard donné respectivement par  $\beta_{2,\Sigma 1}\Omega$  (issu de la dispersion extra-cavité associée à l'OEO) et  $\beta_{2,\Sigma}\Omega$  (issu de la dispersion intra-cavité associée au MLL). Ce mécanisme offre donc un degré de liberté au COEO, lui permettant d'ajuster la position du spectre optique et donc les délais de chacune des boucles afin de maintenir un déphasage fixe entre le train d'impulsion et le signal RF modulant (conditions de verrouillage de phase). De la même manière, un chirp associé à un spectre décalé en fréquence induit un retard temporel après filtrage. Sous hypothèse d'impulsion gaussienne, ce retard est donné par :

$$\Delta \xi = -\frac{q}{\Omega_f^2} \Omega \tag{3.33}$$

On comprend alors que la synchronisation du COEO résulte du couplage entre le timing  $\xi$  et la porteuse  $\Omega$  du peigne de fréquence. A cet égard, la correction de porteuse optique apportée par le filtre optique d'une impulsion chirpée participe donc à la synchronisation des oscillateurs. Le dernier composant participant à cet équilibre est l'amplificateur à semi-conducteur. L'auto-modulation d'amplitude qu'il induit (SAM), affecte aussi bien le timing que la porteuse du peigne de fréquence. La SAM est principalement issue du faible temps de recouvrement du gain ( $\tau_c$ ). Lorsque le milieu amplificateur est traversé par une impulsion optique, le gain instantané du SOA va progressivement saturer en intégrant le profil d'intensité de l'impulsion optique. Dans le cas où le taux de répétition du train d'impulsion  $(T_m)$  et  $\tau_c$  sont du même ordre de grandeur, le gain fourni par le SOA diminue progressivement au cours de l'intégration de la puissance optique, ceci ayant pour conséquence immédiate de favoriser le front montant de l'impulsion en lui accordant un surplus de gain et donc de décaler l'impulsion vers les temps négatifs (t < 0) (Fig.3.14.a), impactant de ce fait le timing des impulsions. Le SOA participe donc à la synchronisation du COEO en induisant un délai négatif de manière inconditionnelle dont l'importance dépend du niveau de saturation de l'amplificateur. La saturation dynamique du SOA s'accompagne aussi d'une modulation de phase par l'intermédiaire du facteur de Henry  $\alpha_h$ , ayant pour effet d'affecter la position du peigne de fréquence. Afin de quantifier ce décalage spectral, il nous faut nous intéresser au profil de fréquence instantané imposé par SPM. Le décalage spectral est alors partagé entre le chirp négatif du front montant et le chirp positif du front descendant (Fig.3.14b). Les variations de fréquence instantanée étant différentes le long de l'impulsion, il devient difficile d'attribuer un chirp à l'enveloppe complexe à partir d'une dérivée locale. Une moyenne sur l'ensemble de l'impulsion permet alors de contourner cette difficulté. La moyenne est alors obtenue par pondération par l'enveloppe complexe normalisée suivant l'énergie impulsionnelle, nous permettant alors d'estimer si le chirp imposé par le SOA favorise les hautes ou les basses fréquences. On définit alors  $\bar{f}_i$  par :

$$\bar{f} = \frac{1}{E_p} \int f_{i,soa}(t) |A(T,t)|^2 dt$$
(3.34)

avec  $E_p$  l'énergie impulsionnelle,  $f_{i,soa}$  la fréquence instantanée imposée par le SOA et A(T,t) l'enveloppe complexe de l'impulsion optique. La saturation dynamique du SOA a pour conséquence de former une impulsion dissymétrique, avec un front montant ayant une pente abrupte comparée au front descendant. Il en résulte que le chirp négatif imposé par le SOA est plus important sur le front montant que le chirp positif imposé sur le front descendant à intensité optique équivalente. On obtient donc nécessairement un chirp  $\overline{f}_{i,soa} < 0$  de manière inconditionnelle (Fig.3.14.b). Le spectre optique est donc décalé vers les basses fréquences sous effet de SPM à la traversée du SOA. De cette notion de fréquence

instantanée pondérée par le profil impulsionnel, découle le paramètre de chirp q défini par la relation :

$$q = \frac{2}{E_p} \int (t - \xi) f_{i,soa}(t) |A(T,t)|^2 dt$$
(3.35)

q correspond au moment d'ordre 1 de la fréquence instantanée, et est équivalent au déphasage moyen perçu par la porteuse optique sur l'ensemble de l'impulsion. Le coefficient de chirp est utilisé de manière préférentielle dans la littérature [4], [17]. Nous nous intéresserons donc au chirp par l'intermédiaire du paramètre q et d'un chirp moyen impulsionnel estimé à partir de l'expression :  $b = q \frac{1}{\tau_p^2}$ , avec  $\tau_p$  obtenu à partir du moment d'ordre 2 de l'enveloppe temporelle. Le coefficient complexe  $\Gamma$  défini à partir des paramètre q et  $\tau_p$  est donc donné par  $\Gamma = \frac{1}{\tau_p^2}(1 - iq) = a - ib$ . Dès lors, il devient possible d'appliquer



FIGURE 3.14 – a) Simulation du profil d'intensité optique par rapport au signal de modulation du MZM( bleu) et la SAM du SOA (rouge) pour  $\beta_{2,\Sigma} = -0.55 \, ps^2$ . Le sens de déplacement de l'impulsion engendrée par ces signaux de modulation est indiqué (flèches noires). b) Présentation du profil de fréquence instantanée de cette même impulsion ainsi que la fréquence instantanée imposée par la SPM issue du SOA (pointillées rouges). La différence de fréquence instantanée à puissance optique équivalent entre le front montant et descendant est présentée à  $P_{opt} = 60 \, mW$ . Cette différence est à l'origine du red-shift induit par la SPM sur le spectre optique de l'impulsion.

le raisonnement gaussien dans le plan complexe présenté précédemment, au cas obtenu par simulation numérique du COEO. Fig.3.4 nous donne l'évolution de  $\Gamma$  obtenue par simulation. Conformément au modèle gaussien du MLL-SOA, le rayon de cercle de compression R augmente au cours du régime transitoire dû à l'extension du spectre optique. L'angle  $\theta > \pi/2$  positionnant  $\Gamma$  sur le cercle de compression, nous indique que la largeur spectrale est majoritairement issue du chirp de l'impulsion. On obtient donc une impulsion large au chirp élevé. Le comportement du filtre optique et de la dispersion chromatique dépendant de la position de  $\Gamma$  dans le plan complexe, leur apport à l'équilibre du MLL peut dès lors être déterminé. Sachant que  $\theta > \pi/2$ , la dispersion chromatique impose donc un chirp positif sur l'impulsion. L'ensemble des cercles de compression étant tangentiels à l'axe des imaginaires au niveau de la singularité ( $\theta = \pi \leftrightarrow \Gamma = 0$ ), on peut définir un angle  $\zeta = -\arctan(q) = -\arctan(b/a)$  par rapport à l'origine du plan complexe à partir duquel le comportement du cercle d'extension peut être déduit. Le filtre contribue alors à un élargissement temporel dans le cas où  $\zeta > \pi/4$  (et donc que  $\theta > \pi/2$ ) et une compression dans le cas où  $\zeta < \pi/4$  (associé à  $\theta < \pi/2$ ). L'état stationnaire d'un MLL-SOA ayant nécessairement un angle  $\theta > \pi/2$ , le filtre optique aura donc pour effet de comprimer l'impulsion. Les contributions par tour de cavité des composants optiques, sont présentés Fig.3.15 dans le cas d'une dispersion intra-cavité anormale, menant à l'évolution des paramètres  $\xi$ ,  $\Omega$ , q et  $\tau_p$  présentés Fig.3.17. Le comportement du COEO observé peut être décrit à partir des équations du modèle gaussien de Matsko donnant l'évolution des paramètres impulsionnels par tour de cavité<sup>2</sup>. L'équation de timing (3.36) nous

<sup>2.</sup>  $\Omega$  est défini ici comme la position du peigne  $\omega_c$  par rapport à une porteuse de référence  $\omega_0$  ( $\Omega = \omega_c - \omega_0$ ) et sera donc de signes opposés à celui utilisé par Matsko ( $\Omega_{Matsko} = \omega_0 - \omega_c$ ).



FIGURE 3.15 – Contribution de chacun des composants à l'évolution des paramètres impulsionnels  $(\xi, \Omega, q, \tau_p)$  et des coefficients d'asymétrie  $\gamma_1$  et d'applanissement  $\gamma_2$  du spectre optique associé. Le detuning  $\Delta f_{RF}$  et la dispersion chromatique  $\beta_{2,\Sigma,1}$  participent à l'équilibre du timing  $\xi$  et du paramètre de chirp q. La somme des contributions est notée  $\Sigma$  et est représentée par courbe noire. Ces résultats ont été obtenus pour une dispersion  $\beta_{2,\Sigma} = -0.55 \ ps^2$  et un detuning  $\Delta f_{RF} = 4 \ kHz$ 

indique tout d'abord que sous condition d'un spectre optique à porteuse décalée ( $\Omega \neq 0$ ), la dispersion chromatique intra-cavité  $(\beta_{2\Sigma}\Omega)$  et l'opération de filtrage d'une impulsion chirpée  $(-\frac{q}{\Omega_{\ell}^2}\Omega)$  participent au processus de synchronisation du COEO. Sachant que  $\Omega < 0$  à l'état stationnaire (Fig. 3.17), et puisque sous condition d'une dispersion anormale  $\beta_{2,\Sigma} < 0$  et q < 0, le filtre optique et la dispersion chromatique imposent respectivement un retard négatif et positif (Fig.3.15). La correction de position issue du modulateur d'amplitude est elle donnée par  $-\Delta_{AM}\omega_m^2 \tau_p^2(\xi - t_m)$ . Ayant à l'état stationnaire un timing négatif (Fig.3.17), le modulateur aura donc pour effet de compenser ce décalage entre l'impulsion et le signal modulant en imposant un retard positif. Le même mécanisme est obtenu avec la SAM du SOA  $-\Delta_{SOA}\omega_m^2 \tau_p^2(\xi - t_{soa})$  (représentée par la courbe  $g_{soa}$  Fig.3.15, désignant la contribution de la saturation dynamique du SOA). Le signal de modulation est ici issu de la saturation dynamique du SOA. Le terme quadratique de modulation pris en compte dans l'équation 3.36 est alors nécessairement en avance par rapport à la position de l'impulsion (la contribution quadratique est indiquée en pointillés sur la Fig.3.20 sur la partie dédiée à l'étude des effets du temps de recouvrement du gain sur les impulsions : section 3.2.5). On obtient alors ( $\xi - t_{soa} > 0$ ), ce qui a pour conséquence d'avancer l'impulsion vers les temps négatifs. Enfin le terme de detuning représenté par  $\beta_1$ , induit un retard positif ( $\Delta f_{RF} = 4 \, kHz$ ). On observe alors une compensation des effets combinés du detuning, de la dispersion chromatique et du modulateur afin de compenser le retard induit par la SAM et le filtre optique.

$$T_R \frac{d\xi}{dT} = \beta_1 + \left(\beta_{2,\Sigma} - \frac{q}{\Omega_f^2}\right) \Omega - \Delta_{AM} \omega_m^2 \tau_p^2 (\xi - t_m)^2 - \Delta_{SOA} \omega_m^2 \tau_p^2 (\xi - t_{soa})$$
(3.36)

Le second paramètre permettant la synchronisation du COEO concerne la position du spectre optique que l'on quantifie par un changement de porteuse  $\Omega$  (eq.3.37). La contribution du SOA se fait ici par l'intermédiaire de la SAM appliquée au chirp négatif de l'impulsion décale le spectre vers les hautes fréquences ( $\Delta_{SOA}\omega_m^2 q(\xi - t_{soa})$ ). L'auto-modulation de phase du SOA ( $-\alpha_h \Delta_{SOA} \omega_m^2 (\xi - t_{soa})$ ) décale le spectre optique vers les basses longueurs d'onde (« red-shift »). Le modulateur d'amplitude combiné au chirp et au déphasage entre l'impulsion et le signal modulant ( $\xi - t_m$ ), décale le peigne vers les basses fréquences. En effet, le chirp de l'impulsion considérée étant négatif, les pertes induites par modulation sur le front montant de l'impulsion, favorisent les composantes basses fréquences du spectre. On obtient de ce fait, un repositionnement du peigne. La dernière contribution concerne le filtre optique qui tend à annuler le changement de porteuse du peigne ( $\Omega = 0$ ). L'efficacité de la correction de position du peigne dépend alors des pertes induites par filtrage :  $-\frac{1+q^2}{\Omega_f^2 \tau_p^2}\Omega = -\frac{\Delta \Omega_2^2}{\Omega_f^2}\Omega$  (avec  $\Delta \Omega_2$  la largeur du spectre optique). Il est intéressant de remarquer que, sous condition de dispersion anormale, la SAM et la SPM sont les deux contributions principales à l'état stationnaire de  $\Omega$  et ont des effets antagonistes. Cet équilibre est modifié dans le cas d'une dispersion normale, pour laquelle les contributions de SPM et SAM s'additionnent du fait du changement de signe du paramètre de chirp q et sont alors compensées par le modulateur d'amplitude. Les différentes contributions participant à l'équilibre de  $\xi$  et  $\Omega$  dépendent essentiellement des paramètres impulsionnels q et  $\tau_p$ , démontrant que la synchronisation du COEO est conditionnée par l'enveloppe complexe des impulsions optiques et nécessite de s'intéresser à l'évolution par tour de cavité du paramètre de chirp q et de la largeur impulsionnelle  $\tau_p$ .

$$T_R \frac{d\Omega}{dT} = -\frac{1+q^2}{\Omega_f^2 \tau_p^2} \Omega - \Delta_{AM} \omega_m^2 q(\xi - t_m) - \Delta_{SOA} \omega_m^2 (q + \alpha_h) (\xi - t_{soa})$$
(3.37)

L'évolution du paramètre de chirp q est régi par l'équation :

$$T_{R}\frac{dq}{dT} = \frac{\beta_{2,\Sigma} - \frac{1}{\Omega_{f}^{2}}}{\tau_{p}^{2}}(1 + q^{2} - 2\Omega^{2}\tau_{p}^{2}) + \Delta_{AM}\omega_{m}^{2}\tau_{p}^{2}[-2\Omega(\xi - t_{m}) - q] + \Delta_{SOA}\omega_{m}^{2}\tau_{p}^{2}[-2\Omega(\xi - t_{soa}) - (q + \alpha_{h})] + 2\beta_{1}\Omega$$
(3.38)

On obtient alors une contribution par dispersion chromatique donnée par  $\beta_{2,\Sigma}\Delta\Omega_2^2$ , ce qui correspond à l'intégrale du déphasage entre les modes adjacents du peigne, induit par dispersion chromatique sur l'ensemble du peigne. Les pertes induites, que ce soit spectralement ou temporellement, ont pour effet d'amortir le paramètre de chirp q. Spectralement, le filtre optique tend à annuler le chirp de l'impulsion par les pertes de filtrage qu'il induit :  $-\Delta\Omega_2^2/\Omega_f^2 q$ . Temporellement, ce sont les pertes par modulation d'amplitude (MZM/SAM) qui contribueront à réduire le chirp, avec la contribution du MZM donnée par  $-\Delta_{AM}\omega_m^2\tau_p^2 q$  et celle de la SAM donnée par  $-\Delta_{SOA}\omega_m^2\tau_p^2(q+\alpha_h)$ . Le reste des contributions résulte d'effet de pondération du changement de porteuse. Le paramètre q représentant le déphasage moyen perçu par la porteuse optique, les pertes induites par modulation auront pour effet de favoriser un timing impulsionnel  $\xi$  autour du timing du signal RF de modulation  $t_m$ . Dans le cas où  $\Omega \neq 0$ , ce repositionnement temporel induit par modulation s'accompagne donc d'un déphasage de la porteuse donné par :  $-2\Delta_{AM}\omega_m^2 \tau_p^2 \Omega(\xi - t_m)$ . Le même effet est observé pour la SAM, à la différence que le repositionnement de l'impulsion favorise les temps négatifs (avec  $t_{soa} < t_m$ ). Spectralement, une parabole de phase décalée par rapport à la position moyenne du spectre optique  $\Omega$ , a pour effet de déphaser le spectre optique d'une constante donnée. L'équation (3.32) nous indique que, dans le cas d'une parabole de phase obtenue par dispersion chromatique, le déphasage imposé est donné par :  $\phi = \frac{1}{2}\beta_{2,\Sigma}\Omega^2$ , auquel on peut associer le paramètre de chirp  $q_{\beta_{2,\Sigma}} = 2\beta_{2,\Sigma}\Omega^2$ . De la même manière, la restriction de la largeur du spectre optique par filtrage d'une impulsion chirpée et ayant une porteuse  $\Omega \neq 0$ , a pour effet de modifier cette constante de phase, menant à une contribution  $q_{\Omega_f} = -2\frac{q}{\Omega_c^2}\Omega^2$ . Enfin, le délai induit par detuning  $\beta_1$ , constitue la dernière contribution à cet équilibre en imposant un déphasage donné par  $2\beta_1\Omega$ . On constate alors l'interdépendance de l'enveloppe complexe des impulsions et les conditions de synchronisation du COEO. Il en résulte que l'équilibre est atteint lorsque les contributions du SOA (SAM/SPM) cumulées à celles du filtre optique et du MZM sont compensées par le detuning et la dispersion chromatique. Le jeu d'équation décrit précédemment doit être complété par celle donnant l'évolution de la largeur des impulsions  $\tau_p$  par tour de cavité (3.39). Cette dernière dépend de la compensation des effets de la dispersion chromatique (ie une dilatation des impulsions) par les éléments imposants des pertes à savoir la SAM, le MZM et le filtre optique (sachant que q > 1 dans le cas d'un COEO-SOA).

$$T_R \frac{d\tau_p^2}{dT} = 2q\beta_{2,\Sigma} + \frac{1-q^2}{\Omega_f^2} - (\Delta_{AM} + \Delta_{SOA})\omega_m^2 \tau_p^4$$
(3.39)

Les contributions indiquées par ces équations, bien qu'étant établies à partir d'un modèle gaussien, sont retrouvées sur les résultats de simulations (Fig.3.15,3.17) et peuvent donc être utilisées comme outils afin d'interpréter les résultats numériques obtenus.

D'un point de vue spectral, la traversée des composants impacte la forme de la distribution spectrale de puissance optique. Nous allons pour celà nous intéresser au coefficient d'asymétrie  $\gamma_1$  et au kurtosis  $\gamma_2$ , utilisés afin de quantifier l'évolution de la forme de la DSP au cours du régime transitoire. Le coefficient d'asymétrie  $\gamma_1$  nous indique si la queue de la distribution de la DSP se situe préférentiellement du côté des hautes fréquences ( $\gamma_1 > 0$ ) ou du côté des basses fréquences du spectre ( $\gamma_1 < 0$ ) par rapport à la position du spectre ( $\Omega$ ). L'information apportée par  $\gamma_1$  sur la forme du spectre optique est complétée par le kurtosis  $\gamma_2$  qui quantifie l'aplanissement de la distribution en prenant comme référence la loi normale. Ainsi, une distribution plus étroite qu'une gaussienne sera qualifiée de « Leptokurtic »



FIGURE 3.16 – Spectre optique et enveloppe temporelle obtenus pour un detuning  $\Delta f_{RF} = 4 \, kHz$  et une dispersion  $\beta_{2,\Sigma} = -0.55 \, ps^2$ .

 $(\gamma_2 > 0)$  alors qu'une distribution aplanie par rapport à une gaussienne sera qualifiée de « platykurtic »  $(\gamma_2 < 0)$ .  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  étant tous deux positifs à l'état stationnaire, on en déduit que la DSP obtenue présente une puissance majoritairement localisée sur un nombre réduit de modes ( $\gamma_2 > 0$ ) et localisée vers les basses fréquences ( $\gamma_1 < 0$ ). Le SOA se présente notamment comme le principal contributeur dans la formation du spectre optique, en fournissant les deux composantes principales permettant sa formation (SAM/SPM).À l'état stationnaire, la SPM et la SAM ont des effets antagonistes dans le cas d'une dispersion anormale, la SPM favorisant les basses fréquences et la SAM contribuant à resymétriser l'impulsion avec l'aide du modulateur d'amplitude et du filtre optique. La forme asymétrique caractérisant les peignes de fréquence générés par MLL-SOA résulte donc de la présence de SPM dans le système (Fig.3.15). On notera la présence sur le spectre optique d'une figure d'interférence issue de la SPM du SOA, analogue à celle obtenue par effet Kerr lors de la propagation fibrée. La forme en V de la fréquence instantanée  $f_{i,soa}$  présentant deux valeurs égales pour deux instants différents (Fig.3.14.b), se transcrit spectralement par une figure d'interférence localisée du côté rouge du spectre, sur les modes portant le plus de puissance.

Nous nous sommes jusqu'ici intéressés aux contributions des composants optiques aux paramètres des impulsions. Ces paramètres résultent du calcul de moments, permettant de déterminer un comportement moyen de l'impulsion. Les effets de compensation entre les différentes contributions peuvent aussi être abordés par le gain et la fréquence instantanée apportés par chacun des composants. Le cas d'une cavité à dispersion anormale sous detuning positif est présenté Fig.3.18. Les contributions au gain intantané nous permettent de visualiser le maintien de la forme impulsionnelle. La dispersion a pour effet d'induire des pertes au maximum d'intensité associées à un gain au niveau des ailes, permettant de visualiser l'effet de dilatation de l'impulsion. Le filtre optique ayant une contribution visant à comprimer l'impulsion (Fig.3.15), produit l'effet inverse avec un gain perçu au centre de l'impulsion et des pertes localisées sur les ailes. De la même manière, le retard induit par detuning est ici visualisé par un



FIGURE 3.17 – Évolution des paramètres impulsionnels par tour de cavité ainsi que les coefficients d'asymétrie  $\gamma_1$  et d'applanissement  $\gamma_2$  du spectre optique (Fig.3.16).



FIGURE 3.18 – Contributions à l'état stationnaire des différents composants de la boucle optique sur le profil de fréquences et de gain instantanés pour une dispersion intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma} = -0.64 \ ps^2$  et un detuning  $\Delta f_{RF} = 4 \ kHz$ .

gain perçu à l'arrière de l'impulsion, compensé par le décalage temporel induit par la SAM du SOA. La contribution de la SPM du SOA sur le profil de fréquence instantanée est à nouveau retrouvée ici avec l'apport de deux chirps de signes opposés localisés sur les deux fronts de l'impulsion. Il est intéressant de remarquer que, sous condition d'impulsions asymétriques, la dispersion chromatique ainsi que le detuning, apportent eux aussi deux chirps instantanés de signes opposés. Le chirp issu de la dispersion chromatique le plus important est positif, en cohérence avec le chirp d'une dispersion anormale appliqué sur une impulsion de paramètre q > 1 (on se trouve alors sur la partie gauche du cercle de compression). De la même manière, le chirp issu du detuning le plus important est négatif, en accord avec l'approche analytique présentée eq.3.38. L'apport moyen des composants reste donc suit les tendances décrites par le modèle analytique dans le cas d'un detuning positif. La complexification du profil de fréquence instan-



FIGURE 3.19 – Contributions des composants optiques à la fréquences instantanées des impulsions optiques à l'état stationnaire. Les dispersions intra-cavité considérées sont de  $\pm 1.27 \ ps^2$ , pour trois valeurs de detuning différents  $\Delta f_{RF} \in \{-4, 0, 4\} \ ps$ . La composante linéaire du chirp induit par dispersion chromatique compense celle du front montant imposée par SPM pour  $\beta_{2,\Sigma} < 0$  et descendant pour  $\beta_{2,\Sigma} > 0$  sous condition de parfaite synchronisation du COEO (obtenues respectivement pour  $\Delta f_{RF} = 4 \ kHz$  et  $\Delta f_{RF} = -4 \ kHz$ ).

tanée nécessite une pondération suivant le niveau de puissance optique afin de déterminer le chirp effectif apporté par chacun des composants, ce qui revient alors à appliquer la méthode des moments. L'étude des paramètres impulsionnels par la méthode des moments présente donc l'avantage de synthétiser les effets de compensation instantanés au moyen de paramètres scalaires. Reste que cette étude permet de visualiser la compensation des deux chirps imposés par SPM. L'apport en fréquence instantanée des différents composants évolue suivant l'état de synchronisation de l'oscillateur et est donc dépendant du detuning et de la dispersion chromatique. La Fig.3.19 présente l'évolution des profils de fréquence instantanée pour les trois valeurs de detuning et suivant les deux régimes de dispersion. On peut alors constater que le detuning a notamment pour effet de favoriser l'un des deux fronts de fréquences instantanées présentés pour  $\Delta f_{RF} = 0$ . En l'absence d'une compensation du chirp par detuning ( $\Delta f_{RF}$ ), la dispersion chromatique présente un profil de fréquence instantanée complémentaire à celui imposé par SPM, permettant l'établissement d'un état d'équilibre.

Les mécanismes de compensation menant à un état stationnaire sont donc principalement contraints par le SOA et varient en conséquence suivant son niveau de non-linéarité. Le courant d'injection du SOA est en ce sens un paramètre important du système, puisqu'il permet d'ajuster le gain petit signal (et donc l'énergie impulsionnelle à l'état stationnaire), ainsi que le temps de recouvrement du gain et la puissance de saturation. Les non-linéarités sont donc accentuées en augmentant le courant d'injection et ont pour principale conséquence de créer une zone d'instabilité autour du zéro de dispersion. Cette zone d'instabilité représente alors une des caractéristiques différenciant le COEO-SOA du COEO-EDFA.

# **3.2.5** Impact du temps de recouvrement $\tau_c$ sur le profil impulsionnel

Comme énoncé dans la partie consacrée à la modélisation du SOA, le courant d'injection permet de varier à la fois le gain petit signal, la puissance de saturation, le facteur de Henry ainsi que le temps de recouvrement du gain. La saturation dynamique du SOA est gouvernée par l'équation :

$$\frac{dg}{dt} = \frac{g_0 - g}{\tau_c} - g \frac{P_{opt}(t)}{E_{sat}}$$
(3.40)

avec  $\tau_c$  le temps de recouvrement du gain,  $P_{sat}$  la puissance de saturation du SOA, et  $P_{opt}(t)$  le profil d'intensité de l'impulsion amplifiée. La profondeur de modulation du gain instantané g(t), dépend donc du rapport  $P_{opt}/P_{sat}$  qui détermine la sensibilité du gain à la puissance optique incidente. Le temps de recouvrement du gain  $\tau_c$  agit sur la sensibilité du gain à la puissance optique ainsi que sur la capacité du SOA a restaurer son gain petit signal. La forme du gain instantané sera donc principalement déterminée par  $\tau_c$ , constituant de ce fait le paramètre principal affectant la non-linéarité du SOA. Le chirp induit par SPM est notamment issu des contributions quadratiques de g(t) (Fig.3.20) dont la contribution principale localisée sur le front montant de l'impulsion a été approximée par une parabole de la forme  $g(t) = -\Delta_{SOA}\omega_m^2(t - t_{soa})^2$  et exploitée dans l'analyse gaussienne des équations différentielles. Les



FIGURE 3.20 – Composition du gain dynamique du SOA.  $g_{pump}$  et  $g_{sat}$  représentent les composantes de pompe et de saturation approximatives constituant le gain dynamique g (obtenu sous condition de faibles saturations). Les amplitudes de  $g_{sat}$  et  $g_{pump}$  ont été normalisées par rapport à celle de g de sorte à permettre une superposition des courbes.  $g_{approx}$  représente l'appoximation utilisée pour l'analyse gaussienne dans le plan  $\Gamma$  et afin d'établir les expressions analytiques des équations différentielles associées aux paramètres impulsionnels.

figures 3.21 présentent l'évolution des paramètres impulsionnels ainsi que du profil d'impulsions générées par le COEO à mesure que  $\tau_c$  diminue. On observe alors un élargissement de la largeur de spectre  $\Delta\Omega_2$ , une accentuation du chirp et de l'angle  $\theta$  qui nous indiquent que les effets de SPM deviennent plus prononcés avec la réduction de  $\tau_c$ . La SAM se distingue de la SPM par le fait qu'elle affecte la position de l'impulsion en l'avançant vers les temps négatifs. L'évolution de  $\xi$  suivant  $\tau_c$  confirme que la SAM est elle aussi plus efficace sous condition d'un temps de recouvrement réduit. Ces résultats numériques permettent donc de souligner l'importance du temps de recouvrement du gain sur la non-linéarité du SOA, dont les effets affectent aussi bien la forme de l'impulsion { $\tau_p$ , q} que les conditions de synchronisation du COEO { $\xi, \Omega$ }.

En résumé, une étude paramètrique numérique visant à évaluer l'évolution du chirp et des largeurs impulsionnelles suivant la dispersion intra-cavité a été réalisée. En parallèle une approche graphique dans le plan complexe  $\Gamma$  a été mise au point et utilisée afin d'expliquer les effets de compensation apportés par chacun des composants de la boucle optique et leur évolution suivant  $\beta_{2,\Sigma}$ . Cette approche nous a permis de mieux appréhender l'accentuation du chirp observée à mesure que la dispersion chromatique diminue et de montrer analytiquement à partir d'un modèle gaussien, que l'utilisation d'un SOA engendre la formation d'une zone d'instabilité autour du zéro de dispersion. Une étude approfondie des résultats de modélisation du COEO-AM basée sur la méthode des moments, a ensuite permis de confirmer nos premières interprétations. Enfin, l'impact de l'auto-modulation de phase et d'amplitude du SOA sur les paramètres impulsionnels et leur évolution suivant le temps de recouvrement du gain a fait l'objet d'une attention particulière, soulignant le fait que les non-linéarités du SOA modifient l'enveloppe complexe des impulsions (par l'intermédiaire de  $\tau_p$  et q) ainsi que leur position temporelle  $\xi$  et spectrale  $\Omega$ . Le SOA se présente donc comme un composant intervenant dans les mécanismes de synchronisation du COEO.



FIGURE 3.21 – a) Évolution du profil impulsionnel du COEO avec la réduction de  $\tau_c$ . La réduction progressive de l'amplitude observée coïncide avec celle de l'énergie impulsionnelle présentée figure c). Ce surplus de pertes se justifie par le décalage vers les temps courts de l'impulsion engendré par la SAM du SOA. Le paramètre  $\xi$  se décale vers les valeurs négatives avec  $\tau_c$  par le fait d'une SAM plus importante. L'accentuation du paramètre de chirp q et de l'angle  $\theta$  positionnant le paramètre  $\Gamma$  sur le cercle de compression (fig.b), confirme quant à elle l'augmentation des effets de SPM sur le spectre optique. Enfin, les fortes valeurs de chirp observées avec la réduction de  $\tau_c$  impose un élargissement du spectre optique ( $\Delta\Omega_2$ )

## 3.3 Les régimes de synchronisation

### 3.3.1 Conditions de verrouillage du COEO

Le dispositif COEO consiste à coupler une cavité MLL avec un oscillateur opto-électronique. Le train d'impulsion circulant dans la cavité MLL étant cadencé à la fréquence d'oscillation de l'OEO, on peut alors considérer le train d'impulsion comme étant constitué d'un peigne de fréquence RF déporté dans le domaine optique. La synchronisation opère donc entre l'enveloppe lentement variable du train d'impulsion (appartenant donc au domaine RF) et le signal de modulation issu de l'OEO. Le verrouillage de phase est obtenu lorsque le retard entre le train d'impulsion et le signal de modulation est maintenu constant à chaque tour de cavité. La synchronisation suppose donc que la période du MLL corresponde

à un multiple de celle de l'OEO (puisque  $T_{MLL} > T_{OEO}$ ). L'application de ce raisonnement dans le domaine fréquentiel, nous mène à la notion d'intervalle spectral libre (ISL) que l'on définit à partir de la fréquence associée au tour de cavité d'une impulsion. La cavité MLL ne peut se synchroniser qu'à condition que la période du signal modulant corresponde à un multiple de son ISL. Dans le cas du COEO, l'oscillation débute à partir de bruit RF dont la somme cohérente à chaque tour de cavité est conditionnée à une corrélation de bruit qui ne peut être obtenue que sous condition d'une période du MLL multiple de celle de l'OEO. Sous ces conditions, le bruit RF modulant le signal optique étant cohérent avec celui porté optiquement dans la cavité MLL, une accumulation de bruit peut alors opérer jusqu'à formation d'un signal déterministe entrainant la saturation de l'amplificateur. On obtient donc un effet Vernier permettant d'effectuer une sous-sélection des résonances de la cavité MLL (Fig.3.22). L'utilisation d'un filtre RF permet par la suite d'induire des pertes RF permettant de sélectionner l'une des résonances de l'OEO pour lesquelles une oscillation est possible. Dans le cas où la période du MLL



FIGURE 3.22 – Schéma présentant la sélection modale par effet Venier. Un sous échantillon du peigne de résonances optiques est sélectionné par condition de synchronisation avec l'OEO (effet Vernier). Un filtre optique est ensuite appliqué dans le domaine RF afin de ne sélectionner qu'une unique possibilité d'oscillation.

ne correspond pas exactement à un multiple de la période de l'OEO (conditions de detuning non nul), la synchronisation du COEO permet de contraindre le déphasage entre le train d'impulsion et le signal de modulation afin de maintenir le verrouillage (la contrainte la plus directe étant celle apportée par le modulateur d'amplitude). La cadence du train d'impulsion peut alors être légèrement modifiée de sorte à maintenir la synchronisation malgré la différence de période entre les deux oscillateurs. On définit ainsi une bande de verrouillage sur laquelle la synchronisation est maintenue. Expérimentalement, la longueur de cavité de l'OEO est marginalement ajustée à l'aide d'une ligne à retard RF. On peut alors balayer la bande de verrouillage du COEO afin de déterminer les conditions de synchronisation les plus favorables au regard du bruit de phase. Outre les performances en bruit de phase RF du COEO, la question de sa stabilité est primordiable afin que le signal généré puisse être exploitable expérimentalement. La stabilité du système passe notamment par celle du spectre optique du MLL. En effet, une modification de porteuse optique a pour conséquence de modifier le délai nécessaire pour effectuer un tour de cavité (effet de dispersion chromatique). On obtient donc un couplage entre la porteuse optique  $\Omega_p$  et le timing de l'impulsion optique  $\xi$ . Considérant une impulsion gaussienne, et dans le cas d'un COEO modulé en amplitude, le couplage entre  $\xi$  et  $\Omega_p$  est donné par [5] :

$$\frac{d\xi}{dT} = \frac{1}{E_p} \int (t - \xi) \left[ A^* \frac{\partial A}{\partial T} + A \frac{\partial A^*}{\partial T} \right] dt$$
(3.41)

$$\frac{d\Omega_p}{dT} = -\frac{1}{E_p} \frac{dE_p}{dT} \Omega_p - \frac{i}{2E_p} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial}{\partial T} \left( A^* \frac{\partial A}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial T} \left( A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) \right] dt$$
(3.42)

ce qui devient sous hypothèse gaussienne :

$$T_R \frac{d\xi}{dT} = \left(\beta_{2\Sigma} - \frac{q}{\omega_f^2}\right) \Omega_p - \Delta_{AM} \omega_m^2 \tau_p^2 (\xi - t_m), \qquad (3.43)$$

$$T_R \frac{d\Omega_p}{dT} = -\frac{1}{\Omega_f^2 \tau_p^2} (1+q^2)\Omega_p - \Delta_{AM}\omega_m^2 q(\xi - t_m)$$
(3.44)

avec  $\omega_m$  la pulsation RF du signal modulant,  $\Delta_{AM}$  l'amplitude du signal modulant et  $\Omega_f$  la largeur du filtre passe-bande optique (ici supposé gaussien). Écrit de cette manière, on constate que la capacité du COEO à maintenir une position de peigne constante et un déphasage ( $\xi - t_m$ ) constant dépend des paramètres impulsionnels  $\tau_p$  et q, c'est-à-dire de l'enveloppe complexe des impulsions optiques. Ainsi, la position du peigne optique dépend des pertes induites par le filtre et le décalage du peigne issu du chirp couplé à la modulation d'amplitude. Les pertes induites par le filtre optique sont données par :

$$\Delta\Omega_{filtre} = -\frac{1+q^2}{\Omega_f^2 \tau_p^2} \Omega_p \tag{3.45}$$

que l'on peut obtenir à partir du moment temporel :

$$\Delta\Omega_{filtre} = -\frac{1}{E_p} \frac{dE_p}{dT} \Omega_p - \frac{i}{2E_p} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial}{\partial T} \left( A^* \frac{\partial A}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial T} \left( A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) \right] dt$$
(3.46)

L'équation 3.46 peut être considérée comme une fonction caractéristique  $\zeta_{\tilde{A}}(\tau)$  associée à la densité  $\tilde{P}(A) = \frac{|\tilde{A}|^2}{E_p}$  et évaluée à  $\tau = 0$ . Une fonction caractéristique est reliée à sa transformée de Fourier par la relation :

$$\zeta_{\tilde{A}}^{(k)}(0) = \frac{1}{E_p} \frac{\partial^k}{\partial t^k} A^* \circledast A = i^k E[\omega^k]$$
(3.47)

avec  $E[\omega^k]$  le moment d'ordre k de la densité  $|\tilde{A}|^2/E_p$  et  $\circledast$  le produit de convolution ( $\tilde{A}$  définie comme la transformée de Fourier de l'enveloppe complexe A). Les pertes induites par le filtre optique peuvent donc être calculées à partir de l'expression :

$$\frac{1}{\Omega_f^2} \int i^2 (\omega - \omega_0)^2 \frac{|\dot{A}|^2}{E_p} d\omega = -\frac{\Delta \omega^2}{\Omega_p^2}$$

$$= -\frac{2\ln(2)}{2\Omega_f^2} a \left[ 1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 \right]$$

$$= -\frac{1 + q^2}{\Omega_f^2 \tau_p^2}$$
avec :  $a = \frac{2\ln(2)}{\tau_p^2}$ 
(3.48)

où l'on a considéré une impulsion gaussienne de la forme :

$$A(t) = A_0 \exp\left(-at^2\right) \exp\left(-i(\omega_0 t + bt^2)\right) \exp(-i\Omega_p t)$$
(3.49)

avec b le chirp de l'impulsion, dont le spectre gaussien est de la forme :

$$\tilde{A} = \tilde{A}_0 \exp\left(-\frac{1}{4}\frac{a+ib}{a^2+b^2}(\omega-\omega_0-\Omega_p)^2\right)$$
(3.50)

Cette relation nous montre donc que la correction de position du peigne de fréquence opérée par le filtre optique est directement issue des pertes engendrées par l'opération de filtrage. Il sera par conséquent d'autant plus efficace que le peigne est étendu. La largeur spectrale étant déterminée à la fois par le paramètre de chirp q et la largueur des impulsions  $\tau_p$ , la capacité du COEO à maintenir la position du peigne autour du centre du filtre dépend des propriétés des impulsions. Dans le cas d'une impulsion chirpée, les pertes induites par modulation sous condition de detuning non nul ( $\xi - t_m \neq 0$ ), vont favoriser une partie de la pente de fréquence instantanée associée au chirp. En conséquence, la puissance spectrale sera décalée en accord avec la gamme de fréquence instantanée favorisée par modulation. Le modèle gaussien quantifie ce changement de position par l'expression :

$$\Delta\Omega_{AM} = \Delta_{AM}\omega_m^2 q(\xi - t_m)$$
  
=  $\Delta_{AM}\omega_m^2 \frac{b}{a}(\xi - t_m)$   
=  $\Delta_{AM}\omega_m^2 \tau_p^2 \frac{b}{2\ln(2)}(\xi - t_m)$   
=  $\frac{1}{2\ln(2)}\Delta_{AM}\omega_m^2 \tau_p^2 b(\xi - t_m)$  (3.51)

Le résultat nous indique que le changement de position dépend non seulement des pertes induites par modulation  $(\frac{1}{2}\Delta_{AM}\omega_m^2\tau_p^2)$  mais aussi du déphasage moyen favorisé par cette modulation  $(b(\xi-t_m))$ . La position du peigne  $\Omega_p$  issu de cet équilibre, impactera en retour le déphasage entre le train d'impulsion et le signal de modulation, tout d'abord en ajoutant un délai supplémentaire par effet de dispersion chromatique :  $\beta_{2,\Sigma}\Omega_p$ , auquel vient s'ajouter le délai issu de l'opération de filtrage sur une impulsion chirpée. Ce délai peut être évalué spectralement à l'aide de (3.47) appliquée à (3.42) :

$$\frac{d\xi}{dT}|_{\Omega_{f}} = -\frac{1}{E_{p}}\frac{1}{\Omega_{f}^{2}}\operatorname{Re}\left\{\int (-i(\omega-\omega_{0}))^{2}\tilde{A}^{*}(-i\frac{\partial\tilde{A}}{\partial\omega})d\omega\right\}$$

$$= -\frac{1}{\Omega_{f}^{2}}\operatorname{Re}\left\{\int (\omega-\omega_{0})^{2}i\left(-\frac{1}{4}\frac{a+ib}{a^{2}+b^{2}}2(\omega-\omega_{0}-\Omega_{p})\frac{|\tilde{A}|^{2}}{E_{p}}\right)d\omega\right\}$$

$$= -\frac{1}{\Omega_{f}^{2}}\frac{1}{2}\frac{b}{a^{2}+b^{2}}\left[\int (\omega-\omega_{0})^{3}\frac{|\tilde{A}|^{2}}{E_{p}}d\omega - \int (\omega-\omega_{0})^{2}\Omega_{p}\frac{|\tilde{A}|^{2}}{E_{p}}d\omega\right]$$

$$= -\frac{1}{\Omega_{f}^{2}}\frac{1}{2}\frac{b}{a^{2}+b^{2}}2\Delta\omega_{p}^{2}\Omega$$
(3.52)

avec  $\Delta \omega_p^2$  tel que :

$$\operatorname{Re}(\tilde{A}) = \tilde{A}_0 \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(\omega - \omega_0 - \Omega_p)^2}{\Delta \omega_p^2}\right)$$
(3.53)

sachant que  $\Delta \omega_p^2 = 2 \frac{a^2 + b^2}{a}$  et  $q = \frac{b}{a}$ , on obtient alors :

$$\frac{d\xi}{dT}_{|\Omega_f} = -\frac{q}{\Omega_f^2} \Omega_p \tag{3.54}$$

Le déphasage du train d'impulsion  $\xi - t_m$  ainsi engendré, sera par la suite compensé par la correction de position des impulsions apportée par la modulation d'amplitude :  $\Delta_{AM}\omega_m^2 \tau_p^2 (\xi - t_m)$ . Cette correction est alors d'autant plus efficace que l'impulsion  $\tau_p$  sera large par rapport à la fenêtre de modulation du MZM. L'ensemble de ces contraintes va alors imposer aux coordonnées { $\xi$ ,  $\Omega_p$ } de converger vers un point fixe de l'espace des phases auquel on associe l'état stationnaire du système. Les contraintes combinées du filtre optique et du modulateur sur les dimensions  $\xi$  et  $\Omega_p$  permettent donc une transition rapide vers l'état stationnaire et déterminent la trajectoire empruntée par le vecteur  $\{\xi, \Omega_p\}$ , ainsi que la stabilité du point fixe face aux perturbations (sources de bruit). L'étude en stabilité peut ainsi être étudiée en associant un potentiel scalaire au système (3.43-3.44).

Prenons le cas d'une dispersion chromatique intra-cavité anormale ( $\beta_{2,\Sigma} = -0.75 \ ps^2$ ) sous condition de detuning nul ( $\Delta f_{RF} = 0 \ kHz$ ). L'évolution des paramètres  $\Omega_p$  et  $\xi$  dans l'espace des phases est donc étudiée à partir du système :

$$\begin{cases} \frac{d\xi}{dT} = \frac{1}{E_p} \int_{-\infty}^{\infty} (t-\xi) \left[ A^* \frac{\partial A}{\partial T} + A \frac{\partial A^*}{\partial T} \right] dt \\ \frac{d\Omega_p}{dT} = \frac{1}{E_p} \frac{dE_p}{dT} \Omega_p - \frac{i}{2E_p} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{\partial}{\partial T} \left( A^* \frac{\partial A}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial T} \left( A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) \right] dt \end{cases}$$
(3.55)

que l'on peut réécrire sous la forme :

$$\begin{cases} \frac{d\xi}{dT} = F_{\xi}(\xi, \Omega_p) \\ \frac{d\Omega_p}{dT} = F_{\Omega_p}(\xi, \Omega_p) \end{cases}$$
(3.56)

La position du peigne  $\Omega_p$  ainsi que le timing  $\xi$  du train d'impulsion obtenu après simulation (représentant donc l'état stationnaire du système) sont modifiés numériquement de sorte à déterminer l'évolution de  $F_{\xi}$  et  $F_{\Omega_p}$  sur l'espace des phases { $\xi, \Omega_p$ }. On obtient alors un champ de vecteurs permettant d'évaluer l'évolution du système pour toutes conditions initiales appartenant à l'espace sur lequel sont calculés  $F_{\xi}$ et  $F_{\Omega_p}$ . Les trajectoires pour chacun des points du plan ( $\xi, \Omega_p$ ) ainsi obtenues, nous permettent d'établir l'existence de points fixes stables (aussi appelés puits), instables (sources), points-selles ainsi que d'éventuels cycles limites. Un potentiel scalaire est pour cela défini à partir de  $\vec{F}$ , dont les minimums locaux indiquent les possibles états stationnaires accessibles. Par simplification, si l'on se limite à la projection de  $\vec{F}$  suivant  $\xi$ , on obtient :

$$\frac{d\xi}{dT} = F_{\xi}(\xi, \Omega_p) \tag{3.57}$$

Un potentiel  $\Psi$  peut alors être défini tel que [18] :

$$\frac{d\xi}{dT} = F_{\xi}(\xi, \Omega_p) \tag{3.58}$$

$$-\frac{d\Psi_{\xi}}{d\xi} = F_{\xi}(\xi, \Omega_p) \tag{3.59}$$

$$\Psi_{\xi} = -\frac{1}{T_{F_{\xi}}} \int_{T_{F_{\xi}}} F_{\xi} d\xi$$
(3.60)

avec  $T_{\xi}$  la période associée à  $F_{\xi}$ . L'intégration (3.59) par rapport à  $\xi$  nous permet de déterminer le potentiel scalaire associé à (3.58)<sup>3</sup>.Le verrouillage du COEO induit un puits de potentiel permettant de définir un bassin d'attraction, forçant le système à converger vers un noeud<sup>4</sup> associé. De la même manière un potentiel est défini en appliquant la même procédure pour  $\Omega_p$ .

$$\frac{d\Omega_p}{dT} = F_{\Omega_p}(\xi, \Omega_p) \tag{3.61}$$

$$-\frac{d\Psi_{\Omega_p}}{d\Omega_p} = F_{\Omega_p}(\xi, \Omega_p) \tag{3.62}$$

$$\Psi_{\Omega_p} = -\frac{1}{T_{F_{\Omega_p}}} \int_{T_{F_{\Omega_p}}} F_{\Omega_p} d\Omega_p \tag{3.63}$$

<sup>3.</sup>  $F_{\xi}$  étant périodique, l'intégrale (3.60) se calcule sur une période  $T_{F_{\xi}}$ 

<sup>4.</sup> Un noeud se définit comme étant un point fixe du système stable

avec  $T_{\Omega_p}$  la période associée à  $F_{\Omega_p}$ . Afin d'associer un potentiel scalaire à deux dimensions au champ vectoriel  $\vec{F}$ , les composantes  $F_{\xi}$  et  $F_{\Omega_p}$  doivent être exprimées suivant la même dimension. Pour ce faire, on étudiera les phases  $\theta_{\xi} = \omega_m \xi$  et  $\theta_{\Omega_p} = \Omega_p T_m$  associées à chacun de ces paramètres. Le potentiel vecteur  $\Psi(\xi, \Omega_p)$  doit être déterminé à partir du champ vectoriel :

$$\vec{F} = \begin{cases} \begin{pmatrix} \omega_m F_{\xi}(\xi, \Omega_p) \\ F_{\Omega}(\xi, \Omega_p) T_m \end{pmatrix}$$
(3.64)

D'après le théorème de Helmholtz-Hodge, tout champ vectoriel peut-être décomposé suivant un gradiant de potentiel scalaire et un rotationnel de potentiel vecteur :

$$\vec{F} = \nabla \times \vec{A} - \nabla \Psi \tag{3.65}$$

 $\vec{A}$  peut être obtenu en appliquant un rotationnel à (3.65) de sorte à éliminer le potentiel scalaire. En prenant pour jauge de  $\nabla . \vec{A} = 0$ , on obtient :

$$\nabla^2 \vec{A} = -\nabla \times \vec{F} \tag{3.66}$$

Le potentiel quand à lui peut être obtenu en appliquant un divergent à (3.65), menant alors à :

$$\nabla\Psi(\xi,\Omega_p) = \begin{pmatrix} \frac{d\Psi}{d\theta_{\xi}} \\ \frac{d\Psi}{d\theta_{\Omega_p}} \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} \omega_m F_{\xi}(\xi,\Omega_p) \\ F_{\Omega_p}(\xi,\Omega_p)T_m \end{pmatrix}$$
(3.67)

La résolution de (3.66) et (3.67) permet de déterminer la composante irrotationnelle (associée au gradient du potentiel scalaire) et la composante solénoïdale (associée au rotationnel du potentiel vecteur) de  $ec{F}$ . La composante irrotationnelle étant prédominante, on a  $ec{F}\simeq abla \Psi$  . L'étude en stabilité du système peut alors se limiter à l'étude de  $\Psi(\xi, \Omega_p)$ . Nous allons, dans un premier temps, considérer les potentiels  $\Psi_{\xi}$  et  $\Psi_{\Omega_p}$  indépendamment, en s'arrêtant sur l'étude à une dimension suivant  $\xi$  et  $\Omega_p$ . La figure 3.23 donne  $\Psi_{\xi}$  et  $\Psi_{\Omega_p}$  obtenus à partir de (3.60) et (3.63) sur une période  $T_{\xi}$  (Fig.3.23b)) et sur la bande passante du filtre optique ( $\Delta \lambda_{-3dB} = 4.5 \text{ nm} \Leftrightarrow \Omega_f = 3.5 \cdot 10^{12} \text{ rad/s}$ ) (Fig.3.23a)).  $\Psi_{\Omega_p}$  décrit un puits de potentiel à la forme parabolique autour de  $\Delta \Omega_p = 0$ , ou de manière équivalente autour de  $\Omega_p^{5}$ . L'intervalle de fréquence est suffisamment réduit par le filtre optique pour que la périodicité de  $F_{\Omega_p}$ n'intervienne pas dans l'équilibre du système. Fig.3.23b présente la solution  $\Psi_{\xi}$  sur une période  $T_{\xi}$ . Le puits de potentiel possède lui aussi son minimum localisé sur  $\Delta \xi = 0$ . La position des minimums respectifs de  $\Psi_{\xi}$  et  $\Psi_{\Omega_p}$  confirme que le système étudié a atteint son état stationnaire. Contrairement à  $\Psi_{\Omega_p}$ (Fig.3.24),  $\Psi_{\xi}$  ne possède pas de barrières de potentiel symétrique. Le système est donc susceptible de basculer préférentiellement vers les  $\Delta \xi$  négatifs ou positifs dans le cas où il serait soumis à une stimulation extérieure suffisamment importante. Lorsque l'on étend l'intégration de  $F_{\xi}$  sur plusieurs périodes  $T_{\xi}$ , on observe une succession de puits de potentiel le long d'une pente (Fig.3.25b). Dans le cas où  $\xi$  est soumis à une stimulation externe trop importante, on observera par conséquent un glissement du timing  $\xi$  de l'impulsion optique suivant la pente de potentiel observée Fig.3.25b. l'amplitude des barrières de potentiels déterminent alors la capacité du COEO à maintenir le paramètre  $\xi$  dans son bassin d'attraction, en l'empêchant de rejoindre les bassins d'attraction voisins.

L'approche analytique par approximation gaussienne nous a par ailleurs montré le rôle stabilisateur apporté par le filtre optique sur  $\Omega_p$ . Afin de le vérifier, les potentiels  $\Psi_{\Omega_p}$  et  $\Psi_{\xi}$  avec et sans filtre optique, ont été calculés (Fig.3.25). La suppression du filtre optique a pour effet d'améliorer sensiblement la barrière de potentiel de  $\xi$ , en cohérence avec les résultats de Matsko, indiquant l'effet compensatoire du chirp combiné au filtre optique avec la dispersion chromatique (3.43). La suppression du filtre optique porte un effet beaucoup plus marqué en ce qui concerne  $\Omega_p$ , avec une forte réduction de la barrière de potentiel  $\Delta \Psi_{\Omega_p}$  (Fig.3.25a), ce qui rend la porteuse optique susceptible de passer d'un puits de potentiel à un autre sous l'effet d'une stimulation moins importante. Expérimentalement, les perturbations apportées par le bruit optique suffisent pour dépasser la barrière  $\Delta \Psi_{\Omega_p}$  et déstabiliser le système. L'absence de

<sup>5.</sup>  $\Delta\Omega_p$  se défnit comme étant un décalage de porteuse par rapport à la porteuse de référence  $\Omega_p$  de l'état stationnaire



FIGURE 3.23 – a) Potentiel  $\Psi_{\Omega}$  dans le cas d'un COEO avec filtre optique, obtenu en intégrant (3.58) pour  $\xi = \xi_p$ . Le potentiel déterminant l'état stationnaire conditionné par l'accord de phase des oscillateurs, les effets de pertes ne sont donc pas inclues. L'intervalle de validité du potentiel est donc limité par la bande passante du filtre optique ( $\Omega_f$ ). b) Potentiel  $\Psi_{\xi}$  obtenu en intégrant (3.61) pour  $\omega = \Omega_p$ .  $\Psi_{\xi}$ dessine un puits de potentiel conditionnant l'état stationnaire du COEO.



FIGURE 3.24 – a) Potentiel  $\Psi_{\Omega}$  calculé sur trois périodes  $T_{\Omega}$  dans le cas d'un COEO avec filtre optique. b)  $\Psi_{\Omega}$  calculé sous les mêmes conditions que a) avec un COEO sans filtre optique.

pente de potentiel de  $\Psi_{\Omega_p}$  induit un spectre optique qui change de porteuse de manière aléatoire sans direction particulière, sur une large gamme de longueur d'onde (les puits de potentiels étant espacé de plus de 500  $\omega_m$ ) inclus dans la bande d'amplification du SOA ( $\Delta\lambda_{SOA} \simeq 80 \ nm \Rightarrow \Delta\Omega_{SOA} \simeq 1000 \ \omega_m$ ). La bande passante du filtre optique étant bien plus faible que la périodicité de  $\Psi_{\Omega_p}$ , l'étude en stabilité à partir du potentiel bi-dimensionnel  $\Psi(\xi, \Omega_p)$ , peut se réduire à un problème à une dimension ( $\Psi_{\xi}$ ). L'étude suivant deux dimensions devient pertinente si l'on supprime le filtre optique. La figure 3.26 donne la solution  $\Psi(\xi, \Omega_p)$  obtenue à partir de (3.67) pour un COEO avec filtre. On obtient alors un potentiel périodique suivant  $\xi$  et  $\Omega_p$ . La barrière de potentiel de chacun des puits se construit du fait de la présence de quatre noeuds instables bordant le puits considéré, entrainant la formation de points selles à la jonction entre chacune des sources<sup>6</sup>. Dans le cas d'un COEO avec filtre, le passage d'un état stable à un autre ne peut se faire qu'en dépassant la barrière imposée par les sources. Le retrait du filtre optique entrainera alors un élargissement des bassins d'attraction ainsi qu'une forte réduction des barrières de potentiel associées. Les bassins d'attraction voisins deviennent alors accessibles sous effet de faibles perturbations, rendant par conséquent le système instable. On observe alors une dérive en phase

<sup>6.</sup> source : point fixe instable



FIGURE 3.25 – Comparaison de la barrière de potentiel  $\Delta \Psi_{\Omega_p}$  obtenu avec et sans filtre optique (a) ainsi que  $\Delta \Psi_{\xi}$  (b). Le filtre optique permet d'augmenter la barrière de potentiel  $\Delta \Omega$  permettant la stabilisation de porteuse optique et ses répercussion sur la synchronisation par effet de couplage entre  $\xi$  et  $\Omega$ .

du COEO entrainant une légère variation de la fréquence d'oscillation, s'accompagnant d'une position de peigne optique instable. Les trajectoires dans l'espace des phases du système associées à  $\Psi(\xi, \Omega_p)$  sont présentées Fig.3.27.



FIGURE 3.26 – a) Potentiel  $\Psi(\xi, \Omega)$  obtenue à partir de eq.(3.67). Les sources (cercles rouges) imposent des trajectoires divergentes, tandis que les puits (croix vertes) attirent les trajectoires du plan, en accord avec  $\Psi(\xi, \Omega)$ . Le passage d'un puits à un autre se fait par l'intermédiaire des points selles (cercles violets). Les échelles de  $\xi$  et  $\Omega$  sont ici en unités arbitraires afin de laisser inchangé le champ de vecteur malgré la différence d'ordre de grandeur entre  $\xi$  et  $\Omega$ .

Malgré la stabilité des points fixes, le COEO peut donc passer d'un bassin d'attraction à l'autre sous effet d'une perturbation suffisamment importante. Afin de quantifier ces effets, on considèrera par la suite une source de bruit blanc dont la multiplicité des réalisations de son processus stochastique suit une loi normale (théorème central limite). De ce fait, il existe statistiquement un intervalle de valeurs pour lequel la perturbation est suffisamment importante pour dépasser la barrière de potentiel du bassin d'attraction considéré. Le système passe alors de son bassin initial à l'un des bassins voisins. Dans le

cas d'un oscillateur verrouillé en phase (Fig.3.25), le puits de potentiel  $\Psi_{\Omega_p}$  est périodique suivant  $\Omega_p$ , indiquant que sous effet d'une stimulation par bruit blanc, le système va passer d'un bassin d'attraction à un autre autour du bassin initial. Les barrières de potentielles étant symétriques, on obtient une dérive moyenne de  $\Omega_p$  nulle ( $\langle \Omega_p \rangle = 0$ ), ce qui se traduit par des sauts de position du peigne de fréquence sans direction particulière. Le verrouillage de phase du COEO, s'établit généralement avec un detuning non nul ( $\Delta \xi \neq 0$ ) sous effet de saturation dynamique du SOA et correction du MZM. Sous ces conditions, le potentiel  $\Psi_{\xi}$ , suit une succession de bassins d'attraction le long d'une pente de phase, majoritairement déterminée par la composante  $-\frac{1}{E_p}\frac{dE_p}{dT}\xi$  de eq.(3.55). Le detuning non nul impose alors  $\xi \neq 0$  ce qui se traduit par la pente de potentiel observée. Sous effet de la stimulation aléatoire du bruit blanc,  $\xi$  va progressivement suivre la dérive de phase imposée par le potentiel  $\Psi_{\ell}$ . On observe alors une fréquence d'oscillation RF légèrement décalée (quelques kHz), dont la valeur est déterminée par la pente de potentiel ainsi que du rapport entre l'amplitude de la barrière et la variance du bruit considéré (ce dernier déterminant l'occurence des stimulations permettant de passer d'un bassin à l'autre). Le même procédé opère de manière simultanée pour la fréquence porteuse du spectre, dont la stabilité face aux stimulations de bruit dépend des paramètres de la cavité ainsi que des composants optiques utilisés. Le rôle du filtre optique est sur ce point déterminant pour la stabilité du système puisque, comme nous l'avions évoqué lors de l'analyse gaussienne du COEO, il entraine l'amortissement des perturbations de porteuse. Cela



FIGURE 3.27 – Trajectoire dans le plan  $\{\xi, \Omega\}$  du COEO, obtenu à partir du champ vectoriel eq.(3.64). Les sources (cercles rouges) imposent des trajectoires divergentes, tandis que les puits (croix vertes) attirent les trajectoires du plan, en accord avec  $\Psi(\xi, \Omega)$ .

se retranscrit par une barrière de potentiel plus importante et donc une meilleure stabilité du système (Fig.3.24). Expérimentalement l'ajout d'un filtre optique permet alors de passer d'un peigne optique qui « saute » d'une porteuse à l'autre de manière aléatoire, à un peigne de position fixe et déterminée. L'évolution des paramètres  $\xi$  et  $\Omega_p$  stimulés par des sources de bruits blancs, est donnée par :

$$\frac{d\xi}{dT} = F_{\xi}(\xi, \Omega_p) + F_{\xi_{noise}}$$
(3.68)

$$\frac{d\Omega}{dT} = F_{\Omega_p}(\xi, \Omega_p) + F_{\Omega_{noise}}$$
(3.69)

Les résultats de simulations du système formé par 3.68 et 3.69 soumis à des forces de stimulation dont l'amplitude suit une loi gaussienne sont présentés Fig.3.28. Le comportement aléatoire du système face aux stimulations issues de sources de bruit, dépend donc de la synchronisation entre les deux oscillateurs. La convergence du système vers un point fixe en cas de verrouillage de phase peut donc mener à une



FIGURE 3.28 – Dérive de  $\phi_{\xi}$  calculé à partir de (3.68) soumis à une stimulation en bruit gaussien d'écarttype  $\sigma_{\phi_{\xi}\phi_{\xi}}$  (rad) dans le cas d'un COEO avec filtre optique, nous permettant de passer d'un système a deux dimensions (eq.3.68 et eq.3.69) vers un problème à une dimension (eq.3.68). La dérive s'accentue avec la variance du bruit considéré. Les histogrammes présentés sur la colonne de droite donnent la répartition de  $\phi_{\xi}$  associée aux courbes présentées sur la figure de gauche. La répartition favorise un angle négatif moyen du fait de la pente de potentiel [18]-[20].

dérive en phase malgré la stabilité du point fixe associé à l'état stationnaire.

Sous condition de detuning accru, le COEO est amené à sortir de sa bande de verrouillage de phase et tend vers de nouveaux régimes de sychronisation à savoir l'entrainement de phase et le régime chaotique.

# 3.3.2 Diagramme de bifurcations des oscillateurs couplés et conditions de stabilité du COEO

Les régimes de synchronisation du COEO sont analogues à ceux observés pour les oscillateurs autonomes couplés. Afin d'introduire les différents régimes de synchronisation, nous allons prendre le cas particulier d'un oscillateur autonome synchronisé sur une source externe. Si l'on considère un oscillateur autonome isochrone, l'équation d'évolution de l'amplitude complexe du signal oscillant peut être écrite suivant [19] :

$$\dot{A} = -i\nu A + \mu A - (\gamma + i\alpha)|A|^2 A + \beta e \tag{3.70}$$

avec  $\nu$  le detuning entre la source externe et l'oscillateur synchronisé,  $\mu$  (> 0) le gain petit signal de l'oscillateur,  $\gamma$  (> 0) le coefficient de saturation associé à l'amplification,  $\alpha$  décrivant la dépendance non-linéaire de la fréquence d'oscillation,  $\beta$  le coefficient de couplage et *e* l'amplitude complexe associée à la source externe. { $\nu,\beta.e$ } sont les paramètres de bifurcation du système. La Fig.3.29 donne le diagramme de bifurcation de l'oscillateur isochrone synchronisé sur une source externe. On y distingue quatre domaines de synchronisation A, B, C et D. Le domaine A ( $\nu$  et  $\beta e$  faibles) possède trois points fixes. Le premier est un noeud focalisant, instable, localisé à l'origine de l'espace des phases { $\text{Re}\{a\}, \text{Im}\{a\}$ }. Dans le domaine A, un cycle limite attracteur sur lequel se situent un noeud (« node ») et un point selle (« saddle »), existe. L'ensemble des trajectoires de l'espace des phases est donc attiré vers le cycle limite avant de converger vers le noeud. Lorsque la stimulation  $\beta.e$  augmente le point selle converge vers l'origine jusqu'à disparaitre avec le cycle limite par une bifurcation mixte (Hopf supercritique et saddle-node). On entre alors dans le domaine B de l'espace des phases pour lequel le noeud



FIGURE 3.29 – Schéma du plan de bifurcation de (3.70) suivant les paramètres  $\beta e$  et  $\nu$ , permettant de distinguer les régimes de synchronisation A, B, C et D. La colonne de droite donne l'évolution de la fréquence de battement simulée  $\Omega$  suivant le detuning  $\nu$  pour deux valeurs de couplage  $\beta e = 0.25$  et  $\beta e = 0.75$ .  $\Omega \propto \sqrt{\nu - \nu_c}$  au voisinage du point de bifurcation de période infinie ( $\beta e = 0.25$ ), tandis qu'elle évolue de manière linéaire dans le cas d'une bifurcation de Hopf ( $\beta e = 0.75$ ).  $\Omega_{|\beta e=0.75}$  présente une discontinuité due au passage la zone D lorsque  $\nu$  augmente [18], [21].

focalisant devient l'unique point attracteur. En augmentant le detuning  $\nu$  à partir du domaine B vers le domaine D, on observe (sous condition d'une excitation suffisamment élevée) une birfurcation de Hopf supercritique : le noeud perd sa stabilité pour laisser place à un cycle limite qui devient alors l'attracteur global du système. Le domaine D se caractérise par un cycle limite qui n'encercle pas l'origine de l'espace des phases. La phase évolue de manière périodique mais toujours incluse dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ , faisant que la fréquence du signal n'est pas affectée par la modulation de phase. L'amplitude complexe atteint donc un état cyclo-stationnaire en parcourant de manière périodique le cycle limite. Le rayon de ce cycle n'étant pas constant, cela entraine une modulation d'amplitude du signal (Fig.3.30). En maintenant la stimulation  $\beta.e$  constante et en accentuant le detuning  $\nu$ , le rayon du cycle limite s'agrandit, jusqu'à encercler l'origine du plan. On passe alors dans le domaine D pour lequel on observe à la fois une modulation d'amplitude et une modulation de phase avec modification de la fréquence d'oscillation.

Le passage du domaine A vers le domaine C se fait sous condition de faible stimulation. Dans ce cas, le point selle et le point fixe convergent le long du cycle limite, jusqu'à disparaitre par une birfurcation de période infinie [22], laissant le cycle limite comme unique attracteur du système. Le diagramme de bifurcation nous indique donc que l'oscillateur stimulé par une source externe est verrouillé en phase dans les domaines A et B pour lesquels le noeud est l'attracteur global du système [23], [24]. On obtient alors un déphasage  $\Psi = \phi_a - \phi_e$  et une amplitude |A| maintenus constants dans le temps.

Les domaines C et D correspondent à des régimes d'entrainement de phase, se distinguant par la présence ou non d'une modification de la fréquence d'oscillation. Le domaine D est donc synchronisé en fréquence, contrairement au domaine C pour lequel la synchronisation est perdue et pour lequel une fréquence de battement  $\Omega_{|\Psi} = \langle \dot{\Psi} \rangle$  peut être définie. Deux cas sont alors à distinguer : le premier concerne le passage de A vers C qui se traduit par une perte du verrouillage de phase par bifurcation de période infinie.  $\Omega(\nu)$  évolue suivant  $\propto \sqrt{\nu - \nu_c}$  avec  $\nu_c$  le detuning associé au point de bifurcation pour une stimulation  $\beta.e$  donnée. L'eq.(3.70) sous condition de faible stimulation, donne lieu à une équation de



FIGURE 3.30 – Solutions de eq.(3.70), obtenues pour différentes conditions initiales, pour un jeu de paramètres { $\nu, \beta.e$ } associé aux zones B (a) ({0.8, 0.15}), D (b) ({0.8, 1}) et C (c) ({0.25, 1}). La bifurcation de Hopf déstabilisant le point fixe du domaine B (a), induit la formation d'un cycle limite en zone D (b) pour lequel l'orgine du plan complexe se situe à l'extérieur du cycle (n'induisant par conséquent aucune modification de fréquence d'oscillation). Ce cycle limite s'étend avec l'accentuation du detuning jusqu'à inclure l'origine du plan complexe dans le domaine C (c) [18], [25].



FIGURE 3.31 – Cas hypothétique d'une bifurcation par période infinie du COEO dans le cas où le detuning laisse la bande de verrouillage inchangée. La courbe  $F(\Psi_{\xi})$  est translatée par le detuning  $\nu$  (a et b) jusqu'à ce que les points fixes stables et instables se rencontrent et s'annihilent. Les points fixes sont définis par le passage à zéro de  $F(\xi)$  et sont associées soit à un maximum de potentiel  $\Psi_{\xi}$  (point fixe instable), soit à un minimum (point fixe stable). Lors de la bifurcation, la barrière de potentiel issue du point fixe instable disparaît avec le point fixe (c).

phase de la forme :

$$\frac{d\Psi}{dt} = -\nu + e.q(\Psi) = F(\Psi)$$
(3.71)

avec e l'amplitude de stimulation  $q(\Psi)$  une fonction  $2\pi$  périodique ayant pour valeur minimale  $q_{min}$  et pour valeur maximale  $q_{max}$ . La bande de verrouillage de phase permettant de maintenir  $\Psi$  constant dans le temps, est donnée par :

$$e.q_{min} < \nu < e.q_{max} \tag{3.72}$$

c'est-à-dire que la bande de verrouillage existe tant qu'un intervalle  $I_{\Psi_{lock}}$  tel que  $F(\Psi) < 0$  existe (la condition  $F(\Psi) < 0$  assurant la convergence de  $\Psi$  vers le neud attracteur). L'équation (3.59) utilisée précédemment afin d'étudier la stabilité du COEO, est une équation de phase de la forme (3.71) avec  $e.q(\Psi) = F(\Psi_{|\xi})$  et  $\nu = 0$ . On se place donc dans les conditions de faible couplage entre les deux oscillateurs. Supposons que le detuning entre le MLL et l'OEO modifie uniquement la fréquence de

battement entre les deux oscillateurs en laissant le potentiel  $\Psi_{|\xi}$  inchangé<sup>7</sup>, on obtient alors :

$$\frac{d\xi}{dT} = \nu - F(\xi) \tag{3.73}$$

Dans ces conditions, le detuning translate la courbe  $F(\xi)$ , rapprochant le noeud stable et le point fixe instable avant d'être annihilé par la birfurcation de période infinie (Fig.3.31). Dans le cas où le detuning  $\nu$  laisse le puits de potentiel  $\Psi_{\xi}$  inchangé, l'état stationnaire du système reste le même.  $F_{\xi}$  détermine la capacité du système à ramener son état vers l'équilibre déterminé par le puits de potentiel. Les limites de la bande de verrouillage de l'oscillateur couplé sont donc déterminées à partir de  $\Delta F_{\xi} = F_{\xi_{max}} - F_{\xi_{min}}$ . Dans le cas du COEO,  $F_{\xi}$  est modifié sous l'effet du detuning. La bande de verrouillage du COEO évolue donc avec le detuning entre les deux oscillateurs (3.33). La barrière de potentiel  $\Delta \Psi_{\xi}$  suit l'évolution de  $F_{\xi}$  et atteint une valeur maximale lorsque le délai induit par la dispersion chromatique est compensé par celui issu du detuning ( $\Delta f$  est calculé à partir de la différence du temps de parcours de la porteuse optique de référence à 1550 nm entre les deux boucles et de ce fait le délai issu de la combinaison  $\beta_{2,\Sigma}$ et  $\Omega_p$  n'est pas inclus). La déformation de  $F_{\xi}$  observée dans le cas du COEO (Fig.3.33) mène à une



FIGURE 3.32 – Évolution de  $\Psi_{\xi}$  (a) et de la barrière de potentiel  $\Delta \Psi_{\xi}$  (b) pour différentes valeurs de detuning ( $\Delta f$ ). Sous effet de detuning,  $\Psi_{\xi}$  se déforme, réduisant la barrière de potentiel.  $\Delta \Psi_{\xi}$  passe par un maximum pour  $\Delta f = 4 kHz$ . Le detuning  $\Delta f$  étant issu de la différence du temps de parcours entre la boucle optique et opto-hyper définie à partir de la vitesse de groupe, le retard issu du décalage de porteuse combiné à la dispersion chromatique induit un délai supplémentaire, compensé par  $\Delta f$ . La maximisation de la barrière de potentiel nous indique que le COEO est parfaitement synchronisé, maximisant ainsi sa stabilité.

bifurcation par période infinie similaire à celle décrite dans le cas simplifié (Fig.3.31), avec des points fixes stables et instables qui convergent jusqu'à annihilation. Dans l'espace des phases, les points fixes stables et instables se situent sur un cycle limite. Le temps de parcours le long du cycle limite est défini par :

$$t_{parcours} = \int \frac{1}{eq(\Psi) - \nu)} d\Psi$$

La durée de parcours du cycle correspond alors à un déphasage de  $2\pi$  de  $\Psi$ , définissant la période :

$$T_{\Psi} = \left| \int_{2\pi} \frac{1}{eq(\Psi) - \nu} \right| d\Psi \tag{3.74}$$

<sup>7.</sup> en réalité la bande de verrouillage change avec le detuning



FIGURE 3.33 – Évolution de  $F_{\xi}$  avec  $\Delta f$ . A mesure que l'on se rapproche du detuning de décrochage ( $\Delta f_{lim} = 14$  kHz), l'amplitude  $\Delta F_{\xi}$  dont dépend la bande de verrouillage du COEO, ou sa capacité à ramener le système vers le point fixe stable, diminue avec  $\Delta f$ . On a donc une bande de verrouillage du COEO propre à chaque valeur de detuning. Par ailleurs, de la même manière que ce qui a été observé avec le cas simplifié (Fig.3.31), on observe une convergence du point instable vers le point fixe stable, menant à une bifurcation de période infinie.

On a donc une phase qui varie de manière non uniforme dans le temps :  $\phi(t) = \omega t + \Psi(t)$ . L'eq.(3.74), nous permet de déterminer la fréquence de battement  $\Omega_{\Psi}$  :

$$\Omega_{\Psi} = 2\pi \left(\frac{1}{eq(\Psi) - \nu} d\Psi\right)^{-1}$$
(3.75)

à partir de laquelle on en déduit la fréquence observée d'oscillation  $\langle \dot{\phi} 
angle$  :

$$\langle \phi \rangle = \omega + \Omega_{\Psi}$$

(avec  $\langle \rangle$  la moyenne d'ensemble). On pose alors  $\nu_c = e.q_{max}$  comme le detuning critique au-delà duquel le système passe du domaine A au domaine C. Dans le cas où  $\nu$  est proche de  $\nu_c$ ,  $|eq(\Psi) - \nu|$  rendant les points aux voisinage de  $\Psi_{max}$  prédominants dans le calcul de eq.(3.75). Autour de  $\Psi_{max}$ , on obtient :

$$aq_{max} \simeq \frac{e}{2} q''_{\Psi_{max}} \Psi^2,$$

où l'on a utilisé le développement limité :

$$q(\Psi)_{|\Psi_{max}} = \underbrace{q(\Psi_{max})}_{=0} + \underbrace{q'(\Psi_{max})}_{=0} \Psi + \frac{1}{2}q''(\Psi_{max})\Psi^2 + O(\Psi)$$

 $\Omega_{|\Psi}$  peut alors être approximé par :

$$|\Omega_{\Psi}| = 2\pi \int_{0}^{2\pi} \left| \frac{1}{\frac{e}{2}q''(\Psi_{max})\Psi^{2} - (\nu - \nu_{c})} d\Psi \right|^{-1}$$

$$= \sqrt{e|q''(\Psi_{max}).(\nu - \nu_{max})|} \propto \sqrt{\nu - \nu_{max}}$$
(3.76)

La bifurcation de période infinie tient donc son nom du fait que la période  $T_{\Psi} = 2\pi/\Omega_{\Psi} \rightarrow 0$  lorsque

 $(\nu - \nu_c) \rightarrow 0$ . On obtient alors une courbe  $\Omega_{\Psi}(\nu)$  continue avec  $\Omega_{\Psi} = 0$  sur la plage de verrouillage de phase (associée au domaine A), qui devient proportionnelle à  $\sqrt{\nu - \nu_c}$  suite à la bifurcation de période infinie (domaine C) (Fig.3.29). Le passage du domaine B vers C se fait sous condition de forte stimulation par bifurcation de Hopf. La courbe  $\Omega_{\Psi}$  perd sa continuité du fait de l'existence du domaine D. En effet, bien que l'oscillateur reste synchronisé à la source externe, sa phase suit un cycle limite dans le domaine D avec une phase relative  $\Psi$  dont les variations restent contenues dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ , n'entrainant aucune modification de la fréquence apparente de l'oscillateur ( $\Omega_{\Psi} = 0$ ). Ce cycle limite possède cependant une période de parcours  $T_{\Psi_c}$  n'affectant pas  $\Omega_{\Psi}$  mais dont la valeur devient subitement apparente lorsque le cycle finit par entourer l'origine de l'espace des phases dans le domaine C, ce qui se traduit par un saut de  $\Omega_{\Psi}(\nu)$ . Enfin, la bifurcation supercritique de Hopf a pour propriété d'avoir un cycle limite dont le rayon évolue suivant la racine carrée du paramètre de bifurcation ( $\propto \sqrt{\nu - \nu_c}$ dans notre cas) à proximité de la bifurcation. Elle se distingue de la bifurcation par période infinie par la présence d'une discontinuité de la fréquence de battement  $\Omega$  lorsque le cycle limite s'élargissant avec  $\nu$ , finit par encercler l'origine du plan de phase. Au final, chacun des régimes de synchronisation des oscillateurs couplés peut être distingué par sa fréquence de battement. Une fréquence de battement nulle caractérise le régime de verrouillage de phase, tandis que  $\Omega \neq 0$  caractérise le régime d'entrainement de phase. La nature de la bifurcation peut ensuite être déterminée par l'évolution de  $\Omega$  lors du passage du régime de verrouillage vers celui d'entrainement de phase. On aura alors :

- $\Omega(\nu) \propto \sqrt{\nu \nu_c}$  dans le cas d'une bifurcation par période infinie, sans discontinuité lors du passage du régime de verrouillage de phase à l'entrainement de phase.
- $\Omega(\nu)$  évoluant suivant une racine carrée avec discontinuité lors du passage du régime de verrouillage de phase à l'entrainement de phase.

Les conditions de synchronisation de deux oscillateurs autonomes menant à un verrouillage de phase dépendent du rapport entre leur fréquence d'oscillation respectives. La caractérisation du verrouillage de phase par la fréquence de battement ( $\Omega = 0$ ) ne nous renseigne pas sur le rapport entre les fréquences d'oscillation des deux oscillateurs et nécessite d'être complétée par le nombre de rotation  $\rho$ :

$$\rho = \frac{\langle \dot{\phi}_1 \rangle}{\langle \dot{\phi}_2 \rangle} \tag{3.77}$$

avec :

$$\langle \dot{\phi}_{1,2} \rangle = \lim_{t \to +\infty} \frac{(\phi_{1,2}(t) - \phi_{1,2}(0))}{t}$$
 (3.78)

la fréquence d'oscillation observée des deux oscillateurs couplés. La condition de synchronisation est alors obtenue dans le cas où ces deux fréquences entretiennent un rapport rationnel [19] :

$$\frac{\langle \phi_1 \rangle}{\langle \dot{\phi}_2 \rangle} = \frac{p}{q} \tag{3.79}$$

La bande de verrouillage sera alors d'autant plus étroite que le dénominateur q sera élevé, tandis que l'absence de synchronisation se caractérise par un rapport de fréquence irrationnel. Le nombre de rotation permet alors de faire une estimation du rapport entre les deux fréquences d'oscillation menant au verrouillage de phase caractérisé par  $\Omega = 0$  et à un nombre de rotation  $\rho$  maintenu constant (Fig.3.34). Dans le cas du COEO, le rapport entre les fréquences observées des deux oscillateurs couplés ( $\frac{\Omega_{OEO}}{\Omega_{MLL}} = \frac{p}{q}$ ) est restreint au rapport  $\frac{p}{q} = \frac{1}{1}$ . La particularité du COEO est que l'oscillateur optique (ie la cavité MLL) n'est pas autonome. Autrement dit, sans injection d'un signal RF de modulation, aucune oscillateurs autonomes couplés. De ce fait, l'OEO impose sa propre fréquence d'oscillation RF à la cavité MLL. La fréquence de l'OEO étant contrainte par accord de phase et les pertes induites au moyen d'un résonateur



FIGURE 3.34 – a) Exemple de langues d'Arnold simulées à partir de l'équation d'Adler (obtenue en injectant  $q(\Psi) = \sin(\Psi)$  dans eq.(3.71)). Les zones de synchronisation sont représentées en noir. Les bouts des langues donnent les valeurs de detuning rationnelles permettant une synchronisation des oscillateurs.  $\epsilon$  représente l'intensité du couplage, tandis que  $\eta$  représente le detuning normalisé entre les deux oscillateurs [19], [26].

RF, l'oscillation ne peut s'établir qu'à une unique fréquence incluse dans la bande passante du résonateur. Cette fréquence peut ensuite être adaptée en modifiant les conditions d'accord de phase au moyen d'un déphaseur RF qui sélectionne l'un des ISL permettant une oscillation à la fois dans la cavité optique et dans l'OEO (effet vernier). On a donc  $\Omega_{OEO} = \Omega_{MLL} = \omega_m$  avec une fréquence d'oscillation  $\omega_m$ conditionnée par l'accord de phase et les pertes induites par le résonateur RF. L'unique langue de Arnold valable dans le cas du COEO est donc celle centrée sur  $\eta = 1$  (Fig.3.34).

Dans le cas de l'équation d'Adler, l'élargissement de la bande de verrouillage est étudiée suivant l'efficacité d'injection du signal externe. Pour le COEO, plusieurs paramètres peuvent affecter la bande de verrouillage. La dispersion chromatique est notamment l'un des paramètres les plus connus. L'évolution suivant la dispersion chromatique et le detuning de la barrière de potentiel  $\Delta \Psi_{\xi}(\beta_{2,\Sigma}, \Delta f)$  dans le cas d'un COEO avec filtre optique est présentée Fig.3.35. Les zones en noir indiquent un COEO non



FIGURE 3.35 – Dépendance de la barrière de potentiel  $\Delta \Psi_{\xi}$  suivant le detuning  $\Delta f$  et la dispersion chromatique  $\beta_{2,\Sigma}$ . La bande de verrouillage s'élargit en forme de V de manière analogue aux langues de Arnold pour un rapport 1/1 obtenu avec l'équation d'Adler (Fig.3.34). La dispersion chromatique affecte donc le couplage entre les deux oscillateurs (noté  $\epsilon$  sur Fig.3.34), de sorte à ce que  $\epsilon$  augmente lorsque  $\beta_{2,\Sigma}$  diminue.

verrouillé, tandis que le gradient de couleur du rouge vers le blanc indique une barrière de potentiel plus importante et donc une amélioration de la stabilité du système. On retrouve l'élargissement en forme de V de la bande de verrouillage du COEO suivant  $\beta_{2,\Sigma}$ , analogue à celle obtenue avec l'équation d'Adler (Fig.3.34), pour laquelle la bande de verrouillage s'étalait suivant l'augmentation de l'efficacité d'injection  $\epsilon$ . Le comparatif entre les résultats obtenus suivant les équations d'Adler et ceux du COEO, mène à la conclusion que  $\beta_{2,\Sigma}$  augmente l'efficacité de couplage entre les deux oscillateurs. Une première étude qualitative, peut nous permettre de comprendre cela en considérant l'équation modale d'injection locking, adaptée au cas du n<sup>ème</sup> mode du spectre optique par rapport à sa porteuse [27] :

$$\begin{cases} \dot{R}_{n+1} = \mu R_{n+1} (1 - \gamma R_{n+1}^2) + \beta R_n \\ \dot{\Psi}_{n+1} = \nu - \epsilon \frac{R_n}{R_{n+1}} \sin(\Psi_{n+1}) \end{cases}$$
(3.80)

avec  $R_{n+1} < R_n$ . Le detuning entre les deux modes adjacents dépend du detuning du synthétiseur RF  $(\Omega_{RF} = \Omega_{RF_0} + \delta \Omega_{RF})$  par rapport à l'ISL de la cavité  $(\Delta \omega)$  ainsi que du décalage des résonances optiques du fait de la dispersion chromatique. On obtient donc :

$$\nu = \frac{1}{2} \frac{\beta_{2,\Sigma}}{T_R} (\Delta \omega)^2 [(n+1)^2 - n^2)] + n\delta\Omega_{RF}$$
$$= \frac{1}{2} \frac{\beta_{2,\Sigma}}{T_R} (\Delta \omega)^2 (2n+1) + n\delta\Omega_{RF}$$

A l'état stationnaire, l'équation de phase devient :

$$\Psi = 0$$
  
$$\Rightarrow \epsilon \frac{R_n}{R_{n+1}} \sin(\Psi) = \frac{1}{2} \frac{\beta_{2,\Sigma}}{T_R} (\Delta \omega)^2 (2n+1) + n\delta \Omega_{RF}$$

qui possède donc une solution si :

$$\Delta\omega_{lock}(n) = \delta\Omega_{RF} < \frac{1}{n} \left[ \epsilon \frac{R_n}{R_{n+1}} - \frac{1}{2} \frac{\beta_{2,\Sigma}}{T_R} (\Delta\omega)^2 (2n+1) \right]$$
(3.81)

L'eq.3.81 nous donne la bande de verrouillage du n<sup>ème</sup> mode du peigne optique, par rapport à un de ses modes adjacents. Cela met en évidence que la bande de verrouillage se réduit sous l'effet de la dispersion chromatique, une réduction qui s'avère être d'autant plus importante que l'indice n du mode considéré est élevé. Dès lors, la dispersion chromatique a pour effet de réduire la largeur du spectre optique. Nous avons jusqu'alors traité l'évolution temporelle d'un des modes constituant le peigne optique, cependant dans le cas d'un MLL, l'état stationnaire dépend du rapport gain/pertes ( $g_0 - \alpha > 0$ ) évalué sur l'ensemble du peigne. Les pertes globales perçues par le peigne optique correspondent alors à la somme des pertes individuelles de chacun des modes le composant. L'injection du signal externe présentée dans l'équation d'Adler ( $\epsilon R_n \cos(\Psi_n)$ ), devient dans le cas du MLL [27] :

$$\alpha = \sum_{n=n_{inf}}^{n_{sup}-1} \epsilon R_n \cos(\Psi_n)$$
  
avec pour chacun des modes : (3.82)

$$\epsilon \frac{R_n}{R_{n+1}} \sin(\Psi_{n+1}) = \frac{1}{2} \frac{\beta_{2,\Sigma}}{T_R} \Delta \omega^2 (2n+1) + n\delta \Omega_{RF}$$

avec  $n_{inf}$  et  $n_{sup}$  les indices inférieur et supérieur du peigne optique. L'équation (3.82) montre que l'injection du mode adjacent sera d'autant plus important que le déphasage  $\Psi_n = \phi_{n+1} - \phi_n$  tend vers 0. Les pertes par detuning peuvent être estimées en prenant comme référence l'efficacité d'injection des modes adjacents dans le cas d'un detuning nul ( $\delta\Omega_{RF} = 0$ ). Dans ce cas, seule la dispersion chromatique réduit l'efficacité d'injection et ceci de manière d'autant plus importante que l'ordre n du mode considéré augmente. Partant de cet état de référence, la réduction de l'efficacité d'injection par detuning en ajoutant un déphasage  $n\delta\Omega_{RF}$ , se traduit par des pertes supplémentaires à celles perçues par le peigne optique de référence. Les pertes modales issues du detuning augmentent donc avec l'indice n du mode. L'énergie impulsionnelle étant répartie spectralement sur l'ensemble des modes composant le spectre optique, un spectre plus large implique des pertes plus importantes sur les modes latéraux, augmentant les pertes globales du spectre ( $\alpha$ ). Les faibles valeurs de dispersion chromatique menant à un élargissement spectral, induisent donc une augmentation des pertes par detuning. L'intervalle de detuning  $\Delta\Omega_{BF}$ pour lequel la condition sur le gain  $(g_0 - \alpha > 0)$  est respectée sera donc d'autant plus large que la dispersion chromatique sera élevée. Une dispersion chromatique accrue permet ainsi d'élargir la bande de verrouillage en réduisant les pertes totales provoquées par detuning. Ces pertes étant issues d'une succession d'injection-locking dans le domaine spectral, cela revient à améliorer l'injection globale du système (équivalent au terme  $\epsilon R_n \cos(\Psi_n)$  du modèle d'Adler). On obtient par conséquent un comportement similaire de la bande de verrouillage du COEO suivant  $\beta_{2\Sigma}$  (Fig.3.35) à celui observé avec  $\epsilon$  pour l'équation d'Adler (Fig.3.34). L'approche présentée reste toutefois très approximative, ne serait-ce que par le fait qu'un seul des deux modes adjacents n'ait été injecté dans eq.(3.80). Elle permet cependant d'appréhender facilement d'un point de vue spectral le rôle de la dispersion chromatique sur la bande de verrouillage du COEO.

Cette approche spectrale peut être complétée par une approche temporelle. La réduction du spectre associée à l'augmentation de  $\beta_{2,\Sigma}$  se traduit temporellement par un élargissement des impulsions. Les pertes par modulation d'amplitude dépendant du rapport entre la largeur impulsionnelle et la largeur de la porte de modulation du MZM, se voient accentuées. La sensibilité des pertes par modulation à une variation de timing entre le train d'impulsion et le signal de modulation ( $\delta(\xi - t_m)$ ) sera donc d'autant plus élevée que les impulsions seront larges. La capacité du modulateur d'amplitude à corriger la position de l'impulsion est donc améliorée, ce qui se traduit par un élargissement de la bande de verrouillage. On obtient alors un étalement de la bande de verrouillage qui s'élargit lorsque  $|\beta_{2,\Sigma}|$  augmente.

Le calcul de la barrière de potentiel  $\Delta \Psi_{\xi}$  suivant  $\beta_{2,\Sigma}$  et  $\Delta f$  (Fig.3.35), nous donne donc une infor-



FIGURE 3.36 – a) Profil impulsionnel normalisé du COEO simulé pour un detuning nul ( $\Delta f_{RF} = 0$ ) et une dispersion chromatique  $\beta_{2,\Sigma} = -2.55 \ ps^2$  (courbe en pointillés) et  $\beta_{2,\Sigma} = -0.51 \ ps^2$  (courbe pleine). Les portes de modulation du MZM associées à chacune des valeurs de  $\beta_{2,\Sigma}$  sont aussi affichées (avec pour maximum de transmission  $T_{mzm} = 1$ ). b) Différence de pertes  $\Delta L = L_{\beta_{2,\Sigma}=-2.55} - L_{\beta_{2,\Sigma}=-0.51}$  lorsque la position des impulsions présentées Fig.a) est décalée temporellement de  $\Delta t$ . Les figures c) et d) traitent le cas d'un detuning positif ( $\Delta f = 4 \ kHz$ ) pour les mêmes valeurs de dispersion.

mation sur la stabilité du peigne obtenu. Il en ressort qu'un peigne optique plus étroit (donc associé à une

valeur de dispersion chromatique plus élevée) induit une augmentation de  $\Delta \Psi_{\xi}$ , améliorant la stabilité du peigne. Le régime de dispersion anormale se présente comme étant une configuration favorable à la formation de peignes stables. Les faibles valeurs de dispersion offrent cependant la possibilité de générer des impulsions étroites et fortement chirpées. Leur compression avant photodétection permet une réduction du shot-noise, tout en réduisant les pertes par modulation. On obtient alors une amélioration du facteur de qualité de l'oscillateur et la réduction d'une source de bruit menant à une amélioration globale du bruit de phase. Il existe donc un compromis entre stabilité et performance en bruit de phase du COEO.

#### 3.3.3 Les régimes de synchronisation du COEO

Les régimes de synchronisation sont évalués à l'aide de la fréquence de battement entre l'onde RF circulant dans la cavité optique et celle circulant dans l'OEO. L'onde RF oscillant dans la cavité MLL que l'on cherche à synchroniser correspond alors à la fréquence fondamentale du spectre d'intensité optique du train d'impulsion :

$$\widetilde{I}(T,\omega) = \int |A(T,t)|^2 \exp(i\omega t) dt$$

$$U_{RF_{opt}} = \widetilde{I}(T,\omega=\omega_m) exp(i\phi_{oeo})$$

$$= |\widetilde{I}(T,\omega=\omega_m)| \exp\{-i(\phi_{MLL}-\phi_{oeo})\}$$

$$= |\widetilde{I}(T,\omega=\omega_m)| \exp\{-i(\Psi)\}$$
(3.83)

La fréquence fondamentale du profil d'intensité I(T, t) peut être obtenue par transformée de Fourier du train d'impulsion à l'état stationnaire. C'est par cette composante notée  $\tilde{I}(T, \omega = \omega_m)$  que la synchronisation du COEO sera étudiée. Le signal RF  $U_{RF,opt}$  est alors obtenu à partir de  $\tilde{I}$  en prenant comme référence de phase celle du signal RF circulant dans l'OEO :  $\phi_{oeo}$ . On définit alors l'espace des phases :  $\{|U_{RF,opt}|, |U_{RF,oeo}|, \Psi\}$  avec  $\Psi = \phi_{MLL} - \phi_{oeo}$ . Les variations d'amplitudes  $|U_{RF,oeo}|$  étant issues des variations de  $|U_{RF,opt}|$  par photodétection, une relation de proportionalité relie  $|U_{RF,oeo}|$  et  $|U_{RF,opt}|$ . De ce fait, l'analyse du système peut être simplifiée en se limitant à l'étude du signal complexe  $U_{RF,opt}$ . L'espace des phases étudié se limite donc a un espace à deux dimensions :  $\{\text{Re}(U_{RF,opt}), \text{Im}(U_{RF,opt})\}$ . La fréquence de battement  $\Omega_{\Psi}$ , exprimée en prenant comme référence de phase  $\phi_{oeo}$ , est donnée par :

$$\Omega_{\Psi} = \langle \dot{\Psi} \rangle = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{T} \dot{\Psi} dt$$
(3.84)

se définissant donc comme le déphasage moyen de la différence de phase entre l'onde RF circulant dans le MLL et celle circulant dans l'OEO. Le COEO sera considéré comme étant verrouillé en phase lorsque cette fréquence de battement est nulle et en régime d'entrainement de phase pour  $\Omega_{\Psi} \neq 0$ . Dans le prolongement de l'étude en stabilité du COEO, l'évolution de  $\Omega_{\Psi}$  suivant  $\beta_{2,\Sigma}$  et  $\Delta f_{RF}$  est présentée figure 3.37. On retrouve alors les zones de verrouillage de phase ayant  $\Omega_{\Psi} = 0$  associées aux barrières de potentiel non nulles Fig.3.35, tandis que les zones d'entrainement de phase ( $\Omega_{\Psi} \neq 0$ ) sont localisées Fig.3.35 sur les zones associées à une absence de verrouillage (noires). On observe alors un accroissement de la fréquence de battement  $\Omega_{\Psi}$  suivant  $\Delta f_{RF}$  que l'on peut associer à différentes bifurcations suivant le signe du detuning  $\Delta f_{RF}$ . Sous le régime de dispersion anormale ( $\beta_{2,\Sigma} < 0$ ), la figure 3.37 nous indique que la perte de synchronisation se fait de manière continue pour  $\Delta f < 0$  (bifurcation par période infinie) et discontinue pour  $\Delta f > 0$  (bifurcation de Hopf). De ce fait, par comparaison avec le cas des oscillateurs autonomes couplés, un detuning négatif placerait le COEO sous des conditions de faible couplage, tandis qu'un detuning positif le placerait sous les conditions d'un fort couplage. Le comportement inverse est observé sous régime de dispersion normale. Le plan de phase de  $U_{RF_{ont}}$  peut nous permettre de confirmer la nature des bifurcations évoquées, en commençant par le régime normal de dispersion. Dans la zone de synchronisation ( $\Omega = 0$ ),  $U_{RF_{opt}}$  converge vers un point fixe en empruntant un chemin en forme de spirale. L'état stationnaire correspond donc à un noeud focalisant. Le



FIGURE 3.37 – Évolution de la fréquence de battement  $\Omega$  suivant  $\beta_{2,\Sigma}$  et  $\Delta f$ . Le COEO est dit synchronisé sur les zones pour lesquelles  $\Omega = 0$ . Les zones de synchronisation s'élargissent en forme de V, comme présenté dans la section précédente Fig.3.35. a) présente les résultats numériques obtenus pour  $\Omega(\beta_{2,\Sigma}, \Delta f)$  et est complétée par b), une vue en coupe suivant une dispersion constante  $(\beta_{2,\Sigma} = \pm 1, \pm 0.5)$ . b)

système se trouve alors dans les conditions de verrouillage de phase puisque le déphasage entre l'onde RF de la cavité optique et de l'OEO ( $\Psi$ ) est maintenue constante dans le temps (cas  $\Delta f = 0$  kHz de Fig.3.38). La perte de synchronisation sous detuning positif se fait par une bifurcation de Hopf pour laquelle le noeud perd sa stabilité et forme, par la même occasion, un cycle limite devenant l'unique attracteur du système. Pour  $\Delta f = 8$  kHz, on observe temporellement que le système tend vers un point fixe dans un premier temps qui perd sa stabilité à partir de  $T \simeq 350 T_R$ , laissant place à un cycle limite visible sur le plan de phase de  $U_{RF_{opt}}$ . Il s'agit donc d'une bifurcation de Hopf. Or à cette valeur de detuning, le COEO reste synchronisé du fait que l'origine du plan complexe n'est pas inclus dans le cycle limite. Les variations de phase périodiques n'impactent donc pas la fréquence d'oscillation du signal RF circulant dans la cavité MLL. Par conséquent, on observe Fig.3.37 que  $\Omega(\Delta = 8 kHz) = 0$ . Sur le plan de birfurcation présenté Fig.3.29, il s'agit donc d'une transition de la zone A vers la zone D. En accentuant le detuning ( $\Delta f \rightarrow 12$  kHz), le cycle limite s'agrandit jusqu'à en cercler l'origine du plan de phase. On passe alors de la zone D vers la zone C. Le régime cyclo-périodique obtenu en zone D va alors laisser place à un régime chaotique qui affecte nécessairement l'OEO et le MLL de manière simultannée. Le COEO se situant dans une zone d'entrainement de phase (zone C), les deux oscillateurs chaotiques présentent un comportement chaotique synchronisé. Une fréquence de battement  $\Omega$  non nulle subsiste dont l'évolution avec le detuning  $\Delta f_{RF}$  est similaire à celle obtenue par bifurcation de Hopf avec cycle limite stable (Fig.3.40). Un detuning négatif semble quant à lui, être un facteur de stabilisation du système. En effet, pour  $\Delta f = -8$  kHz, on observe temporellement le passage de la même bifurcation de Hopf que celle observée sous  $\Delta f = 8$  kHz, mais dans le sens inverse :  $U_{RF_{opt}}$  passe d'abord par un état cyclo-périodique auquel est associé un cycle limite stable avant de perdre sa stabilité et laisser place à un point fixe. La bifurcation de Hopf est donc parcourue dans des sens opposés. On peut donc conclure qu'un detuning négatif est un facteur de stabilisation du COEO en cas de dispersion normale. Ce dernier point est confirmé par les résultats obtenus pour des valeurs de detuning plus importantes ( $\Delta f = 10$ kHz,  $\Delta f = 12$  kHz) où l'on conserve le cycle limite lors du passage de la zone D vers la zone C, sans formation de régime chaotique similaire à ce qui a été obtenu sous detuning positif. Le passage de la zone D vers la zone C est caractérisée par la présence d'une discontinuité présente sur les courbes  $\Omega(\Delta f)$  (Fig.3.37) dans le cas d'un detuning négatif. On retrouve les observations obtenues dans le cas d'oscillateurs couplés autonomes (Fig.3.29). La langue de Arnold présentée Fig.3.37 s'établit sous un


FIGURE 3.38 – Désynchronisation du COEO sous dispersion normale suivant un detuning positif. La 1<sup>ère</sup> ligne présente  $U_{RF_{opt}}$  dans l'espace des phases pour  $\Delta f \in \{0, 8, 12\}$  kHz. La 2<sup>ème</sup> ligne donne l'évolution temporelle des niveaux de puissance RF à l'entrée du MZM ( $P_{RF}$ ) et de l'énergie des impulsions circulant dans la cavité optique ( $E_p$ ).

régime de couplage fort, permettant les bifurcations de Hopf observées.

Afin de s'assurer de la nature chaotique du régime observé, il nous faut le caractériser par un coef-



FIGURE 3.39 – Désynchronisation du COEO sous dispersion normale suivant un detuning négatif. La 1<sup>ère</sup> ligne présente  $U_{RF_{opt}}$  dans l'espace des phases pour  $\Delta f \in \{-8, -10, -12\}$  kHz. La 2<sup>ème</sup> ligne donne l'évolution temporelle des niveaux de puissance RF à l'entrée du MZM et de l'énergie des impulsions circulant dans la cavité optique.

ficient de Lyapunov ( $\lambda$ ). Ce coefficient sert de mesure de divergence de trajectoires infiniment proches dans l'espace des phases. On définit donc le coefficient de Lyapunov par [28], [29] :

$$||\delta(t)|| \sim ||\delta_0||e^{\lambda t} \tag{3.85}$$

avec ||.|| la norme vectorielle associée à l'espace des phases. Défini de la sorte, un coefficient de Lyapunov négatif suppose que les trajectoires finissent par converger, tandis qu'elles divergent dans le cas où le coefficient est positif. Un comportement chaotique se caractérise par une trajectoire imprédictible, quand bien même les conditions initiales seraient infiniment proches, répondant donc au critère :  $\lambda > 0$ . Dans notre cas, l'espace des phases correspond au plan complexe associé à  $U_{RF_{opt}}$ . On a donc  $\delta(t) = \delta U(t)$ . Numériquement, le coefficient de Lyapunov a été déterminé à partir d'un état stationnaire obtenu par simulation ( $U_0$ ). On définit alors deux états initiaux séparés d'un  $\delta u_0$  quelconque :  $U_1 = U_0 - \delta u_0/2$ et  $U_1 = U_0 + \delta u_0/2$ . On relance la simulation pour ces deux conditions initiales afin de suivre l'évolution de  $\delta u(t) = U_2(t) - U_1(t)$ . Une fois l'état stationnaire atteint, on évalue  $\lambda$  à partir de la moyenne d'ensemble des  $\delta u(t)$  obtenus :

$$\lambda = \left\langle \frac{\delta u(t)}{\delta u_0} \right\rangle$$

Les valeurs positives des coefficients de Lyapunov confirment la nature chaotique du régime obtenu (Fig.3.40 donne les résultats obtenus pour le régime de dispersion anormale). Ces simulations ont été réitérées sous condition de dispersion anormale. On retrouve alors des résultats similaire à ceux obtenus sous dispersion normale, avec cependant une inversion du signe du detuning. Sous dispersion anormale, un detuning positif favorise donc la stabilité du système lors de la transition de la zone D vers la zone C, tandis qu'un detuning négatif se présente comme un facteur de déstabilisation, menant au régime chaotique au-delà d'une valeur de detuning (Fig.3.39). Il est intéressant de remarquer que le rôle stabilisateur du detuning sous dispersion anormale est en accord avec l'évolution de la barrière de potentiel  $\Delta \Psi$  du COEO dans la bande de verrouillage (Fig.3.35), avec un gradient de barrière de potentiel positif partant des valeurs de detuning négatives vers les valeurs positives.



FIGURE 3.40 – Régimes de synchronisation sous régime dispersif anormal. On retrouve les résultats obtenus sous dispersion normale pour un signe opposé de detuning. Les coefficients de Lyapunov positifs associés aux valeurs de detuning négatives confirment la nature chaotique du régime.

L'ensemble des régimes de synchronisation ont été présentés jusqu'alors sans prendre en compte



FIGURE 3.41 – a) Coefficient de Lyapunov  $\lambda$  sur la plage de detuning pour laquelle un comportement chaotique est observé et confirmé par les valeurs positives de  $\lambda$  sur cet intervalle. b) Fréquence de battement  $\Omega$  suivant le detuning. La fréquence de battement sur le domaine chaotique (f < 2 kHz) suit une allure en racine carrée similaire à celle observée sous un régime d'entrainement de phase ( $\Delta f > 5 kHz$ ). Ces résultats ont été obtenus pour une dispersion intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma} = -0.4 ps^2$ .

leur dépendance aux paramètres de la cavité optique. Le taux de recouvrement du gain du SOA ( $\tau_c$ ) constitue l'un des paramètres majeurs affectant la synchronisation du COEO. L'auto-modulation d'amplitude induite par sa saturation dynamique, qui affecte directement le positionnement des impulsions, a donc un effet direct sur la synchronisation de l'oscillateur. A partir de cela, on peut légitimement supposer que les comportements cyclo-stationnaires observés précédemment doivent évoluer suivant ce paramètre. Les résultats présentés jusqu'alors ont été obtenus pour  $\tau_c = 480 \, ps$ , afin de réduire l'impact du SOA sur la synchronisation du COEO, tout en conservant une contribution non négligeable des nonlinéarités du SOA sur le spectre optique à l'état stationnaire. La réduction de  $\tau_c$  a pour effet de décaler les impulsions vers les temps négatifs (t < 0). De ce fait, elle participe à la compensation d'un detuning positif ( $\Delta f > 0$ ) et à l'accentuation d'un detuning négatif. On observe alors une extension de la bande de verrouillage vers les detunings positifs ainsi qu'une moindre restriction du côté des detunings négatifs (Fig.3.42a). Globalement, une extension de la bande de verrouillage est observée en cas de diminution du temps de recouvrement du gain. Le régime d'entrainement de phase est particulièrement intéressant afin de visualiser les effets du temps de recouvrement du gain sur la synchronisation de l'oscillateur. La figure 3.42a présente l'évolution par tour de cavité de l'énergie impulsionnelle et du niveau de puissance RF porté par l'OEO pour trois valeurs croissantes de  $\tau_p$  (50 ps, 100 ps, 480 ps) à dispersion intra-cavité et detuning égal ( $\beta_{2,\Sigma} = -0.64 ps^2$ ,  $\Delta f_{RF} = 8 kHz$ ). Les courbes  $E_p(T/T_R)$  et  $P_{RF}(T/T_R)$  indiquent que l'onde RF portée optiquement et celle circulant dans l'OEO adoptent un comportement d'oscillation de relaxation. Ce type d'oscillation est composé d'un intervalle de temps long sur lequel le système évolue lentement (phase d'accumulation de la contrainte) suivi d'un intervalle de temps court sur lequel la contrainte accumulée précédemment pourra être relaxée. Le rapport cyclique de la phase d'accumulation par rapport à la période  $T_0$  (Fig.3.42a) augmente avec la non-linéarité du SOA. La saturation dynamique de l'amplifiateur diminuant avec  $\tau_c$ , on observe une réduction de l'intervalle d'accumulation et une extension de l'intervalle de relaxation. Ce phénomène d'accumulation/relaxation, est majoritairement issu de l'équilibre entre le SOA et le MZM. La figure 3.42.a donne les contributions du MZM et du SOA au timing impulsionnel par tour de cavité (les variations de timing issues de l'ensemble des composants de la boucle optique étant données par  $\Sigma$ ). L'aire de la courbe  $g_{soa}$  est un indicateur de la contribution du SOA sur l'établissement de l'équilibre du timing, devenant d'autant plus importante que  $\tau_c$  diminue. La synchronisation du COEO sera donc d'autant plus impactée par les non-linéarités du SOA que  $\tau_c$  sera faible.

Le dernier paramètre à prendre en compte dans la synchronisation du COEO concerne la dispersion chromatique de la bobine de fibre optique de l'OEO. Les précédents résultats traitaient jusqu'alors du cas d'un COEO à dispersion chromatique de l'OEO compensée ( $\beta_{2,\Sigma} = 0 \ ps^2$ ), l'incorporation d'un  $\beta_{2,\Sigma 1}$  non nul a pour conséquence de modifier les conditions de synchronisation. En effet, dans le cas



FIGURE 3.42 – a) Évolution de  $\Omega(\Delta f)$  pour  $\beta_{2,\Sigma} = -0.55 \ ps^2$  suivant  $\tau_c$ . Un temps de recouvrement court étend la bande de verrouillage du côté des detunings positifs et raccourcit, d'une moindre manière, la bande de verrouillage pour  $\Delta f < 0$ . b) Fréquence de battement  $\Omega$  suivant le detuning  $\Delta f_{RF}$  pour les configurations 1, 2 et 3 du COEO respectivement associées aux cas où le SOA et la bobine de fibre sont tous deux mis en commun (1), le cas où seul le SOA est mis en commun entre l'OEO et le MLL (2) et le cas où le SOA et la bobine appartiennent exclusivement au MLL(3). L'incorporation du SOA dans l'OEO facilite de manière notable le verrouillage du COEO.

d'une porteuse optique décalée par rapport à  $\lambda_0$  (ie  $\Omega_p \neq 0$ ), un délai supplémentaire issu de la combinaison  $\{\beta_{2,\Sigma 1}, \Omega_p\}$  vient s'ajouter à l'équilibre de synchronisation du COEO. Le signal de modulation RF perçoit ainsi un retard par rapport au train d'impulsion, issu de  $\beta_{2,\Sigma 1}$ . Dans le cas où  $\beta_{2,\Sigma}$  et  $\beta_{2,\Sigma 1}$ sont de signes opposés, on observe une extension de la bande de verrouillage du COEO (Fig.3.44), alors qu'aucun verrouillage n'a été obtenu dans le cas de dispersion  $\beta_{2,\Sigma}$  et  $\beta_{2,\Sigma 1}$  de même signe telle que  $|\beta_{2,\Sigma_1}| \gg |\beta_{2,\Sigma}|$ . Des dispersions intra et extra-cavité de signes opposés ont donc un effet stabilisateur, tandis que des dispersions de mêmes signes donnent lieu à un verrouillage sous condition que le detuning induit par  $\beta_{2,\Sigma,1}$  ne soit pas trop important par rapport à  $\beta_{2,\Sigma}$  de sorte à permettre une synchronisation. La différence  $\beta_{2,\Sigma,1} - \beta_{2,\Sigma}$  maximale permettant de verrouiller le COEO dépend de la bande de verrouillage à la dispersion chromatique intra-cavité considérée. De ce fait, l'écart admissible entre les deux dispersions sera d'autant plus important que  $\beta_{2,\Sigma}$  augmente. Sous condition de dispersion intra-cavité suffisamment faible ( $\beta_{2,\Sigma} < 1 ps^2$ ), le verrouillage du COEO sera donc conditionné par  $|\beta_{2,\Sigma 1}| \leq |\beta_{2,\Sigma}|$ . Le délai induit par  $\beta_{2,\Sigma}$  et  $\beta_{2,\Sigma 1}$  dépend par ailleurs du signe de  $\Omega_p$ , ie si le spectre optique est décalé vers les grandes longueurs d'onde ( $\Omega_p < 0$ ) ou vers les basses longueurs d'onde ( $\Omega_p > 0$ ). La contrainte principale en terme de synchronisation est apportée par le SOA.  $\xi_g$  représente la contribution de la SAM sur la position temporelle de l'impulsion, tandis que  $\Omega_g$  et  $\Omega_{\alpha_h}$  donnent les contributions de la SAM et la SPM du SOA sur la position du spectre optique. Ces contributions restent proches quelles que soient les valeurs de  $\beta_{2,\Sigma 1}$  choisies tant que l'on se place dans la bande de verrouillage du COEO. Dans ces conditions, le surplus de pertes perçu par les impulsions intra-cavité du fait du detuning induit par  $\beta_{2,\Sigma 1}$ reste marginal. Le niveau de puissance RF ne varie que peu au centre de la bande de verrouillage du COEO. On obtient donc des impulsions d'énergie  $E_p$  et de largeurs  $\tau_p$  proches quelles que soient les valeurs de  $\beta_{2,\Sigma 1}$  permettant de se placer dans la bande de verrouillage du COEO. De ce fait, les nonlinéarités issues du SOA restent elles aussi similaires. La position du peigne de fréquence  $\Omega_p$  est quant à elle ajustée afin que la synchronisation puisse s'établir. On obtient alors une position de peigne  $\Omega_p$  de



FIGURE 3.43 – Évolution par tour de cavité de l'énergie impulsionnelle et de la puissance RF pour différents temps de recouvrement du gain  $\tau_c$ . Le COEO suit alors une oscillation de relaxation de période  $T_0$ , caractérisée par une durée d'accumulation de contrainte ( $T_1$ ) et une durée de relaxation ( $T_2$ ). Les contributions au timing impulsionnel sur une période (délimitée en pointillés) du MZM et du SOA sont données sur la colonne de gauche. La courbe  $\Sigma$  donne l'évolution totale du timing par tour de cavité (incluant les effets du SOA, du MZM et des autres éléments constitutifs de la boucle optique). La contribution du SOA est d'autant plus réduite que  $\tau_c$  augmente.



FIGURE 3.44 – Fréquence de battement  $\Omega$  suivant le detuning pour différentes valeurs de  $\beta_{2,\Sigma}$  et un temps de recouvrement du gain  $\tau_c$  maintenu à 100 ps et une dispersion intra-cavité anormale( $\beta_{2,\Sigma} = -0.64 \ ps^2$ ). a) Dispersion de compensation normale ( $\beta_{2,\Sigma 1} > 0$ ). b) Dispersion de compensation anormale ( $\beta_{2,\Sigma 1} < 0$ ).

valeur négative du fait qu'une dispersion chromatique anormale associée à une porteuse  $\Omega_p < 0$  impose donc un délai  $\Delta \xi_{\beta_{2,\Sigma}} = \beta_{2,\Sigma} \Omega_p > 0$ , permettant de compenser les effets de SAM (notée  $\Delta \xi_g$  Fig.3.45). De la même manière, une dispersion normale  $\beta_{2,\Sigma 1}$  associée à une porteuse  $\Omega_p < 0$  induit un retard  $\Delta \xi_{\beta_{2,\Sigma 1}} = -\beta_{2,\Sigma 1} \Omega_p > 0$  (le signe négatif provenant du fait que  $\beta_{2,\Sigma 1}$  induit un retard sur le signal RF de modulation). Les deux dispersions sont alors mises à contribution afin de compenser  $\xi_g$ . La position de l'impulsion est par conséquent décalée vers le centre de la fenêtre de modulation, entrainant une réduction des pertes de modulation. La position du peigne  $\Omega_p$  nécessaire à la synchronisation se réduit donc à mesure que  $\beta_{2,\Sigma 1}$  augmente, du fait que la compensation plus efficace du detuning  $\Delta f_{RF}$  par les dispersions chromatiques. L'amortissement du detuning fourni par le MZM (eq.3.41) et les pertes engendrées sont donc réduites. Par ailleurs, les faibles valeurs de  $\Omega_p$  avec l'accentuation de  $\beta_{2,\Sigma 1}$  permettent de moins solliciter la correction de position du peigne par le filtre optique. On obtient donc une correction de timing de la part du MZM et une correction de position du peigne de fréquence de la part du filtre optique réduites avec l'apport de  $\beta_{2,\Sigma_1}$ , menant par conséquent à une extension de la bande de verrouillage. Dans le cas d'une dispersion  $\beta_{2,\Sigma 1}$  anormale, le délai induit accentue le décalage vers les temps négatifs initié par la SAM du SOA. Par conséquent, le MZM et le filtre optique sont alors plus sollicités menant à la réduction de la bande de verrouillage observée. Les valeurs de dispersions chromatiques anormales de  $\beta_{2,\Sigma 1}$  permettant un verrouillage du COEO sont alors limitées par celles utilisées intra-cavité ( $\beta_{2,\Sigma}$ ). De cette manière, le délai induit par  $\beta_{2,\Sigma}$  compense celui apporté par  $\beta_{2,\Sigma 1}$ , rendant la synchronisation du MLL avec l'OEO possible. En résumé, une dispersion de compensation normale favorise l'établissement d'une oscillation stable du COEO, tandis qu'une dispersion anormale est limitée par la valeur de dispersion intra-cavité.

L'agencement des composants dans la cavité optique a aussi pour conséquence de modifier la syn-



FIGURE 3.45 – Contribution du SOA, MZM, filtre optique et dispersion intra-cavité au timing ( $\xi$ ) et à la porteuse ( $\Omega_p$ ) des impulsions optiques, pour une dispersion intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma} = -0.64ps^2$  et un detuning  $\Delta f_{RF} = 4kHz$ . Ces résultats de simulation sont obtenus pour une dispersion de compensation  $\beta_{2,\Sigma 1} = 3.4 ps^2$  (colonne de gauche) et  $\beta_{2,\Sigma 1} = 1.13 ps^2$  (colonne de droite).

chronisation du COEO. Le déphasage entre le train d'impulsion et le signal de modulation résulte de la différence de retard acquis par chacun de ces signaux. Par conséquence, les retards optiques induits par les composants mis en commun entre l'OEO et le MLL ne participent pas aux mécanismes de synchronisation. Le SOA ainsi que la dispersion chromatique  $\beta_{2,\Sigma}$  (issue de la bobine de fibre et du CFBG) forment l'ensemble des composants que l'on peut éventuellement mettre en commun entre les deux boucles. On s'intéressera donc à l'évolution de la bande de verrouillage suivant trois configurations (Fig.3.42.b) :

- 1. SOA et  $\beta_{2,\Sigma}$  inclus dans l'OEO (COEO-config.1)
- 2. SOA inclu et  $\beta_{2,\Sigma}$  exclu dans l'OEO (COEO-config.2)
- 3. SOA et  $\beta_{2,\Sigma}$  exclus de l'OEO (COEO-config.3)

Pour chacune de ces configurations la bande de verrouillage a été estimée par simulation. Un délai est ajouté afin de compenser la contribution de chacun des éléments inclus dans l'OEO, afin de s'assurer que leur contribution n'affecte pas la synchronisation du COEO. À noter que la mise en commun de la dispersion chromatique intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma}$ , ne prend pas en compte les éventuels effets du retard induit par les longueurs de bobines utilisées. Les configurations testées numériquement seraient donc équivalentes à une bobine de fibre à zéro de dispersion avec un CFBG apportant une dispersion  $\beta_{2,\Sigma}$  et pouvant être mis en commun entre les deux oscillateurs. Les résultats numériques présentés figure 3.42.b confirment la réduction de la bande de verrouillage lorsque le délai induit par le SOA participe à la synchronisation du COEO (ie lorsque le SOA appartient exclusivement au MLL). La dispersion chromatique quant à elle a pour effet de déplacer la bande de verrouillage, sans modification significative de sa largeur. Un SOA mis en commun permet donc d'élargir la bande de verrouillage de manière significative et améliore la stabilité du COEO en supprimant la contribution d'une non-linéarité (SAM) aux mécanismes de synchonisation.

Les régimes de verrouillage et d'entrainement de phase, ainsi que le régime chaotique observés dans le cas d'oscillateurs couplés autonomes sont retrouvés avec le COEO et permettent de déterminer les conditions d'une oscillation stable. La dispersion chromatique couplée au detuning forment deux paramètres expérimentaux permettant d'améliorer de manière substantielle la stabilité d'oscillation. Par ailleurs, il s'est avéré que le retard induit par la dispersion chromatique extra-cavité joue aussi un rôle primordial dans l'obtention d'un verrouillage de phase du COEO. Enfin, l'agencement des composants dans la boucle optique, avec la mise en commun ou non de composants entre les deux boucles peut permettre d'étendre la bande de verrouillage. La non-linéarité du SOA constitue le paramètre expérimental principal affectant la synchronisation du COEO. Elle peut alors mener à une réduction conséquente de la bande de verrouillage dans le cas où ce dernier appartient de manière exclusive au MLL. Un SOA mis en commun entre les deux boucles permettrait alors de supprimer la participation de la SAM du SOA dans les mécanismes de synchronisation, entrainant une amélioration de la stabilité du système.

## 3.4 Le COEO à modulateur de phase

Le COEO à modulateur d'amplitude nécessite l'utilisation d'un interféromètre March-Zehnder, dont la tension d'opposition de phase  $V_{\pi}$  varie suivant la température, entrainant une possible modification de l'efficacité de modulation dans le temps. La stabilisation du  $V_{\pi}$  nécessite alors de mettre en place un asservissement dégradant la compacité du système recherchée. Une alternative serait alors d'utiliser un modulateur de phase, menant à la configuration du COEO- $\phi M$ .

### **3.4.1** Étude du régime transitoire du MLL- $\Phi M$ dans le plan $\Gamma$

La génération de peignes optiques par la cavité MLL peut aussi se faire en employant un modulateur de phase. L'équation maitresse du COEO- $\Phi M$  est alors donnée par :

$$T_R \frac{\partial A}{\partial T} = -\beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \left(\frac{1}{\Omega_f^2} - i\frac{\beta_{2\Sigma}}{2}\right) \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i\gamma_{NL} |A|^2 + \frac{1}{2} [g(1 - i\alpha_h) - \alpha] A + i\frac{\pi}{V_\pi} u_{RF}(T, t)$$
(3.86)

En supposant l'auto-modulation d'amplitude et la SPM issue du SOA comme négligeables, l'état stationnaire obtenu résulte de la contribution du modulateur de phase, du filtre optique ainsi que de la dispersion chromatique. Le modulateur de phase impose temporellement à la fois un chirp positif et négatif, générant deux bandes latérales de modulation en opposition de phase, chacune d'entre elles pouvant donner lieu à la formation d'un train d'impulsions. La modulation de phase appliquant un chirp tout en laissant la largeur impulsionnelle inchangée, modifie la largeur spectrale. On aura donc une extension du spectre dans le cas où  $|b_0 + b_{\phi M}| > |b_0|$  ou une restriction spectrale dans le cas où  $|b_0 + b_{\phi M}| < |b_0|$  (avec  $b_0$  la valeur initiale du chirp impulsionnel), quantifiable dans le cas gaussien par la relation [8] :

$$\Delta f_p = \left(\frac{1}{\pi}\right) \sqrt{2\ln 2 \left[\frac{a^2 + b^2}{a}\right]} \tag{3.87}$$

Durant le régime transitoire, la position de  $\Gamma$  indiquée par l'angle  $\theta$  sur le cercle de compression de rayon



FIGURE 3.46 – Représentation de l'évolution de  $\Gamma$  dans le plan complexe (courbe rouge) et des cercles de compression. L'accroissement du rayon R des cercles de recompression, observable de par l'évolution de son centre (marqueurs bleus), est associé à l'extension du spectre optique par tour de cavité. L'angle  $\theta$ permettant de repérer  $\Gamma$  par rapport au centre du cercle de recompression, ayant une valeur supérieure à  $\pi/2$ , nous indique que la dispersion chromatique impose un chirp positif à l'état stationnaire. Un schéma présentant les transformations apportées par le modulateur de phase ( $\phi M$ ), la dispersion chromatique ( $\beta_{2,\Sigma}$ ) ainsi que le filtre ( $\Omega_f$ ) dans le plan  $\Gamma$  est également présenté.

R (eq.3.89), tend progressivement de sa position initiale ( $\theta = 0$  et  $R \to 0$ ) vers  $\theta = \pm \pi$  (Fig.3.46). Le signe de la dispersion imposant le sens de parcours du cercle de compression, il détermine alors le signe du chirp impulsionnel. Dans le cas d'une dispersion anormale, le parcours du cercle se fait dans le sens trigonométrique, l'impulsion possèdera donc un chirp négatif (ie q < 0, b < 0 et Im $(\Gamma) = -b > 0$ ). La largeur impulsionnelle  $\tau_p$  résulte de l'équilibre entre l'élargissement issu de la dispersion chromatique et la compression par effet de filtrage de l'impulsion chirpée. Les projections sur l'axe des réels des trajectoires de  $\Gamma$  issues des effets de la dispersion chromatique et de filtrage, sont donc nécessairement de sens opposé. Ainsi, l'équilibre est contraint de s'établir pour un angle  $\theta > \pi/2$  favorisant la formation d'impulsion de spectre large spectralement et temporellement. Sur le demi-cercle droit ( $\theta < \pi/2$ ), le chirp imposé par la modulation de phase et le chirp de l'impulsion sont de même signe. La modulation de phase entraîne donc une extension du spectre optique au cours du régime transitoire. Pour  $\theta > \pi/2$ ,  $b_{\beta_{2,\Sigma}}$  est de signe opposé à celui de  $b_{\phi M}$ . Ayant  $|b_{\phi M}| > |b_{\beta_{2,\Sigma}}|$  durant les premiers instants du régime transitoire, le chirp impulsionnel ainsi que la largeur spectrale s'accentuent. Cela se traduit dans le plan  $\Gamma$  par une extension du cercle de compression et a pour effet d'augmenter le chirp issu de la dispersion chromatique tout en réduisant celui imposé par modulation (Fig.3.47), jusqu'à compensation des deux contributions. La compensation de  $b_{\phi M}$  par  $b_{\beta_{2,\Sigma}}$  est donc conditionnée par un coefficient de chirp impulsionnel q élevé. q et R sont définis selon :

$$q = -\frac{\mathrm{Im}(\Gamma)}{\mathrm{Re}(\Gamma)} \tag{3.88}$$

$$R = \frac{a}{2} \left[ 1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 \right] \tag{3.89}$$

On peut alors associer à q un angle  $\zeta$  dans le plan complexe (Fig.3.46), donné par les coordonnées polaires de  $\Gamma$ :

$$\zeta = \operatorname{atan}(-q) = \operatorname{atan}\left(\frac{\operatorname{Im}(\Gamma)}{\operatorname{Re}(\Gamma)}\right)$$
(3.90)

Un angle  $\zeta$  élevé combiné à la contrainte  $\theta > \pi/2$ , impose un angle  $\theta$  tendant vers  $\pi$ . On obtient alors



FIGURE 3.47 – a) Test numérique montrant l'évolution du chirp d'une impulsion gaussienne de largeur  $\tau_p$  sous effet de modulation de phase ( $\Delta b_{\phi M}$ ) et de dispersion chromatique anormale ( $\Delta b_{\beta_{2,\Sigma}=-0.5ps^2}$ ), suivant  $\tau_p/T_m$  (avec  $T_m$  le taux de répétition du train d'impulsion). Il existe un intervalle  $\Delta \tau_s$  pour lequel les deux contributions sont de signe opposé avec  $\Delta b_{\beta_{2,\Sigma}} > 0$ , associé à un angle  $\theta > \pi/2$  et permettant l'établissement d'un état stationnaire du MLL. b) Évolution suivant le paramètre q de l'apport maximal du chirp issu du modulateur de phase ( $\Delta b_{\phi M,max}$ ) ainsi que la contribution  $b_{\beta_{2,\Sigma}}$  obtenue pour une largeur impulsionnelle incluse dans l'intervalle  $\Delta \tau_s$  ( $\tau_p = 0.38 T_m$ ). On constate alors qu'un paramètre q important mène à une réduction de l'efficacité de modulation tout en améliorant celle de la dispersion chromatique. Un paramètre q élevé facilite donc la compensation de  $b_{\phi M}$  par  $b_{\beta_{2,\Sigma}}$ . c) Évolution suivant le paramètre de chirp q, de la largeur impulsionnelle  $\tau_p$  sous effet de dispersion chromatique et de filtrage ( $\Omega_f$ ). Les deux contributions peuvent se compenser pour deux valeurs de  $\tau_p$  différentes. La solution offrant le chirp le plus élevé est par la suite sélectionnée en cohérence avec la contrainte apportée par la compensation de chirp entre le modulateur de phase et la dispersion chromatique (Fig.b).

une impulsion temporellement et spectralement large. Durant le régime transitoire, l'impulsion s'élargit sous effet de la dispersion chromatique tout en percevant un chirp issu du modulateur de phase. On a donc à la fois une réduction de  $\text{Re}(\Gamma)$  et une accentuation de  $\text{Im}(\Gamma)$  (Fig.3.46), ce qui a pour conséquence d'augmenter le paramètre de chirp q (eq.3.90) ainsi que l'effet de compression de l'impulsion par filtrage optique (Fig.3.47). L'état d'équilibre est atteint lorsque l'élargissement temporel issu de  $\beta_{2,\Sigma}$ est compensé par la compression apportée par le filtre optique  $\Omega_f$  (Fig.3.47) et lorsque le paramètre de chirp q permet une compensation de  $b_{\phi M}$  par  $b_{\beta_{2,\Sigma}}$ . On obtient alors des impulsions fortement chirpées et larges temporellement comme spectralement. Contrairement au COEO-AM, on remarque que l'équilibre du MLL n'est accessible que sous condition d'une restriction du spectre optique par filtrage supérieur à l'extension induite par les non-linéarités du SOA. La stabilité du COEO- $\phi M$  est donc conditionnée à une faible non-linéarité de la part de l'amplificateur. Un COEO- $\phi M$ -SOA est donc potentiellement sujet à des problèmes de stabilité, qui ont pu être constatés que ce soit numériquement ou expérimentalement.

### **3.4.2** Étude en stabilité du MLL- $\phi M$

L'étude en stabilité du système peut être obtenue à partir du système d'équations proposé par Haus déclinant l'évolution du timing  $\xi$  et de la porteuse  $\Omega$  des impulsions dans une cavité MLL [30], [31],

obtenu sous hypothèse d'impulsion soliton :

$$\begin{cases} T_R \frac{\partial \Omega}{\partial T} = -\underbrace{\frac{4}{3\omega_f^2 \tau_p^2}}_{\frac{1}{\tau_f}} \Omega + \underbrace{\frac{\pi}{2V_\pi} \hat{u}_{RF} \omega_m^2 (\xi - t_m)}_{\delta\Omega_{mod}} + T_R S_\Omega \\ T_R \frac{\partial \xi}{\partial T} = -\underbrace{\beta_{2,\Sigma} \Omega}_{\delta\xi_{disp}} + T_R S_\xi \end{cases}$$
(3.91)

avec  $S_{\xi}$  et  $S_{\Omega}$  les sources de bruit de timing et de porteuse optique perturbant le système. Sous condition de detuning, le train d'impulsion présente un retard par rapport à la modulation de phase. La différence de timing entre les deux signaux se traduit par un décalage de  $\Omega$  par effet Doppler. En supposant que l'on se trouve sous un régime de dispersion anormale, l'équilibre s'établit autour du down-chirp du modulateur de phas. Un train d'impulsions en avance par rapport au signal de modulation RF fait que l'impulsion verra en conséquence son spectre modulé à plus hautes fréquences, se traduisant par un décalage du spectre optique (Fig.3.50). Cet effet Doppler peut notamment être interprété analytiquement, à partir de l'hypothèse d'une impulsion suffisamment étroite par rapport au signal de modulation. Le signal de modulation (eq.3.86) peut alors s'écrire sous la forme :

$$\pm i\frac{\pi}{V_{\pi}}u_{rf} = \pm i\hat{u}_{rf}\cos(\omega_m t) \simeq i\frac{\pi}{2V_{\pi}}\omega_m^2 t^2$$

le signe du signal modulant étant fixé par la sélection du down-chirp ou du up-chirp par le régime de dispersion intra-cavité. En supposant que le detuning induit un retard  $\xi$  de l'impulsion par rapport à  $u_{rf}$ , on obtient :

$$\pm i\frac{\pi}{V_{\pi}}u_{rf} = i\frac{\pi}{2V_{\pi}}\omega_m^2(t-\xi)^2 = \pm i\frac{\pi}{2V_{\pi}}\omega_m^2(t^2+\xi^2-2\xi t)$$
(3.92)

On retrouve alors un terme de chirp, un terme de déphasage optique ainsi qu'une rampe de phase



FIGURE 3.48 – a) Résultats de simulation du COEO- $\phi M$ -EDFA présentant les effets de  $\beta_{2,\Sigma}$  sur la dégénérescence du train d'impulsion autour du zéro de dispersion (sous condition de sur-amortissement), pour une oscillation RF à 10 *GHz*. b) Évolution du comportement oscillatoire du régime transitoire, mettant en évidence l'évolution d'un régime sous-amorti vers un régime d'oscillation sur-amorti à mesure que  $|\beta_{2,\Sigma}|$  diminue. L'amplificateur EDFA est quant à lui nécessaire afin d'obtenir un verrouillage sur une gamme de dispersion suffisamment large.

temporelle qui spectralement se traduit par un décalage du spectre optique par effet Doppler. On associe donc à  $-i\frac{\pi}{2V_{\pi}}\omega_m^2 2\xi t$  un changement de porteuse, ce qui nous mène au terme  $\delta\Omega_{mod}$  eq.(3.91). Les variations de porteuse optique  $\Omega$  induites par detuning sont ensuite amorties par filtrage optique  $(\frac{1}{\tau_f})$ . Le changement de porteuse optique modifiant la vitesse de groupe du train d'impulsion, on obtient alors une correction de timing  $\delta\xi_{disp}$ . L'amortissement des variations de timing se fait donc par l'intermédiaire

des changements de porteuse optique résultant de l'effet Doppler issu du modulateur de phase et de la correction de porteuse effectuée par le filtre optique. La transformée de Fourier de (3.91) nous mène à l'expression du timing :

$$\tilde{\xi} = \frac{i\omega + \frac{1}{\tau_f}}{\omega^2 - i\frac{\omega}{\tau_f} - \beta_{2,\Sigma}M_{PM}\omega_m^2} \left[\frac{\beta_{2,\Sigma}}{i\omega + \frac{1}{\tau_f}}S_\Omega + S_\xi\right]$$
(3.93)

où l'on définit  $M_{PM} = \frac{\pi}{2V_{\pi}}\hat{u}_{rf}$  comme l'indice de modulation de phase. Le facteur commun prend la forme d'un filtre du second ordre que l'on peut réécrire sous la forme :

$$\frac{i\omega - \frac{1}{\tau_f}}{\omega^2 - i\frac{\Omega}{\tau_f} - \Omega_{PM}^2}$$

avec  $\Omega_{PM} = \sqrt{\beta_{2,\Sigma} M_{PM} \omega_m^2}$  correspondant à la modulation de phase effective. Par identification, on a donc un amortissement apporté par le terme de filtrage  $\frac{1}{\tau_f}$  et  $\Omega_{PM}$  comme force de restauration. Le coefficient d'amortissement est donc donné par  $\zeta = \frac{1}{2\tau_f \Omega_{PM}}$ . Deux cas sont à distinguer :

- $\zeta < \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow 2(\tau_f \Omega_{PM})^2 > 1$ : oscillations sous-amorties
- $\zeta > \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow 2(\tau_f \Omega_{PM})^2 < 1$ : oscillations sur-amorties

Dans le cas d'une oscillation sous-amortie, la force de restoration  $\Omega_{PM}$  issue de la combinaison dispersion chromatique et modulation de phase, est plus importante que l'amortissement apporté par le filtre optique. L'état stationnaire est alors atteint en passant par un régime transitoire sous forme d'exponentielle décroissante avec oscillation (Fig.3.48b). Dans le cas où l'amortissement apporté par le filtre est suffisant pour compenser efficacement  $\Omega_{PM}$ , on se place dans un régime de sur-amortissement permettant de supprimer le comportement oscillatoire précédemment observé. Une forte dispersion chromatique favorisant  $\Omega_{PM}$ , on aura donc une oscillation renforcée jusqu'à déstabilisation du système. Le MLL- $\phi M$  ayant une correction de timing moins efficace que celle du MLL-AM, la bande de verrouillage du COEO se voit réduite sous configuration  $\phi M$  et ce de manière d'autant plus importante que  $\beta_{2,\Sigma}$  augmente. On se retrouve alors avec un compromis entre la dégénérescence du peigne optique présente autour du zéro de dispersion et la réduction de la bande de verrouillage lorsque la dispersion chromatique devient trop importante. Il s'avère que l'utilisation d'un SOA dans ce contexte complique le verrouillage du dispositif.

#### **3.4.3** Simulation du COEO- $\phi M$ avec SOA

Comme nous l'avons vu précédemment, la saturation dynamique issue du SOA induit un décalage temporel. Ce décalage étant issu d'un procédé non-linéaire, il dépend du profil impulsionnel et donc varie de manière importante durant le régime transitoire, rendant éventuellement impossible le verrouillage du COEO. La figure 3.49 nous donne les contributions des composants de la boucle optique au timing  $\xi$  et au changment de porteuse optique  $\Omega$ . La présence d'une porteuse optique  $\Omega \neq 0$  combinée à la dispersion chromatique modifie la vitesse de groupe et impose un retard de l'impulsion par rapport au signal de modulation ( $\Delta \xi_{\beta_{2,\Sigma}} > 0$ ). De la même manière, le chirp impulsionnel combiné au filtre optique induit lui aussi une modification de la vitesse de groupe, reculant temporellement l'impulsion et compensant de ce fait les effets de dispersion chromatique (Fig.3.50). Le spectre optique est quant à lui décalé vers les grandes longueurs d'ondes par le modulateur de phase et la SPM issue du SOA. En plus de la SPM le SOA, par l'intermédiaire de sa saturation dynamique, induit un décalage temporel du fait que le maximum de gain est nécessairement positionné en avance par rapport à  $\xi$ . Cette avance dépend alors de la profondeur de modulation  $\Delta g$ , déterminée par l'énergie de saturation de l'amplificateur. On suppose que le gain peut être décomposé en série de la forme :

$$g(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \Delta g_n (t - t_{g_{max}})^n$$

avec le maximum de gain pris comme référence temporelle. En limitant les contributions à  $\xi$  à l'ordre 2, on obtient :

$$\Delta\xi_{g} = \frac{1}{E_{p}} \int_{T_{m}} g(t)dt$$
  
=  $\frac{1}{E_{p}} \int_{T_{m}} [\Delta g_{1}(t - t_{g_{max}}) + \Delta g_{2}(t - t_{g_{max}})^{2}](t - \xi)|A|^{2}dt$  (3.94)  
=  $\frac{1}{2} \Delta g_{1} \tau_{p}^{2} + \Delta g_{2}(\xi - t_{g_{max}}) \tau_{p}^{2}$ 

La pente de gain sur une période  $T_m$  étant nulle, on a :  $\Delta g_1 = 0$ , d'où :

$$\Delta \xi_g = \Delta g_2 (\xi - t_{g_{max}}) \tau_p^2 \tag{3.95}$$

avec  $\Delta g_2 < 0$ . Ce décalage temporel appliqué au chirp impulsionnel *b*, nous donne un décalage en fréquence :

$$\Delta\Omega_g = \Delta g_2 b \tau_p^2 (\xi - t_{g_{max}})$$
  
=  $\Delta g_2 q (\xi - t_{g_{max}})$  (3.96)

On retrouve alors un décalage de porteuse optique de la même forme que celle induite par le modula-



FIGURE 3.49 – Évolution par tour de cavité des paramètres impulsionnels  $\xi$ ,  $\Omega$ ,  $\tau_p$ , q. Le coefficient d'asymétrie  $\gamma_1$  et d'aplanissement  $\gamma_2$  du spectre optique nous indiquent un spectre asymétrique dont la puissance optique est majoritairement portée par une minorité de modes ( $\gamma_2 > 0$ ) du côté rouge du spectre ( $\gamma_1 > 0$ ). Ces résultats ont été obtenus pour une dispersion  $\beta_{2,\Sigma} = -0.76 \ ps^2$  et un temps de recouvrement du gain  $\tau_c = 100 \ ps$ .

teur d'amplitude présenté par Matsko [4] dans son modèle gaussien. Sachant que l'on a nécessairement  $t_{g_{max}} < \xi$ , et puisque  $\Delta g_2 < 0$  et q < 0 pour un régime de dispersion anormale, le décalage spectral issu de la SAM sera nécessairement positif  $\Delta \Omega_g > 0$ . La saturation dynamique du gain mène donc à un décalage du spectre optique vers le bleu en cas de régime dispersif anormal.  $\Omega$  étant quasi-nul à l'état stationnaire (Fig.3.49), les retards engendrés par le filtre optique et la dispersion chromatique auront une faible contribution sur l'équilibre de  $\xi$ . La compensation du décalage temporel induit par saturation dynamique sera donc majoritairement compensé par le detuning  $\Delta f_{RF}$  contrôlé expérimentalement au moyen du déphaseur RF. L'équilibre du changement de porteuse  $\Omega$  résulte quant à lui de la compensation du décalage du spectre optique vers le rouge induit par SPM et renforcé par la contribution du



FIGURE 3.50 – Contribution des composants optiques par tour de cavité aux paramètres impulsionnels associée aux paramètres présentés Fig.3.49.

filtre optique, par le décalage vers le bleu induit par la SAM et le modulateur de phase. Le régime de dispersion chromatique intra-cavité étant anormal ( $\beta_{2,\Sigma} = -0.25 \ ps^2$ ), le down-chirp du modulateur de phase sera sélectionné (Fig.3.53). Ce down-chirp combiné à un timing négatif ( $\xi < 0$ ) décale donc le spectre optique vers le bleu (eq.3.92) et vient s'ajouter aux effets de SAM d'une impulsion au paramètre de chirp négatif q < 0. La position du peigne de fréquence se stabilise donc par compensation de la SPM et du filtre optique par le modulateur de phase et la SAM. La forme du spectre est aussi affectée par cet équilibre. Les coefficients d'asymétrie ( $\gamma_1$ ) et d'aplanissement ( $\gamma_2$ ), indiquent que la puissance optique est portée majoritairement par quelques modes ( $\gamma_2 > 0$ ) localisés vers le rouge ( $\gamma_1 > 0$ ). Il est alors intéressant de remarquer que la SPM participe à former des impulsions asymétriques orientées vers le rouge ( $\gamma_{1,SPM} > 0$  et  $\gamma_{2,SPM} > 0$ ) tandis que la SAM tend à compenser cet effet ( $\gamma_{1,SPM} < 0$  et  $\gamma_{2,SPM} < 0$ ) (Fig.3.50). On peut donc en déduire que la forme du spectre optique et l'asymétrie observée à l'état stationnaire résulte principalement des effets de SPM accumulés au cours du régime transitoire. D'un point de vue temporel, l'équilibre de la largeur impulsionnelle  $\tau_p$  résulte de l'élargissement de l'impulsion par  $\beta_{2,\Sigma}$ , compensé par la compression apportée par filtrage et saturation dynamique. Enfin, le paramètre de chirp q positif imposé par SPM et complété par l'apport du filtre optique, permettent de compenser les contributions négatives du modulateur de phase (down-chirp), de la SAM du SOA (compression des impulsions), et de la dispersion chromatique (dilatation des impulsions et chirp positif). Ces mécanismes de compensation mènent alors aux évolutions par tour de cavité du spectre optique et de l'enveloppe temporelle présentées Fig.3.52. Les états stationnaires du spectre et du profil temporel sont détaillés Fig.3.51.

L'équilibre permettant le maintien de la forme impulsionnelle, peut aussi être appréhendé en considérant les profils de fréquence et de gain instantané perçus par l'impulsion de la part de chacun des composants de la boucle optique (Fig.3.53). La position dans le plan  $\Gamma$  de l'impulsion, fait que le chirp introduit par la dispersion chromatique est positif, venant compenser le chirp induit par SPM sur le front montant de l'impulsion. La dispersion chromatique intra-cavité étant par ailleurs anormale ( $\beta_{2,\Sigma} < 0$ ), le verrouillage du COEO s'établira suivant le chirp négatif imposé par le modulateur. De ce fait,  $b_{\phi M}$ participe à la compensation du chirp induit par SPM sur le front descendant de l'impulsion. La compensation des deux chirps imposée par SPM est alors réalisée, permettant la conservation du profil de phase du signal à chaque tour de cavité. L'équilibre sur le gain instantané, à partir duquel la forme impulsionnelle peut être conservée, s'établit entre la SAM du SOA, le filtre optique, la dispersion chromatique ainsi que le detuning. Le déplacement de l'impulsion sous l'effet de la saturation dynamique du SOA



FIGURE 3.51 – a) Spectre optique simulé pour  $\tau_c = 100 \ ps$  et  $\beta_{2,\Sigma} = -0.25 \ ps^2$  et le profil de phase associé. b) Profil d'intensité de l'impulsion optique associé au spectre présenté. L'évolution suivant t du gain du SOA est présenté, ainsi que la partie réelle de la modulation de phase (échelle normalisée) afin de visualiser l'état de synchronisation du COEO.



FIGURE 3.52 – Évolution par tour de cavité du spectre optique et du profil impulsionnel associé aux résultats de simulation présentés Fig.3.49-3.51

impose un gain instantané sur le front montant de l'impulsion, associé à des pertes sur le front descendant. L'asymétrie entre le gain perçu par le front montant par rapport aux pertes localisées sur le front descendant, engendre l'asymétrie du profil d'intensité optique. De la même manière, le detuning positif impose un déplacement opposé à celui de la SAM. Ce déplacement est représenté par un gain perçu par le front descendant et des pertes perçues par le front montant. La dispersion chromatique, quant à elle, induit un élargissement de l'impulsion (Fig.3.50 et 3.53). On obtient donc des pertes au centre de l'impulsion et un gain perçu au niveau des ailes. Le filtre optique a lui pour effet de comprimer l'impulsion en minimisant les pertes perçues par le centre de l'impulsion. A l'instar du COEO-AM, ces mécanismes de compensation dépendent notamment de la valeur du detuning  $\Delta f_{RF}$ . Le profil de fréquence instantanée induit par la dispersion chromatique pourra donc varier de manière substantielle suivant la valeur de  $\Delta f_{RF}$  choisie.

Le COEO- $\phi M$  se distingue donc d'une configuration AM par la gestion de sa dispersion chromatique, menant à un compromis entre stabilité du peigne et levée de dégénérescence. Dans ce contexte, les non-linéarités issues du SOA contituent les principales sources de déstabilisation du système et nécessitent d'être minimisées en vue d'obtenir une oscillation stable. Le courant d'injection du SOA à partir duquel sa non-linéarité peut être adaptée, devient alors un paramètre à prendre en compte afin d'obtenir les conditions de verrouillage du COEO. Cette contrainte peut être contournée au moyen d'un COEO- $\phi M$ -EDFA du fait des valeurs élevées de temps de recouvrement de gain pour ce type d'amplificateurs ( $\tau_c \sim 10 \text{ ms}$ ) [32]. L'extension de la bande de verrouillage permettrait alors d'augmenter la dispersion chromatique, assurant la levée de dégénérescence du spectre optique. Ce type de configuration devrait alors permettre d'améliorer la stabilité du système ainsi que la formation d'impulsions symétriques. Plus particulièrement, il devient possible d'exploiter la SPM induite par la bobine de fibre afin de générer un



FIGURE 3.53 – a) Profil d'intensité optique ainsi que la fréquence instantanée associée. La courbe  $f_{inst}$  en pointillées correspond à la fréquence instantanée reconstituée à partir de la méthode des moments. La courbe  $f_{inst}$  pleine a été obtenue à partir de la définition :  $f_{inst} = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt}$ . b) Contribution par tour de cavité des composants de la boucle optique au profil de fréquence instantanée. c) Contribution des composants optiques au gain instantané perçu par l'impulsion. Les courbes  $\Sigma$  donnent la somme des contributions individuelles de chacun des composants.

train d'impulsions solitons.

### 3.4.4 Formation d'un train d'impulsions solitons

La SAM et SPM du SOA imposent à l'état stationnaire de travailler sur le demi-cercle gauche du cercle de compression dans le plan  $\Gamma$ . On a alors une impulsion dont la largeur spectrale est majoritairement issue du chirp de l'impulsion. La suppression de cette contrainte apportée par le SOA, permet à l'équilibre de s'établir autour sur le demi-cercle droit, rendant notamment accessible une forme impulsionnelle à chirp compensée, minimisant de ce fait la largeur impulsionnelle intra-cavité. La réduction de la largeur impulsionnelle, permettant la réduction du shot-noise ([11]), présente donc un intérêt particulier et peut être obtenu soit en travaillant à dispersion intra-cavité compensée ( $\beta_{2,\Sigma} = 0 ps^2$ ), soit au moyen d'un régime solitonique [33]-[35], le soliton résultant de la compensation du chirp issu de la dispersion chromatique par celui imposé par la SPM induit par effet Kerr[36]. L'utilisation d'un modulateur



FIGURE 3.54 – Paramètres impulsionnels par tour de cavité menant au régime solitonique [37]. Ces résultats numériques ont été obtenus pour un detuning nul  $\Delta f_{RF} = 0 \, kHz$  et une dispersion intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma} = -0.51 \, ps^2$ .



FIGURE 3.55 – a) Évolution de  $\Gamma$  et du rayon du cercle de recompression dans le plan complexe. Les figures b) et c) donnent respectivement l'évolution du rayon du cercle de recompression dans le temps ainsi que l'angle  $\theta$  permettant de repèrer  $\Gamma$  sur ce cercle de recompression.

de phase permet alors de faciliter l'obtention d'un tel régime, puisque le chirp imposé par modulation pourra assister celui obtenu par effet Kerr. On obtient alors la formation d'auto-soliton, notamment observés par simulation du COEO- $\phi M$ -EDFA ([38], [39]) pour  $\Delta f_{RF} = 0$  et  $\beta_{2,\Sigma} = -0.51 \ ps^2$ . En l'absence des contributions de timing issues de la SAM du SOA, la synchronisation du système se simplifie, menant à un déphasage nul entre le signal RF et le train d'impulsion ( $\xi = 0$ ), ainsi qu'un spectre optique parfaitement symétrique ( $\gamma_1 = 0$ ) localisé au centre du filtre optique ( $\Omega = 0$ ) (Fig.3.54). L'angle  $\theta$  localisant le paramètre  $\Gamma$  sur le cercle de recompression (Fig.3.55), prend une valeur inférieure à  $\pi/2$ . Sur cette partie du cercle, une dispersion chromatique anormale impose un chirp négatif sur le profil impulsionnel. La compensation de ce chirp par le modulateur de phase devient nécessaire afin de stabiliser le spectre optique. Le chirp positif du modulateur de phase sera donc favorisé au détriment du down-chirp. Le régime transitoire peut alors être séparé en deux phases. Au cours de la première, le chirp imposé par le modulateur de phase prédomine le chirp imposé par la dispersion chromatique  $(b_{\beta_2,\Sigma})$  et celle du filtre optique  $(b_{\Omega_f})$ . L'impulsion acquiert alors un chirp positif et déplace en conséquence  $\Gamma$  verticalement dans le plan complexe. La compensation du chirp par le filtre optique, dépendant de la largeur spectrale  $(\delta q_{\Omega_f} = -\left(\frac{\Delta \omega}{\Omega_f}\right)^2 q$ , avec  $\Delta \omega$  la largeur spectrale), l'élargissement du spectre optique permis par modulation rend la compensation du filtre optique d'autant plus efficace, jusqu'à ce que  $b_{\beta_{2,\Sigma}} + b_{\Omega_f}$  surpasse le chirp imposé par modulation (Fig.3.56). Vient alors une phase de compression de l'impulsion sous effet de compensation de chirp par la dispersion chromatique anormale (imposant une trajectoire le long du cercle de compression dans le sens trigonométrique), et par filtrage ( $\zeta < -\pi/4$ ). La largeur impulsionnelle se réduisant, la contribution du modulateur de phase au paramètre de chirp q se voit réduite et la largeur spectrale diminue progressivement par effet de filtrage jusqu'à ce que sa contribution au chirp soit négligeable par rapport à celle apportée par la dispersion chromatique. La compression de l'impulsion a notamment pour conséquence l'accentuation de l'intensité crête de l'impulsion, favorisant de ce fait le chirp généré par SPM par effet Kerr  $(b_{SPM})$ . Ce dernier va pouvoir s'ajouter au chirp résiduel imposé par le modulateur d'amplitude afin de compenser  $b_{\beta_{2,\Sigma_{1}}}$ . Cette compensation n'étant que partielle (Fig.3.58), le filtre optique est mis à contribution afin de compenser le chirp résiduel issu de la dispersion chromatique, tout en compensant la compression de l'impulsion induit (ayant désormais  $\zeta > -\pi/2$ , le filtre optique opère en imposant un chirp positif tout en dilatant l'impulsion). Dans le cadre d'un COEO- $\phi M$ , la combinaison filtre optique, dispersion chromatique et modulateur de phase est donc utilisée afin de générer durant le régime transitoire un spectre optique primaire à partir duquel le soliton pourra se former. L'utilisation d'un modulateur de phase permet par ailleurs d'assister la compensation de  $b_{\beta_{2,\Sigma}}$  en complétant  $b_{SPM}$  par  $b_{\phi M}$ , facilitant le procédé de génération du soliton. La sélection du chirp positif par la dispersion chromatique, fait que l'impulsion va acquérir un chirp du



FIGURE 3.56 – Contributions des composants de la boucle optique aux pertes/gains de la boucle (variations de l'énergie impulsionnelle  $E_p$ ), de leur contribution au paramètre de chirp q et à la largeur impulsionnelle  $\tau_p$ .



FIGURE 3.57 – Contributions des composants optiques à la fréquence instantanée (a) et au gain instantané (b) perçu à chaque tour de cavité par l'impulsion optique à l'état stationnaire.



FIGURE 3.58 – Représentation des fréquences instantanées de chacun des composants optiques associées aux résultats de la Fig.3.59, montrant l'apport du modulateur de phase et du filtre optique par la sommation progressive des différentes contributions.

même signe au cours de la première phase du régime transitoire (Fig.3.54), qui ne sera que partiellement compensé au cours de la seconde phase. On obtient alors à l'état stationnaire une impulsion au chirp

proche de zéro, dont la forme impulsionnelle est maintenue par la compensation du chirp de dispersion chromatique par celui induit par effet Kerr. L'équilibre entre les différentes composantes optiques peut



FIGURE 3.59 – a) Spectre optique du soliton obtenu par simulation du COEO- $\phi M$ -EDFA, pour un detuning nul ( $\Delta f_{RF} = 0 \, kHz$  et une dispersion  $\beta_{2,\Sigma} = -0.51 \, ps^2$ ). b) Profil impulsionnel associé au spectre optique présenté figure a), comparé avec l'expression littérale du soliton :  $A(t) = A_0 \operatorname{sech}\left(\frac{t-\xi}{\tau_p}\right)$  (avec  $\xi$  et  $\tau_p$  calculé à partir de l'impulsion simulée). La fréquence instantanée associée au profil impulsionnel simulé indique une impulsion à chirp positif proche de zéro (comparée aux chirps obtenus avec un COEO- $\phi M$ -SOA, voir Fig.3.53).

être appréhendé à partir des profils de fréquence instantanée et de gain instantané perçus par l'impulsion (Fig.3.57,3.58). La prédominance de  $b_{SPM}$  et  $b_{\beta_{2,\Sigma}}$  ainsi que leur complémentarité, est notamment visible sur le profil de fréquence instantanée Fig.3.57.b). La somme de leur contribution (Fig.3.58), nous montre que la compensation de  $b_{\beta_{2,\Sigma}}$  n'est que partielle (la compensation n'est réalisée qu'au niveau de l'intensité crête de l'impulsion) et est compensée par  $b_{\phi M}$  et  $b_{\Omega_f}$ . La compression d'impulsion réalisée par la dispersion chromatique est confirmée par sa courbe de gain instantané (Fig.3.57.c), indiquant que l'impulsion perçoit des pertes sur les ailes et du gain en son centre. Le comportement inverse est observé pour le filtre optique qui compense alors la compression initiée par  $\beta_{2,\Sigma}$ .

Le COEO- $\phi M$  est une configuration permettant de s'affranchir de l'asservissement nécessaire au maintien d'un  $V_{\pi}$  stable du modulateur d'amplitude. L'utilisation d'un amplificateur à semi-conducteur a pour conséquence de déstabiliser le système en cas de dispersion chromatique intra-cavité trop importante. La dégénérescence du peigne de fréquence inhérente à la modulation de phase autour du zéro de dispersion, réduit de manière conséquente l'intervalle de dispersion  $\beta_{2,\Sigma}$ , permettant l'obtention d'un verrouillage de phase de l'oscillateur. L'amélioration du bruit de phase de cet oscillateur est par conséquent difficile de part les contraintes sur les paramètres de la cavité qui lui sont propres. L'utilisation d'un EDFA serait alors plus appropriée pour ce type de modulation et rendrait possible la génération d'un train d'impulsion soliton, dont les propriétés pourraient mener à la réduction du bruit de phase recherchée. Salik et Maleki [40] ont notamment pu obtenir à partir d'un COEO-EDFA des performances en bruit de phase avoisinant les  $-120 \ dBc/Hz$  à  $1 \ kHz$  d'une porteuse à  $9.4 \ GHz$ , attestant de la viabilité du COEO-EDFA en dehors de toute considération numérique. Cette étude sur la formation d'auto-soliton nécessite donc d'être complétée par sa réalisation expérimentale afin d'estimer l'apport du régime soliton sur les performances en bruit de phase du COEO.

## **Bibliographie**

- [1] F. RANA, H. L.T.LEE, R. J.RAM et al., "Characterization of the noise and correlations in harmonically mode-locked lasers," *Journal of Optical Society of America*, nov. 2002.
- [2] F. QUINLAN, S. OZHARAR et P. J.DELFYETT, "Harmonically mode-Locked semiconductorbased lasers as high repetition rate ultralow noise pulse train and optical frequency comb sources," *Journal of Optics A : Pure and Applied Optics*, août 2009.
- [3] M. F.BECKER, D. J.KUIZENGA et A. E.SIEGMAN, "Harmonic Mode Locking of the Nd :YAG Laser," *Journal of Quentum Electronics*, août 1972.
- [4] A. B.MATSKO, D. ELIYAHU, P. KOONATH, D. SEIDEL et L. MALEKI, "Theory of coupled optoelectronic microwave oscillator I : expectation values," *Journal of Optical Society of America B*, mai 2009.
- [5] A. B.MATSKO, D. ELIYAHU et L. MALEKI, "Theory of coupled optoelectronic microwave oscillator II : phase noise," *Journal of Optical Society of America B*, nov. 2013.
- [6] M. E.GREIN, A. HAUS, Y. CHEN et E. I.IPPEN, "Quantum-Limited Timing Jitter in Actively ModeLocked Lasers," *Journal of Quantum Electronics*, oct. 2004.
- [7] H. HAUS et A. MECOZZI, Journal of Quantum Electronics, mars 1993.
- [8] A. SIEGMAN, Lasers. University Science Books, 1986.
- [9] D. J.KUIZENGA et A. E.SIEGMAN, "FM and AM Mode Locking of the Homogeneous Laser-PartI :Theory," *Journal of Quantum Electronics*, nov. 1970.
- [10] D. J.KUIZENGA et A. E.SIEGMAN, "FM and AM Mode Locking of the Homogeneous Laser-PartII :Experimental Results in a Nd :YAG Laser with internal FM Modulation," *Journal of Quantum Electronics*, nov. 1970.
- [11] F. QUINLAN, T. M.FORTIER, H. JIANG et S. A.DIDDAMS, "Analysis of shot noise in the detection of ultrashort optical pulse train," *Journal of Optical Society of America B*, juin 2013.
- [12] D.M.CAUSON et C.G.MINGHAM, *Introductory finite difference methods for PDEs*. Ventus Publishing ApS, 2010.
- [13] J. H.MATHEWS et K. D.FINK, *Numerical Methods using Matlab*. Prentice Hall, 2004.
- [14] M. JAMBU, Exploratory and Multivariate Data Analysis. Academic Press, 1991.
- [15] S. BOWN et O. R. SYSTEMS, Measures of Skewness and Kurtosis, https://www.itl. nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35b.htm.
- [16] A. LY, V. AUROUX, R. KHAYATZADEH, N. GUTIERREZ et A. FERNANDEZ, "Highly Spectrally Pure 90-GHz Signal Synthesis Using a Coupled Optoelectronic Oscillator," *Photonics Technology Letters*, juill. 2018.
- [17] G. AGRAWAL, Nonlinear Fiber Optics. Academic Press, 2006.
- [18] A. PIKOVSKY, M. ROSENBLUM et J. KURTHS, "Phase Synchronization in regular and chaotic systems," *International Journal of Bifurcation and chaos*, déc. 2000.

- [19] A. PIKOVSKY, M. ROSENBLUM et J. KURTHS, *Synchronization, a universal concept in nonlinear sciences*. Cambridge University Press, 2003.
- [20] M. ROSENBLUM, A. PIKOVSKY, C. SCHAFER, P. A.TASS et J. KURTHS, « Phase Synchronization from theory to data analysis », dans Neuro-Informatics and Neural Modelling, Handbook of Biological Physics. Elsevier, 2000.
- [21] O. SHOSHANI et S. W.SHAW, "Phase Noise Reduction and Optimal Operating Conditions for a Pair of Synchronized Oscillators," *IEEE Transactions on circuits and systems*, jan. 2016.
- [22] S. H.STROGATZ, NonLinear Dynamics And Chaos. CRC Press, 2018.
- [23] D. ARONSON, G. ERMENTROUT et N. KOPELL, "Amplitude response of coupled oscillators," *Physica D*, juin 1989.
- [24] D. ARONSON, E. DOELDEL et H. OTHMER, "An analytical and numerical study of the bifurcations in a system of linearly-coupled oscillators," *Physica 25D*, juill. 1986.
- [25] I. PASTOR-DIAS et A. LOPEZ-FRAGUAS, "Dynamics of two coupled ven der pol oscillators," *Physical Review E*, août 1995.
- [26] D. GARCIA-ALVAREZ, A. STEFANOVSKA et P. MCCLINTOCK, "High-order synchronization, transitions, and competition among Arnold tongues in a rotator under Harmonic forcing," *Physical Review E*, mai 2008.
- [27] O. P.MCDUFF et E. STEPHEN, "Nonlinear Theory of the Internally Loss-Modulated Laser," *Journal of Quantum Electronics*, mars 1967.
- [28] P. BAK, T. BOHR et M. HOGH JENSEN, "Mode-Locking and the transition to chaos in Dissipative Systems," *Physica Scipta*, juill. 1984.
- [29] I. WALLER et R. KAPRAL, "Synchronization and chaos in coupled nonlinear oscillators," *Physics Letters*, oct. 1984.
- [30] M. E.GRIEN, H. A.HAUS, Y.CHEN et E. P.IPPEN, "Quantum-Limited Timing Jitter in Actively Modelocked Lasers," *Journal of Quantum Electronics*, oct. 2004.
- [31] S. OZHARAR, I. OZDUR, F. QUINLAN et P. J.DELFYETT, "Jitter reduction by intracavity active phase modulation in a mode-locked semiconductor laser," *Optics Letters*, mars 2009.
- [32] K.TAMURE et M.NAKAZAWA, "Pulse energy equalization in harmonically FM mode-locked lasers with slow gain," *Optics Letters*, déc. 1996.
- [33] F.X.KÄRTNER, D.KOPF et U.KELLER, "Solitary-pulse stabilization and shortening in actively mode-locked lasers," *Journal of Optical Society of America B*, mars 1995.
- [34] T. MAGGIPINTO, M.BRAMBILLA, G. HARKNESS et W. FIRTH, "Cavity solitons in semiconductor microresonators : Existence, stability, and dynamical properties," *Physical Review E*, déc. 2000.
- [35] T.HERR, V.BRASCH, J.D.JOST et al., "Temporal solitons in optical microresonators," *Nature Photonics*, nov. 2012.
- [36] H. A.HAUS et Y. SILBERBERG, "Laser Mode-Locking with Addition of Nonlinear Index," *Journal od Quantum Electronics*, fév. 1986.
- [37] G.USECHAK et G. P.AGRAWAL, "Rate-equation approach for frequency-modulation mode-locking using moment method," *Journal of Optical Society of America B*, déc. 2005.
- [38] N. G. USECHAK, G. P. AGRAWAL et J. D. ZUEGEL, Journal of Quantum Electronics, juin 2005.
- [39] M. NAKAZAWA et E. YOSHIDA, "A 40GHz 850-fs Regeneratively FM Mode-Locked Polarization-Maintaining Erbium Fiber Ring Laser," *Photonics Tehcnology Letters*, déc. 2000.
- [40] E. SALIK, N. YU et L. MALEKI, "An Ultralow Phase Noise Coupled Optoelectronic Oscillator," *IEEE Photonics Technology Letters*, mars 2007.

## **Chapitre 4**

## Modélisation du bruit de phase

Bruit d	e phase RF sous hypothèse gaussienne	
Simula	nulation du bruit de phase du COEO-AM	
4.2.1	Impact des facteurs de qualité sur la courbe de bruit de phase du COEO 129	
4.2.2	Dépendance des coefficients de diffusion $D_{\xi\xi}$ et $D_{\Omega\Omega}$ aux paramètres des impulsions	
4.2.3	Impact du choix des longueurs de bobines $L_2$ et $L_1$ sur le bruit de phase du COEO134	
Dépen	dance du bruit de phase à $\Delta f_{RF}$ et $\beta_{2,\Sigma}$	
Effet d	e la bobine à compensation de dispersion sur le bruit de phase	
Mesure	e du bruit de phase et du facteur de qualité	
4.5.1	Mesure expérimentale du facteur de qualité	
4.5.2	Bruit de phase RF expérimental	
Bruit d	le phase COEO- $\phi M$	
	Bruit d Simula 4.2.1 4.2.2 4.2.3 Dépend Effet d Mesure 4.5.1 4.5.2 Bruit d	

L'étude du comportement déterministe du COEO-AM, nous a permis de quantifier l'évolution de l'enveloppe complexe des impulsions suivant la dispersion chromatique intra-cavité ainsi que les conditions de stabilité de l'oscillation obtenues. La modélisation du bruit de phase du COEO se place dans le prolongement de cette étude et vise à relier le facteur de qualité ainsi que les performances en bruit de phase de l'oscillateur aux paramètres des impulsions optiques. L'étude du bruit de phase associée à celle portant sur le comportement déterministe du COEO, permettra d'évaluer l'impact de la dispersion chromatique intra-cavité et du detuning sur le bruit de phase en vue de déterminer les conditions optimales d'oscillation du COEO.

La synchronisation du COEO résulte du verrouillage de phase entre l'OEO et le MLL qui peut être étudiée, par l'intermédiaire du timing ( $\xi$ ) et du décalage de porteuse optique ( $\Omega$ ), menant au système de la forme [1] :

$$\begin{cases} \frac{d\xi}{dT} = F_{\xi}(\xi, \Omega, t_m) \\ \frac{d\Omega}{dT} = F_{\Omega}(\xi, \Omega, t_m) \\ \frac{dt_m}{dT} = F_{t_m}(\xi, \Omega, t_m) \end{cases}$$
(4.1)

avec  $F_{\xi}$  et  $F_{\Omega}$  déductibles des équations des moments. La déclinaison petit signal de (4.1), permet alors

l'étude du bruit de phase du COEO. Le système (4.1) devient alors :

$$\begin{cases} \frac{d\delta\xi}{dT} = \frac{\partial F_{\xi}}{\partial\xi}(\xi,\Omega,t_m)\delta\xi + \frac{\partial F_{\xi}}{\partial\Omega}(\xi,\Omega,t_m)\delta\Omega + \frac{\partial F_{\xi}}{\partial t_m}(\xi,\Omega,t_m)\delta t_m + S_{\xi} \\ \frac{d\delta\Omega}{dT} = \frac{\partial F_{\Omega}}{\partial\xi}(\xi,\Omega,t_m)\delta\xi + \frac{\partial F_{\Omega}}{\partial\Omega}(\xi,\Omega,t_m)\delta\Omega + \frac{\partial F_{\Omega}}{\partial t_m}(\xi,\Omega,t_m)\delta t_m + S_{\Omega} \\ \frac{d\delta t_m}{dT} = \frac{\partial F_{t_m}}{\partial\xi}(\xi,\Omega,t_m)\delta\xi + \frac{\partial F_{t_m}}{\partial\Omega}(\xi,\Omega,t_m)\delta\Omega + \frac{\partial F_{t_m}}{\partial t_m}(\xi,\Omega,t_m)\delta t_m + S_{t_m} \end{cases}$$
(4.2)

avec  $S_{\xi}$  et  $S_{\Omega}$  les forces de Langevin associées aux sources de bruit de timing et de porteuse. La transformée de Fourier de (4.2) nous donne alors :

$$\begin{cases} i\omega\delta\tilde{\xi} = \frac{\partial F_{\xi}}{\partial\xi}\delta\tilde{\xi} + \frac{\partial F_{\xi}}{\partial\Omega}\delta\tilde{\Omega} + \frac{\partial F_{\xi}}{\partial t_m}\delta\tilde{t_m} + \tilde{S}_{\xi} \\ i\omega\delta\tilde{\Omega} = \frac{\partial F_{\Omega}}{\partial\xi}\delta\tilde{\xi} + \frac{\partial F_{\Omega}}{\partial\Omega}\delta\tilde{\Omega} + \frac{\partial F_{\Omega}}{\partial t_m}\delta\tilde{t_m} + \tilde{S}_{\Omega} \\ i\omega\delta\tilde{t_m} = \frac{\partial F_{t_m}}{\partial\xi}\delta\tilde{\xi} + \frac{\partial F_{t_m}}{\partial\Omega}\delta\tilde{\Omega} + \frac{\partial F_{t_m}}{\partial t_m}\delta\tilde{t_m} + \tilde{S}_{t_m} \end{cases}$$
(4.3)

que l'on peut réécrire sous la forme matricielle :

$$M. \begin{pmatrix} \tilde{\xi} \\ \tilde{\Omega} \\ t_{\tilde{m}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{S}_{\xi} \\ \tilde{S}_{\Omega} \\ \tilde{S}_{t_m} \end{pmatrix}$$
(4.4)

M étant défini par :

$$M = i\omega I_3 - \begin{pmatrix} \frac{\partial F_{\xi}}{\partial \xi} & \frac{\partial F_{\xi}}{\partial \Omega} & \frac{\partial \xi}{\partial t_m} \\ \frac{\partial F_{\Omega}}{\partial \xi} & \frac{\partial F_{\Omega}}{\partial \Omega} & \frac{\partial F_{\Omega}}{\partial t_m} \\ \frac{\partial F_{t_m}}{\partial \xi} & \frac{\partial F_{t_m}}{\partial \Omega} & \frac{\partial F_{t_m}}{\partial t_m} \end{pmatrix}$$
(4.5)

avec  $I_3$  la matrice identité de dimension 3. En posant  $L = M^{-1}$ , l'autocorrelation et les corrélations croisées de  $\xi$  et  $\Omega$  sont alors accessibles en appliquant :

$$\begin{pmatrix}
S_{\xi\xi} & S_{\xi\Omega} & S_{\xitm} \\
S_{\Omega\xi} & S_{\Omega\Omega} & S_{\Omega tm} \\
S_{tm\xi} & S_{tm\Omega} & S_{tmtm}
\end{pmatrix} = T.F \left\{ \begin{pmatrix}
\langle \xi\xi \rangle & \langle \xi\Omega \rangle & \langle \xit_m \rangle \\
\langle \Omega\xi \rangle & \langle \Omega\Omega \rangle & \langle \Omegat_m \rangle \\
\langle t_m\xi \rangle & \langle t_m\Omega \rangle & \langle t_mt_m \rangle
\end{pmatrix} \right\} \\
= L. \begin{pmatrix}
|S_{\xi} \rangle \\
|S_{\Omega} \rangle \\
|S_{tm} \rangle
\end{pmatrix} . (\langle S_{\xi}^*| \quad \langle S_{\Omega}^*| \quad \langle S_{tm}^*|) L^{\dagger}$$
(4.6)

Le bruit de phase RF est alors donné par  $S_{t_m t_m}(\omega)$  et dépend des sources de bruits  $S_{\xi}$ ,  $S_{\Omega}$  et  $S_{t_m}$ . On considérera des sources de bruit optique blanc, définies par leur coefficient de diffusion :

$$\langle S_{\xi}S_{\xi} \rangle = D_{\xi\xi}\delta(T - T') \langle S_{\Omega}S_{\Omega} \rangle = D_{\Omega\Omega}\delta(T - T') \langle S_{\xi}S_{\Omega} \rangle = D_{\xi\Omega}\delta(T - T') \langle S_{\Omega}S_{\xi} \rangle = D_{\Omega\xi}\delta(T - T') \langle S_{t_m}S_{t_m} \rangle = D_{t_mt_m}\delta(T - T') \langle S_{t_m}S_{\xi} \rangle = D_{t_m\xi}\delta(T - T') \langle S_{t_m}S_{\Omega} \rangle = D_{t_m\Omega}\delta(T - T')$$

$$(4.7)$$

Les forces de Langevin associées à  $\xi$  et  $\Omega$  sont déductibles de celles associées au signal optique circulant dans la cavité à partir de l'équation de champ :

$$T_R \frac{\partial A}{\partial T} = -\beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \left(\frac{1}{2\Omega_f^2} - \frac{i}{2}\beta_{2,\Sigma}\right) \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i\gamma_{NL}|A|^2 + \frac{1}{2}(g_0(1-i\alpha_h)-\alpha)A + T_{mzm}(T,t)A + S \quad (4.8)$$

Il nous faut désormais déterminer les coefficients de diffusion associés à S. S désigne l'opérateur annihilation d'un photon dans la cavité, tandis que  $S^{\dagger}$  désigne l'opérateur de création. Le théorème de dissipation [2], [3] nous indique que le bruit blanc issu des pertes intra-cavités possède un coefficient de diffusion égal au nombre moyen de photons dissipés. Le coefficient de diffusion associé au bruit blanc de dissipation est donc donné par :

$$D_{SS^{\dagger}} = \frac{\hbar\omega_0}{T_R} 2 \int_{T_m} \sum_n |M_n A^*| A dt$$
(4.9)

avec  $M_n$  les contributions du SOA, MZM, pertes statiques ( $\alpha$ ), filtre optique, dispersions chromatiques issues de l'équation de champ (4.8). En particulier,  $M_{g_{soa}} = \frac{1}{2}g(n_{sp} - 1)$ , où  $n_{sp}$  correspond au facteur d'inversion de population entre la bande de conduction et de valence stimulée lors de l'amplification. De la même manière le bruit issu de la création de photons dans la cavité est donné par :

$$D_{S^{\dagger}S} = \frac{\hbar\omega_0}{T_R} g n_{sp} \tag{4.10}$$

Les coefficients de diffusion de champ  $D_{SS^{\dagger}}$  et  $D_{S^{\dagger}S}$  étant déterminés, il est désormais possible de calculer ceux associés au timing du train d'impulsion et de la porteuse optique  $(D_{\xi\xi}, D_{\Omega\Omega})$  ainsi que la corrélation de ces sources  $(D_{\xi\Omega}$  et  $D_{\Omega\xi})$  à partir des forces de Langevin donnés par :

$$S_{\xi} = \frac{1}{E_p} \int_{T_m} t[A^*S(t,T) + S^{\dagger}(t,T)A]dt$$

$$S_{\Omega} = \frac{1}{E_p} \int_{T_m} \left[\frac{\partial A^*}{\partial t}S(t,T) - \frac{\partial A}{\partial t}S^{\dagger}(t,T)\right]dt$$
(4.11)

Ce qui nous permet d'obtenir [1] :

$$\langle S_{\xi}S_{\xi}\rangle = \frac{1}{E_{p}^{2}} \int_{T_{m}} t^{2} |A|^{2} dt (D_{S^{\dagger}S} + D_{SS^{\dagger}}) \langle S_{\Omega}S_{\Omega} = -\frac{1}{E_{p}^{2}} \int_{T_{m}} \frac{\partial A}{\partial t} \frac{\partial A^{*}}{\partial t} dt (D_{SS^{\dagger}S} + D_{SS^{\dagger}}) \langle S_{\xi}S_{\Omega}\rangle = -\frac{i}{E_{p}^{2}} \int_{T_{m}} tA^{*} \frac{\partial A}{\partial t} dt D_{S^{\dagger}} - \int_{T_{m}} tA \frac{\partial A^{*}}{\partial t} D_{S^{\dagger}S} dt \langle S_{\Omega}S_{\xi}\rangle = \frac{i}{E_{p}^{2}} \int_{T_{m}} tA \frac{\partial A^{*}}{\partial A} dt D_{SS^{\dagger}} - \int_{T_{m}} tA^{*} \frac{\partial A}{\partial t} D_{S^{\dagger}S} dt$$

$$(4.12)$$

avec  $\delta(T - T')$  la distribution de Dirac. En combinant (4.6) et (4.12), on peut calculer le bruit de timing  $t_m$  du COEO. Le bruit de phase est alors déductible par la relation :  $S_{\phi_{RF}} = \omega_m^2 S_{t_m}$ . La capacité du système à filtrer le bruit est souvent quantifiée à partir du facteur de qualité de l'oscillateur. Le système (4.2) à trois dimensions, possède donc trois valeurs propres correspondant aux taux de régression du bruit dans le système. Le taux régression le plus faible se présente alors comme le facteur limitant du système et fixe le facteur de qualité suivant la relation :  $\lambda_{\phi_{RF}} = \frac{\omega_m}{2Q_{RF}}$ . Dans le cas où les valeurs propres sont du même ordre de grandeur, l'ensemble des taux de régression sont à prendre en considération. On obtient une régression du bruit de phase RF de la forme [1] :

$$\frac{dt_m}{dT} = \sum_{n=1}^{3} A_n \exp\left(\lambda_n T\right) \delta\phi_n \tag{4.13}$$

Avec  $\phi_1 = \phi_{\xi\xi}$ ,  $\phi_2 = \phi_{\Omega\Omega}$ ,  $\phi_3 = \phi_{t_m t_m}$  et  $\lambda_{n \in \{1,2,3\}}$  les taux de régressions associés. Les  $A_{n \in \{1,2,3\}}$  sont issus des coefficients dépendant des vecteurs propres du système ainsi que des conditions initiales. Contrairement au couplage de deux oscillateurs autonomes, la phase RF portée optiquement dans la cavité MLL génère celle portée dans l'OEO. Ces deux phases étant liées, toute dérive de l'une entraine

la dérive de l'autre. De ce fait, la phase n'est pas fixée par le couplage du COEO qui ne contraint que le déphasage relatif entre l'onde circulant dans le MLL et celle circulant dans l'OEO. On retrouve ainsi la caractéristique des oscillateurs, pour lesquels la phase du signal oscillant reste libre. Le COEO se distingue donc des oscillateurs couplés autonomes, pour lesquels l'autonomie des phases propres à chacun des oscillateurs va, sous l'effet du couplage, contraindre la phase absolue des deux oscillateurs (et non relative). On obtient alors un effet de filtrage par synchronisation, dont la bande-passante est généralement visible sur les courbes de bruit de phase par une « bosse de synchronisation » indiquant l'effet de passe-bas issu du couplage [4]. La phase du signal RF oscillant n'étant pas contrainte par le couplage, l'une des valeurs propres tend vers zéro (on supposera ici que  $\lambda_3 \rightarrow 0$ ). Il ne nous reste donc plus que deux valeurs propres à considérer :  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Le COEO possède donc deux facteurs de qualité indépendant que l'on peut associer respectivement à la capacité du COEO à limiter les fluctuations de porteuse optique ( $\delta\Omega$ ) et à sa capacité de limiter les fluctuations de timing ( $\delta\xi$ ). La valeur de chacun de ces facteurs de qualité déterminera la fréquence de coupure des filtres associés et donc les parties du spectre de bruit de phase affectées par ces effets de filtrage. Les performances en bruit de phase de l'oscillateur sont déterminées par sa capacité à filtrer le bruit mais aussi par l'intensité de ses sources de bruit, quantifiée au moyen des coefficients de diffusion des sources de bruit blanc. Ainsi les performances du COEO seront améliorées en cas d'augmentation du facteur de qualité et avec de diminution des coefficients de diffusion. Or le facteur de qualité tout comme les coefficients de diffusion dépendent directement de l'enveloppe temporelle de l'impulsion. Agir sur le profil impulsionnel modifie donc à la fois le facteur de qualité et les sources de bruit.

## 4.1 Bruit de phase RF sous hypothèse gaussienne

Dans le prolongement de son étude analytique du comportement déterministe du COEO, Matsko propose une solution analytique permettant de déterminer le bruit proche porteuse sous hypothèse gaussienne [1]. Le système (4.2) sous hypothèse gaussienne peut alors s'exprimer sous la forme :

$$\frac{d\xi}{dT} = -\frac{\beta_{2,\Sigma}\Omega_f^2 - q}{T_R\Omega_f^2}\Omega - \underbrace{\frac{\Delta_{AM}\omega_m^2\tau_p^2}{T_R}}_{\frac{1}{T_+}}(\xi - t_m) + S_{\xi}$$

$$\frac{d\Omega}{dT} = -\frac{1 + q^2}{T_R\Omega_f^2\tau_p^2}\Omega + \underbrace{\frac{\Delta_{AM}\omega_m^2q}{T_R}}_{\frac{1}{T_-}}(\xi - t_m) + S_{\Omega}$$
(4.14)

Il définit notamment deux taux de régression du bruit correspondant au taux de régression du timing issu du MZM et au taux de régression du bruit de porteuse optique par filtrage :

$$\frac{1}{T_{+}} = \frac{\omega_{m}}{2Q_{+}} = \frac{1}{T_{R}} \underbrace{\Delta_{AM} \omega_{m}^{2} \tau_{p}^{2}}_{=\frac{1}{F_{+}}}$$

$$\frac{1}{T_{-}} = \frac{\omega_{m}}{2Q_{-}} = \frac{1}{T_{R}} \underbrace{\frac{1+q^{2}}{\Omega_{f}^{2} \tau_{p}^{2}}}_{=\frac{1}{F_{-}}}$$
(4.15)

avec  $F_{\pm}$  les facteurs d'amélioration associés aux facteurs de qualité  $Q_{\pm}$ . À partir de la procédure présentée précédemment, la DSP du bruit de timing RF  $S_{t_m}(\omega)$  peut être déterminée. On obtient alors :

$$S_{t_m}(\omega) = \frac{1}{\omega^2} \left[ D_{\xi\xi} + \frac{D_{\Omega\Omega}}{1 + \omega^2 T_-^2} \frac{\tau_p^4 (\beta_{2,\Sigma} \Omega_f^2 - q)^2}{(1 + q^2)^2} + (D_{mw} + D_{shot}) \frac{1 + \omega^2 T_+^2}{T_+^2} - \frac{\tau_p^2 (\beta_{2,\Sigma} \Omega_f^2 - q)}{(1 + q^2)(1 + i\omega T_-)} D_{\xi\Omega} - \frac{\tau_p^2 (\beta_{2,\Sigma} \Omega_f^2 - q)}{(1 + q^2)(1 - i\omega T_-)} D_{\Omega\xi} \right]$$

$$(4.16)$$

Les coefficients de diffusion  $D_{mw}$  et  $D_{shot}$  sont associés respectivement au bruit thermique et au shot noise de photodétection, calculés à partir des expressions :

$$D_{shot} = \frac{2}{\omega_m^2} \frac{\hbar \omega_0}{\frac{E_p}{T_m}}$$

$$D_{mw} = \frac{1}{\omega_m^2} F_{ampli_{RF}} \frac{k_b T_0}{P_{RF}}$$
(4.17)

où  $F_{ampli_{RF}}$ ,  $k_b$  et  $T_0$  désignent respectivement le facteur de bruit de l'ampli RF, la constante de Boltzman et la température ambiante. Le bruit de phase  $S_{\phi_{RF}}(\omega)$  est déductible en appliquant :  $S_{\phi_{RF}}(\omega) =$  $\omega_m^2 |S_{t_m}(\omega)|^2$ . L'eq.(4.16) met notamment en évidence que les sources de bruit ne seront pas toutes filtrées à partir du même facteur de qualité. En effet, le bruit de porteuse ainsi que les correlations croisées seront affectés par le taux de régression  $\frac{1}{T}$  (associé au facteur de qualité  $Q_{-}$ ), tandis que le bruit RF sera filtré avec le taux de régression  $\frac{1}{T_+}$  (associé au facteur de qualité  $Q_+$ ). Dans le cas de facteur de qualité fortement différents, les zones spectrales sur lesquelles opèrent chacun de ces facteurs de qualité se démarquent l'une de l'autre. Ayant généralement  $Q_- > Q_+$ , la fréquence de coupure associée à  $Q_-$  sera donc inférieure à celle associée à  $Q_+$ . Les bandes passantes des filtres étant différentes, cela peut mener à deux ruptures de pente apparentes sur le bruit de phase. On peut notamment obtenir une « bosse » visible sur la courbe de bruit de phase  $S_{\phi_{RF}}(\omega)$ , issue de la bande passante du filtre passe-bas associé à  $Q_{-}$ . La rupture de pente associée à  $Q_+$  est donc susceptible d'apparaitre à plus hautes fréquences. Par ailleurs, les coefficients de diffusion des sources de bruit blanc affectant la porteuse optique  $(D_{\Omega\Omega}, D_{\ell\Omega}, D_{\Omega\ell})$ présentent la particularité d'avoir un facteur multiplicateur dépendant des paramètres impulsionnels (q et  $\tau_p$ ) ainsi que des paramètres de la cavité optique ( $\Omega_f$ ,  $\beta_{2,\Sigma}$ ). Les sources de bruit peuvent donc être amplifiées ou atténuées suivant les paramètres de la cavité optique. Enfin, les termes d'intercorrélation offrent la possibilité d'exploiter les effets d'anti-corrélation [5] entre le timing  $\xi$  et la porteuse  $\Omega$  afin de réduire le bruit de phase RF (sur la zone spectrale associée à  $Q_{-}$ ). Cette étude met donc en évidence que la performance en bruit de phase du COEO ne peut se résumer à la mesure d'un unique facteur de qualité équivalent. Il devient nécessaire de distinguer chacun des facteurs de qualité, de déterminer la zone spectrale qui leur est associée et de compléter cette information par l'estimation des sources de bruit du système. Dès lors, une étude numérique complète devient nécessaire.

### 4.2 Simulation du bruit de phase du COEO-AM

#### 4.2.1 Impact des facteurs de qualité sur la courbe de bruit de phase du COEO

Matsko a donc montré analytiquement à partir d'un modèle gaussien, que les sources de bruit affectant les paramètres de synchronisation des impusions sont filtrés différemment par le COEO. Le COEO présente donc des sources de bruit blanc optique affectant à la fois le timing  $\xi$  et la porteuse  $\Omega$  [6]-[9], et qui sera par la suite retranscrit dans le domaine RF par photodétection. Le bruit RF est lui issu du shot noise de photodétection [5], [10], [11] et du bruit thermique. Enfin la présence de semi-conducteur dans le COEO induit un bruit de flicker en 1/f, provenant à la fois du domaine RF (amplificateur RF, photodiode) et du domaine optique (SOA). La modélisation du bruit de phase prendra en considération une source de bruit de phase en 1/f effectif directement injecté dans le domaine RF, englobant donc le bruit de flicker RF et celui issu du SOA. On aura donc une source de bruit de flicker RF de la forme :

$$\tilde{S}_{t_m}(\omega) = \frac{b_1}{\omega} \tag{4.18}$$

avec  $b_1$  déterminé à partir des mesures du bruit de flicker du SOA et de l'ampli RF. Le bruit de phase simulé pour un COEO présentant une cavité optique d'une dispersion chromatique de  $D = 0.8 \ ps/nm$ (régime de dispersion anormale) et d'un detuning de  $8 \ kHz$  est présenté Fig.4.1 où l'on a séparé les différentes sources de bruit. Le bruit RF et optique sont prédominants sur certaines zones spectrales de



FIGURE 4.1 – Simulation du bruit de phase RF pour une dispersion intra-cavité  $D = 0.8 \ ps/nm$  et un detuning  $\Delta f_{RF} = 8kHz$ . a) Contribution au bruit de phase total (courbe bleue pleine :  $F_{\Sigma}$ ) du bruit blanc optique (courbe verte pointillée :  $F_{\xi} + F_{\Omega}$ ) et du bruit RF (courbe en tirets rouges :  $F_{RF}$ ). Le bruit RF inclut les sources de bruit blanc (shot noise et thermique) ainsi que le bruit de flicker. b) Décomposition du bruit de phase optique (courbe pleine bleue :  $F_{\xi} + F_{\Omega}$ ) suivant les différentes sources de bruit blanc : bruit de timing (courbe en tirets jaunes :  $F_{\xi}$ ), de porteuse (courbe rouge en pointillé :  $F_{\Omega}$ ) et les effets de corrélation entre ces deux sources de bruit (courbe pleine violette :  $F_{\xi\Omega}$ ). Les valeurs propres du système (4.2) mènent aux facteurs de qualité :  $Q_{+} = 5, 32.10^5$  et  $Q_{-} = 1, 96.10^6$ .

la courbe de bruit de phase. Ainsi le bruit de flicker de fréquence (pente à -30 dB/décade) prédomine le domaine spectral proche porteuse (f < 100 Hz) tandis que le bruit haute fréquence est dominé par le plancher de bruit RF issu du bruit thermique et du shot-noise de photodétection. Les sources de bruits optiques affectent quant à elles la zone de transition entre le bruit proche porteuse (f < 100 Hz) et le bruit haute fréquence ( $f > 50 \ kHz$ ). Ce bruit optique est issu du bruit de timing, du bruit de porteuse et dépend de la corrélation entre ces deux bruits. La Fig.4.1.b) présente les différentes contributions au bruit optique, avec un bruit de porteuse prédominant à basses fréquences laissant place au bruit de timing à plus hautes fréquences ( $f > 10 \ kHz$ ). La transition entre ces deux contributions est marquée par un changement de pente de bruit ( $-30 \text{ dB/décade pour } f < 1 \text{ } kHz \rightarrow -20 \text{ dB/décade pour } f$  $f > 10 \ kHz$ ). La pente à -20 dB/décade observée pour le bruit de timing provient de l'effet Leeson associé à la ligne à retard optique du MLL, qui retranscrit le bruit blanc de timing en random walk. La fréquence de coin de la ligne à retard (correspondant à la première anti-résonance du MLL) se définit selon  $f_L = \frac{f_m}{2Q_+} = 250 \ kHz$  et est fixée par la longueur de la ligne à retard du MLL ( $L_R = 400 \ m$ ) et le facteur d'amélioration  $F_+$  du laser à verrouillage de modes. Le facteur de qualité  $Q_+$  associé permet donc de déterminer le passage de la pente à -20dB/décade du random walk vers le plancher de bruit présent sur la plage de fréquence  $f \in [f_L, \frac{\Delta f_{reso}}{2}]$  avec  $f_L = 250$  kHz et  $\Delta f_{reso}/2 = 5$  MHz (pour un résonateur ayant un facteur de qualité  $Q_{reso} = 997$ ). Pour les fréquences supérieures à 5 MHz, le résonateur RF commence à filtrer le bruit de timing entrainant sa réduction progressive. Cet effet de filtrage par le résonateur RF est visible Fig.4.1.b) pour f > 5 MHz. Le résonateur RF combiné à l'effet Leeson [12], participe donc à délimiter un plancher de bruit optique locale ( $f \in [0.3, 5] MHz$ ), éventuellement mesurable expérimentalement sous condition d'un plancher de bruit thermique suffisamment bas (déterminé par le niveau de puissance RF de l'oscillation). La seconde rupture de pente présente sur



FIGURE 4.2 – a) Contribution du bruit de flicker au bruit de phase total pour différentes valeurs de detuning à coefficient de flicker  $b_1$  équivalent. On observe une augmentation progressive de la fréquence de coupure (déductible à partir de l'évolution des fréquences de rupture de pentes  $f_{c_1}$  et  $f_{c_2}$ ) avec la diminution de  $Q_+$ . b) Contribution du bruit de blanc RF (thermique et shot noise) au bruit de phase total pour différentes valeurs de detuning à coefficients de diffusion équivalents. Dans les deux cas, l'augmentation des fréquences  $f_{c_1}$  et  $f_{c_2}$  confirme la diminution de  $Q_+$ . Par ailleurs, l'évolution des pentes indiquent que le bruit de flicker et le bruit blanc sont traités par le même filtre de bruit de phase.



FIGURE 4.3 – Courbes de bruit de phase totale du COEO pour différentes valeurs de detuning. Les performances en bruit de phase peuvent être améliorées en réduisant la dispersion intra-cavité tout en ajustant  $\Delta f_{RF}$  afin d'optimiser la synchronisation.

la courbe de bruit optique autour de 7 kHz marque le passage du domaine fréquentiel prédominé par le bruit de porteuse vers le domaine prédominé par le bruit de timing. Ce point de rupture est associé à la fréquence de coupure du filtre de bruit de phase associé au filtre optique, qui sera d'autant plus élevée que le facteur de qualité  $Q_{-}$  sera faible. Enfin, la dernière rupture de pente observable concerne le passage du bruit de flicker vers le bruit de porteuse (observée Fig.4.1.a) autour de 100 Hz). La pente à -30 dB/décade associée au bruit de flicker indique à nouveau un effet Leeson permettant le passage d'une pente à -10 dB/décade à hautes fréquences vers une pente à -30 dB/décade en basses fréquences, avec une zone de transition caractérisée par une pente à -40 dB/décade (Fig.4.2). La présence de cette zone de transition indique l'existence d'un filtre passe-bas appliqué à la phase qui masque la fréquences  $f_{c_1}$  et  $f_{c_2}$  indiquant le changement de pente. On remarque alors qu'une diminution du facteur de qualité  $Q_+$  accentue les valeurs de  $f_{c_1}$  et  $f_{c_2}$ , indiquant que l'effet de filtrage observé est bien associé au facteur de qualité  $Q_+$ . Afin de conforter cette hypothèse, on peut s'intéresser au bruit de phase RF issu du bruit



FIGURE 4.4 – Contribution du bruit blanc RF et du bruit de flicker à la courbe de bruit de phase totale. Le bruit de flicker détermine les performances proches porteuses du COEO, tandis que le bruit blanc RF (thermique +shot-noise) fixe le niveau du plancher de bruit.



FIGURE 4.5 – Évaluation du facteur de qualité  $Q_+$  à partir des courbes de bruit de phase simulées pour une dispersion D = 0.8ps/nm et pour trois valeurs de detuning  $\Delta f_{RF} \in \{8kHz, 10kHz, 12kHz\}$ . La fréquence de coin estimée graphiquement est en cohérence avec  $f_{L,Q_+}$ , la fréquence de coin calculée à partir de  $Q_+$ . Le facteur de qualité  $Q_+$  permet donc de quantifier la capacité du COEO à filtrer le bruit de phase issu du domaine RF.

blanc et du bruit de flicker. Fig.4.4 présente les contributions de ces deux sources de bruit à la courbe de bruit de phase totale. Le bruit de flicker prédomine les basses fréquences, tandis que le bruit blanc RF fixe le niveau du plancher de bruit. Le facteur de qualité  $Q_+$  peut être retrouvé graphiquement à partir des fréquences de coin de la courbe  $F_{RF}$  (Fig.4.4 et Fig.4.5) à partir de sa définition :  $f_c = \frac{f_m}{2Q_+}$ .

Les deux facteurs de qualité du système d'équations (4.2)  $Q_{\pm}$ , sont donc associés à la capacité du COEO à filtrer des sources de bruit de natures différentes. Le facteur de qualité  $Q_+$  est associé au filtrage du bruit RF et de timing du système tandis que  $Q_-$  est associé au filtrage du bruit de porteuse optique. Le plancher de bruit observé Fig.4.4 est issu du bruit blanc RF à savoir principalement le bruit thermique auquel s'ajoute la contribution du shot-noise. Le bruit RF basse fréquence est lui prédominé par le bruit de flicker qui devient apparent proche porteuse. Augmenter  $Q_+$  permet donc d'améliorer les performances proche porteuse tandis qu'une augmentation  $Q_-$  améliore les performances sur la plage de fréquence entre le bruit de flicker et le plancher de bruit. Chacun de ces facteurs de qualité est issu du facteur de qualité passif du laser à verrouillage de modes combiné à leur facteur d'amélioration respectif (eq.4.15). Allonger la ligne à retard permet alors d'améliorer les performances de l'oscillateur sur l'intégralité de la courbe de bruit. Cette solution va cependant à l'encontre de la compacité recherchée pour ce type de dispositif. On cherchera donc à améliorer le bruit de phase en adaptant les propriétés des impulsions de sorte à maximiser les facteurs d'amélioration  $F_{\pm}$  tout en réduisant le coefficient de diffusion des différentes sources de bruit.

# **4.2.2** Dépendance des coefficients de diffusion $D_{\xi\xi}$ et $D_{\Omega\Omega}$ aux paramètres des impulsions

A la différence du bruit RF, les coefficients de diffusion des sources de bruit optique dépendent des paramètres des impulsions en plus du niveau d'énergie  $E_p$ . Matsko a notamment exprimé les coefficients  $D_{\xi\xi}$  et  $D_{\Omega\Omega}$  sous la forme :

$$D_{\xi\xi} = \frac{\tau_p^2}{2E_p} \delta(t - t') \delta(T - T')$$

$$D_{\Omega\Omega} = \frac{1 + q^2}{2\tau_p^2 E_p} \delta(t - t') \delta(T - T')$$
(4.19)

L'énergie des impulsions se présente alors comme l'unique paramètre permettant de réduire les deux sources de bruit de manière simultanée. Un moyen efficace d'ajuster le niveau de puissance dans la boucle consiste à adapter le detuning du COEO. En diminuant le detuning  $\Delta f_{RF}$  (Fig.4.6), les pertes optiques perçues dans la cavité deviennent moins importantes, entrainant une augmentation de l'énergie impulsionnelle  $(E_p)$  ainsi que la puissance RF d'oscillation  $(P_{RF})$  à la photodétection. Le shot-noise ainsi que le bruit thermique se voient ainsi minorés et se traduisent par un offset négatif sur les courbes de bruit de phase du fait de la réduction du plancher de bruit. On observe alors une amélioration globale des performances en bruit de phase du COEO (Fig.4.3). Le detuning se présente donc comme notre premier paramètre expérimental permettant d'optimiser le bruit de phase de l'oscillateur. La dispersion chromatique intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma}$  est quant à elle le paramètre de la cavité optique le plus efficace en vue de modifier le chirp q et la largeur des impulsions ( $\tau_p$ ). La réduction de la dispersion intra-cavité ayant pour effet d'augmenter le paramètre de chirp q et de réduire la largeur impulsionnelle  $\tau_p$ , une faible dispersion chromatique induit donc une réduction de  $D_{\xi\xi}$  tout en augmentant  $D_{\Omega\Omega}$ . Les facteurs de qualité étant donnés par  $Q_{\pm} = \pi f_m T_{\pm}$  (eq.4.15),  $Q_-$  se voit réduit et  $Q_+$  augmenté, accentuant la tendance initiée par les coefficients de diffusion. L'expression (eq.4.16) nous indique ensuite que la contribution du bruit de porteuse peut être atténuée voir annulée en ajustant la valeur de dispersion chromatique intra-cavité. Ceci permet alors de compenser la réduction de  $Q_{-}$  et l'accentuation de  $D_{\Omega\Omega}$ , jusqu'à rendre la contribution du bruit de porteuse négligeable (comme observé Fig.4.3). Par ailleurs, l'eq.(4.16) proposée par



FIGURE 4.6 – Évolution des coefficients de diffusion des sources de bruit optiques (a) et RF (b). L

Matsko dans le cadre d'une analyse gaussienne du COEO, nous indique que le bruit de porteuse optique peut être minoré au moyen de la dispersion chromatique intra-cavité. En mimisant la dispersion (ie en se plaçant au plus près de la zone d'instabilité située autour du zéro de dispersion) et en ajustant le detuning, on peut ainsi supprimer la contribution du bruit de porteuse de la courbe de bruit de phase totale tout en réduisant le plancher de bruit par la majoration de  $E_p$  et  $P_{RF}$  (Fig.4.5). La majoration du niveau de puissance permet alors de réduire l'offset perçu par la courbe de bruit de phase, tandis que l'ajustement de la dispersion chromatique permet de « lisser » la courbe de bruit en rendant négligeable la contribution du bruit de porteuse.

#### **4.2.3** Impact du choix des longueurs de bobines $L_2$ et $L_1$ sur le bruit de phase du COEO

La périodicité des résonances optiques des deux cavités mène à la formation de pics de corrélation de bruit de phase, similaires à des résonances, au niveau du plancher du bruit de phase du COEO ( $F_{\Sigma}$ ). Ces pics de corrélation étant issus du bruit optique, le coefficient  $D_{\xi\xi}$  déterminera l'importance de l'offset de  $F_{\xi}$  et donc de l'amplitude de ces « résonances ». Le rapport des périodes  $T_R$  et  $T_{mw}$  associées respectivement à la cavité MLL et à l'OEO, détermine le rapport d'amplitude entre deux pics adjacents du bruit de phase. En effet, pour  $\frac{T_R}{T_{mw}} = n$  avec  $n \in \mathbb{N}$ , le bruit corrélé circulant dans la cavité optique et dans l'OEO se rencontrent tous les n tours d'OEO par l'intermédiaire des supermodes de la cavité MLL, entrainant des pics de corrélation de bruit de phase toutes les n ISL du MLL (et par conséquent toutes les n résonances présentes sur le bruit de phase). Un entier n réduit favorise donc la récurrence des pics de corrélation à forte amplitude. Ainsi pour un rapport n=1 chacune des résonances optiques a un bruit corrélé avec celui de l'OEO, pour n=2 une résonance sur 2 est corrélée tandis qu'une résonance sur 3 le sera pour n=3 (Fig.4.7). L'atténuation progressive des pics de corrélation est due à la sélectivité apportée par le résonateur RF centré sur  $f_{reso} = 10$  GHz, favorisant les résonances (et la corrélation de bruit associée) proches de la fréquence d'oscillation. Augmenter le rapport entre les longueurs des lignes à retard du MLL et de l'OEO permet donc d'atténuer les pics de corrélation observés sur les courbes de bruit de phase proche porteuse. Cette dernière combinée aux effets d'atténuation par le filtre RF des pics de corrélation à plus hautes fréquences, permet alors de minimiser la formation de ces résonances parasites sur l'ensemble du spectre de bruit de phase. L'atténuation des pics peut être renforcée par la réduction les coefficients de diffusion du bruit de timing optique  $D_{\xi\xi}$  fixant le plancher de bruit optique. La phase modale a aussi un effet sur l'amplitude de corrélation. Une cavité HMLL<sup>1</sup>, peut en



FIGURE 4.7 – Courbes de bruit de phase simulées pour une dispersion D = 0.8 ps/nm et  $\Delta f_{RF} = 0$  kHz. Pour chacune des figures, la longueur de la ligne à retard du MLL a été maintenue constante  $(L_2 = 400 \text{ m})$  tandis que celle de l'OEO  $(L_1)$  a été variée : a)  $L_1 = 400 \text{ m} n = 1$ , b)  $L_1 = 300 \text{ m} n = 3$ , c)  $L_1 = 200 \text{ m} n = 2$ .

effet laisser place à une multitude de peignes de fréquences indépendants les uns des autres, autour du peigne dominant. Chacun de ces peignes forme un supermode de la cavité laser. Le battement des modes latéraux de deux de ces peignes est par conséquent partiellement (voir totalement) incohérent et participe au bruit de phase du signal RF photodétecté. Le bruit de porteuse, désignant une incertitude sur la position moyenne de la puissance optique dans le domaine spectral, permet de prendre en compte la contribution de ces supermodes dans le traitement numérique du bruit de phase et se manifeste par la formation de pics de corrélation sur le spectre de bruit de phase séparés d'un ISL de la cavité MLL. Le niveau de corrélation du bruit issu du battement des supermodes dépend alors du profil de phase du spectre optique. En effet, en supposant qu'un spectre optique gaussien admette un chirp b non nul, le battement des supermodes associés mènera à un photo-courant de la forme [10] :

$$i_{pd}(\omega_m) = \sum_{m,p|\Omega_p - \Omega_n = \omega_m} 2\epsilon_n \epsilon_p \cos\left(\omega_m t + (\phi_n - \phi_p) + \frac{1}{4}\frac{b}{a^2 + b^2}((\Omega_m - \Omega)^2 - (\Omega_p - \Omega)^2)\right)$$
(4.20)

<sup>1.</sup> HMLL : Harmonic Mode Locking Laser

où *a* et *b* se définissent à partir d'un paramètre complexe  $\Gamma$  :  $a = \text{Re}(\Gamma)$  et  $b = -\text{Im}(\Gamma)$ . Le profil de phase du spectre optique impacte donc l'amplitude des pics de corrélations par l'intermédiaire du bruit de porteuse (bruit de supermodes). Cela différencie notamment le spectre de bruit de phase d'un COEO-EDFA et COEO-SOA. A dispersion chromatique équivalente, le SOA impose un chirp supplémentaire sur le spectre optique qui déphase les modes adjacents. Le battement de supermodes est donc rendu moins efficace et participe à la réduction de l'amplitude des pics de corrélation observée expérimentalement [10].

## **4.3** Dépendance du bruit de phase à $\Delta f_{RF}$ et $\beta_{2,\Sigma}$

Le detuning et la dispersion chromatique constituent deux paramètres expérimentaux complémentaires permettant de modifier les facteurs de qualité du COEO. La désynchronisation des deux boucles optiques (quantifiable par  $\Delta f_{RF}$ ), entraine une accentuation des pertes optiques induites par modulation et par conséquent une réduction de l'énergie impulsionnelle et du niveau de puissance RF. La valeur maximale de  $P_{RF}$  est atteinte lorsque les deux boucles sont parfaitement synchronisées (Fig.4.8). Les paramètres impulsionnels ( $\tau_p$ , q) sont eux aussi affectés par la synchronisation du COEO. Le paramètre de chirp devient plus important lorsque l'on se rapproche des conditions de synchronisation, tandis que l'impulsion voit sa largeur impulsionnelle d'autant plus réduite que le detuning augmente vers les valeurs positives. L'eq.(4.15) indique que  $Q_+$  est inversement proportionnel aux pertes induites par le MZM qui dépendent à la fois de  $P_{RF}$  et du rapport entre la largeur de porte de modulation du MZM et la largeur impulsionnelle :  $\frac{\tau_p}{\tau_{MZM}}$ . L'évolution de  $Q_+$  suivant  $\Delta f_{RF}$  prend alors une forme parabolique imposée par l'évolution de  $P_{RF}(\Delta f_{RF})$ . La réduction des pertes induites par modulation allongeant la durée de vie des photons dans la cavité, a pour conséquence d'augmenter le facteur de qualité (Fig.4.9.b). De la même manière, le facteur de qualité  $Q_{-}$  issu des pertes induites par le filtre optique, sera d'autant plus élevé que ces pertes seront faibles. Les pertes imposées par le filtre optique étant données par le rapport entre la largeur spectrale et la largeur du filtre (eq.4.21), une impulsion de faible largeur temporelle et ayant un paramètre de chirp q important, percevra des pertes plus importantes. La durée de vie des photons dans la cavité est alors réduite tout comme le facteur de qualité  $Q_{-}$ .



FIGURE 4.8 – Évolution de l'énergie impulsionnelle  $E_p$ , du niveau de puissance RF  $P_{RF}$  et des paramètres impulsionnels  $\tau_p$  et q sur l'ensemble de la bande de verrouillage du COEO pour une dispersion chromatique de 1.27  $ps^2$ . L'ensemble de ces paramètres détermine l'évolution des facteurs de qualité  $Q_{\pm}$  suivant  $\Delta f_{RF}$ .

$$\alpha_{filtre} = \left(\frac{\Delta\omega}{\Delta\Omega_f}\right)^2 = \frac{\tau_p^2}{1+q^2} \frac{1}{\Omega_f^2}$$
(4.21)

En plus des facteurs de qualité, les performances en bruit de phase dépendent des coefficients de diffusion des sources de bruit optique  $D_{\xi\xi}$  et  $D_{\Omega\Omega}$ , dont l'importance est déterminée par les paramètres impulsionnels q,  $\tau_p$  et  $E_p$  (Fig.4.9.a). Il en ressort que ces coefficients sont minimisés autour des conditions de synchronisation parfaite (minimisant les pertes et maximisant par conséquent l'énergie), de par la relation inverse de  $D_{\xi\xi}$  et  $D_{\Omega\Omega}$  avec  $E_p$ , le paramètre impulsionnel affectant l'ensemble de ces valeurs. L'évolution du bruit de phase proche porteuse à f = 10 Hz (dominé à ces fréquences par le bruit de flicker et filtré par  $Q_+$ ) suit une relation inverse avec  $Q_+$  autour du detuning de synchronisation. L'évolution du bruit de phase est alors principalement déterminée par celle de  $Q_+$ , au détriment des coefficients de diffusion. A la différence du bruit proche porteuse, l'amplitude des ces pics de corrélation s'accentue avec les facteurs de qualité de l'oscillateur. En effet, les résonances du système ont pour effet de corréler le bruit et ce de manière d'autant plus efficace que le facteur de qualité est élevé. Par conséquent, elles agissent sur le bruit de phase comme des filtres passe-bandes actifs, centrés sur leur résonance respective. On peut notamment prendre pour exemple le traitement du bruit de porteuse optique proposé par Matsko (issu de l'eq.4.16) :

$$H_{\Omega}D_{\Omega\Omega} = \frac{1}{1+\omega^2 T_{-}^2} \frac{\tau^4 (\beta_{2,\Sigma}\Omega_f^2 - q)^2}{(1+q^2)^2} D_{\Omega\Omega}$$
(4.22)

Le filtre passe-bas étant de la forme :

$$H_{\Omega\Omega} = \frac{H_0}{\frac{1}{T^2} + \omega^2} = \frac{H_0 T_-^2}{1 + \omega^2 T_-^2}$$
(4.23)

et sachant que  $T_{-} = \frac{2Q_{-}}{\omega_m}$ , l'amplitude de bruit maximale est alors donnée par :

$$S_{\Omega,max} = \underbrace{\frac{(\beta_{2,\Sigma}\Omega_f^2 - q)^2}{T_R^2\Omega_f^4}}_{H_0} \underbrace{\left(\frac{2Q_-}{\omega_m}\right)^2}_{T_-} D_{\Omega\Omega}$$
(4.24)

L'amplitude des pics de corrélations augmentent donc avec le facteur de qualité du filtre et le coefficient de diffusion du bruit filtré. Le facteur de qualité et les coefficients de diffusion augmentant avec le detuning, l'amplitude des ces pics s'accentue (Fig.4.9.c). La dispersion chromatique permet de modifier



FIGURE 4.9 – Évolution suivant  $\Delta f_{RF}$ : a) des coefficients de diffusion  $D_{\xi\xi}$ ,  $D_{\Omega\Omega}$ , b) des facteurs de qualité  $Q_{\pm}$ , c) de l'amplitude des pics de corrélation du bruit de phase et du bruit de phase proche porteuse (f = 10 Hz) pour une dispersion intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma} = 1.27 \text{ } ps^2$ 

le facteur de qualité en ajustant les paramètres impulsionnels, notamment en participant à la synchronisation des deux oscillateurs sous condition de porteuse optique  $\Omega \neq 0$ . Elle affecte aussi le gain  $H_0$  du filtre de bruit de phase, pouvant sous certaines conditions fausser la relation apparente entre facteur de qualité  $Q_{-}$  et amplitude des pics de corrélation. Le facteur de qualité  $Q_{+}$  affecte quant à lui le bruit de phase RF suivant la relation :

$$S_{t_m}(\omega) = \frac{1}{\omega^2} \left[ \frac{1 + \omega^2 T_+^2}{T_+^2} \left( D_{mw} + D_{shot} + \frac{b_1}{\omega} \right) \right]$$
(4.25)

avec la contribution du bruit de flicker :  $b_1/\omega$ . On obtient donc un bruit RF qui diminue avec  $Q_+$  et un bruit de porteuse qui augmente avec  $Q_{-}$ , ce qui nous mène à la figure 4.9.c), où l'accentuation du bruit proche porteuse autour de  $\Delta f_{RF} = 4 kHz$  provient du fait que le bruit de flicker est prédominant autour des conditions de parfaite synchronisation, là où le facteur de qualité  $Q_+$  est le plus faible du fait des fortes puissances de modulation RF obtenues et des pertes optiques associées. L'augmentation progressive de  $Q_+$  avec  $\Delta f_{RF}$  engendre alors une réduction du bruit de phase de part et d'autre des conditions de parfaite synchronisation ( $\Delta f_{RF} = 4 kHz$ ). La réhausse observée en bordure de bande de verrouillage est donc associée à celle du bruit de porteuse, devenant prédominant par rapport au bruit de flicker et dont l'évolution suit celle de  $Q_-$  et/ou  $D_{\Omega\Omega}$ . Les conditions de synchronisations affectent donc les performances en bruit de phase de l'oscillateur et dépendent par conséquent de la valeur de dispersion chromatique intra-cavité. Les effets de  $\beta_{2\Sigma}$  sur le bruit de phase ont notamment été observés expérimentalement par Lelièvre et al. [13] nous indiquant la pertinence de ce paramètre expérimental en vue d'une optimisation du bruit de phase du COEO. L'évolution de  $Q_+$  sur la bande de verrouillage du COEO pour différentes valeurs de dispersions chromatiques est présentée Fig.4.10. L'effet de  $\beta_{2,\Sigma}$  sur la synchronisation des oscillateurs est visible par le décalage du minimum de  $Q_+$  (obtenu sous conditions de synchronisation). Sous régime de dispersion normale, la synchronisation est obtenue pour un detuning négatif permettant de compenser le décalage temporel induit par  $\beta_{2,\Sigma}$ . Un régime de dispersion anormale menant à un décalage temporel de signes opposés, la synchronisation est obtenue pour des valeurs de detuning positives. L'extension de la bande de verrouillage avec la dispersion chromatique



FIGURE 4.10 – Évolution de  $Q_+$  sur la bande de verrouillage du COEO pour différentes valeurs de dispersions chromatiques. Que ce soit sous un régime de dispersion normale ( $\beta_{2,\Sigma} > 0$ ) ou anormale ( $\beta_{2,\Sigma} < 0$ ), une dispersion plus importante mène à une extension de la bande de verrouillage et un décalage du detuning de synchronisation (valeur minimale de  $Q_+$  obtenue pour une valeur de dispersion donnée). Les facteurs de qualité obtenus à dispersions égales, sont plus importantes sous dispersion anormale que sous dispersion normale.

est à nouveau visible sur cette figure et met en évidence un compromis entre facteur de qualité et bande de verrouillage. La bande de verrouillage et le facteur de qualité présentent une dépendance inverse vis à vis des pertes induites par le MZM, (une accentuation des pertes imposant une extension de la bande de verrouillage ainsi qu'une réduction de  $Q_+$ ). On observe alors une diminution de la valeur minimale de  $Q_+(\Delta f_{RF})$  avec  $\beta_{2,\Sigma}$ . À conditions de synchronisations équivalentes, un régime de dispersion anormal favorise un facteur de qualité élevé. Pour un detuning constant, le facteur de qualité  $Q_+$  augmente lorsque la dispersion tend vers zéro du fait de la réduction des pertes par modulation qui accompagne celle de  $\tau_p$  (Fig.4.11). Dès lors, les faibles largeurs impulsionnelles obtenues sous le régime anormal de dispersion favorisent les fortes valeurs de facteurs de qualité. Par ailleurs le maximum de puissance RF étant obtenu sous condition de parfaite synchronisation, on remarquera que la valeur de dispersion permettant son obtention est relative à la celle du detuning. Le maximum local de puissance RF et d'énergie impulsionnelle observé est donc une conséquence des effets de synchronisation du COEO. Le detuning, favorisant les pertes par modulation, modifie efficacement le niveau de puissance RF, ce qui en retour impacte la largeur des impulsions (Fig.4.8). On observe alors le processus inverse à celui associé à la dispersion chromatique pour laquelle la réduction de largeur impulsionnelle engendre une réduction des pertes et donc une élévation de  $P_{RF}$ . Il en résulte que le detuning affecte plus efficacement  $P_{RF}$  que  $\tau_p$  à l'inverse de  $\beta_{2,\Sigma}$ . Par conséquent, l'évolution de  $Q_+$  sous effet de detuning est majoritairement imposée par le niveau de puissance RF. L'effet inverse est obtenu avec la dispersion chromatique pour laquelle l'augmentation de  $Q_+$  observée est issue principalement de la réduction de  $\tau_p$  (Fig.4.11). Au final, l'évolution de  $Q_+$  sur la bande de verrouillage est déterminée par le niveau de puissance RF fixé par detuning. L'augmentation progressive de sa valeur moyenne avec la réduction de  $|\beta_{2,\Sigma}|$ , suit celle de la largeur des impulsions (Fig.4.10) et impose en conséquence une réduction du bruit de phase proche porteuse (Fig.4.12). L'accentuation des facteurs de qualité autour du zéro de dispersion entraine par la même occasion la formation de pics de corrélation à forte amplitude.



FIGURE 4.11 – Dépendance du niveau de puissance RF  $P_{RF}$  et de la largeur impulsionnelle  $\tau_p$  suivant la dispersion chromatique pour deux valeurs de detuning ( $\Delta f_{RF} = 4$  kHz et  $\Delta f_{RF} = 8$  kHz). La zone d'instabilité observée augmente progressivement avec le detuning du fait des faibles largeurs de bande de verrouillage du COEO lorsque  $\beta_{2,\Sigma}$  est proche de zéro. La valeur maximale de  $P_{RF}$  est obtenue sous conditions de synchronisation et dépend donc du detuning et de la dispersion. On retrouve notamment le maximum de puissance RF obtenu pour  $\Delta f_{RF} = 8$  kHz et  $\beta_{2,\Sigma} = 1.25 \ ps^2$  observé Fig.4.9

## 4.4 Effet de la bobine à compensation de dispersion sur le bruit de phase

Les courbes de bruit de phase présentées jusqu'à présent ne prenaient pas en compte les effets apportés par la dispersion chromatique associée à la bobine de fibre de l'OEO ( $\beta_{2,\Sigma 1}$ ) sur les conditions de synchronisation. On se plaçait alors dans des conditions de dispersion chromatique de l'OEO compensée. Le changement de porteuse optique combiné à cet ajout de dispersion, introduit un couplage entre le bruit de timing et le bruit de porteuse optique intra-cavité [1]. L'optimisation en bruit de phase du COEO requiert donc une dispersion de compensation  $\beta_{2,\Sigma 1}$  permettant de minimiser le surplus de bruit



FIGURE 4.12 – a) Évolution des facteurs de qualité  $Q_+$  et  $Q_-$ , b) du bruit de phase proche porteuse  $(\phi_{noise, f=10Hz})$  et de l'amplitude des pics de corrélation de bruit  $(\phi_{noise spurs})$ , c) des coefficients de diffusion  $D_{\xi\xi}$ ,  $D_{\Omega\Omega}$  suivant  $\beta_{2,\Sigma}$ .

issu de ce couplage. La dispersion  $\beta_{2,\Sigma 1}$  intervient à la fois du point de vue déterministe en modifiant les conditions de synchronisation ainsi que sur le bruit de phase en corrélant le bruit de timing et de porteuse. Afin de dissocier ces deux effets sur le bruit de phase RF, nous allons traiter séparément deux cas numériques. Le premier consiste à faire intervenir  $\beta_{2,\Sigma 1}$  uniquement sur le traitement du bruit afin de mettre en évidence ses effets de corrélation. Le second cas consistera à y ajouter les effets de synchronisation de sorte à obtenir le comportement du bruit de phase complet suivant  $\beta_{2,\Sigma 1}$ . Nous commençons donc par étudier le cas où  $\beta_{2,\Sigma 1}$  impacte exclusivement le bruit de phase du COEO.

Dans le cas d'une dispersion  $\beta_{2,\Sigma 1}$  de signes opposés à  $\beta_{2,\Sigma}$ , le délai introduit par la dispersion intracavité et la dispersion extra-cavité seront de signes opposés, entrainant une anti-corrélation de leur bruit de porteuse respectif. Le bruit de porteuse retranscrit en bruit de timing par  $\beta_{2,\Sigma 1}$ , compense alors le bruit de timing intra-cavité. La figure 4.13 présente l'évolution du bruit de phase proche porteuse (f = 10 Hz) suivant la dispersion intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma}$  pour différentes valeurs de  $\beta_{2,\Sigma 1} > 0$ . Dans le cas où la dispersion de compensation et la dispersion intra-cavité sont de signes opposés (4.13.a), le bruit de porteuse retranscrit en bruit de timing par l'intermédiaire de  $\beta_{2,\Sigma 1}$  est alors anti-corrélé avec le bruit de timing



FIGURE 4.13 – Évolution du bruit de phase simulée du COEO proche porteuse suivant la dispersion intra-cavité ( $\beta_{2,\Sigma}$ ) pour différentes valeurs de dispersion de compensation ( $\beta_{2,\Sigma1}$ ) appliquées aux impulsions associées aux Fig.4.9 et 4.10. La dispersion  $\beta_{2,\Sigma1}$  est utilisée afin de corréler le bruit de timing  $\xi$  et de porteuse  $\Omega$  présentés sur ces précédents résultats et intervient excusivement sur le traitement du bruit du COEO. Ces résultats ne prennent donc pas en compte les modifications déterministes apportées par  $\beta_{2,\Sigma1}$ . Les figures a) et b) représentent respectivement l'évolution du bruit de phase sous un régime de dispersion intra-cavité normale et anormale.


FIGURE 4.14 – Évolution du bruit de phase proche porteuse (f=10 Hz) suivant la dispersion de compensation  $\beta_{2,\Sigma 1}$ , pour différentes dispersions intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma}$  dans des conditions de simulations identiques à celles présentées Fig.4.13. Une dispersion intra-cavité de même signe que la dispersion de compensation mène à une accentuation du bruit de phase, avec existence d'un maximum de corrélation. Des dispersions  $\beta_{2,\Sigma 1}$  et  $\beta_{2,\Sigma}$  de signes opposés permettent une réduction du bruit de phase.

intra-cavité et mène par conséquent à une réduction du bruit de phase global. L'effet inverse est observé dans le cas d'une dispersion intra-cavité et extra-cavité de même signe (Fig.4.13.b). La conversion du bruit de porteuse en bruit de timing par  $\beta_{2,\Sigma 1}$  est alors corrélée avec le bruit de timing intra-cavité menant à une accentuation du bruit de phase proche porteuse, avec l'existence d'un maximum de corrélation (Fig.4.14).

Le couplage du timing et de la porteuse optique par  $\beta_{2,\Sigma 1}$  a donc pour effet de corréler leur bruit respectif. Reste que la valeur de  $\beta_{2,\Sigma 1}$  modifie les conditions de synchronisation en ajoutant un délai supplémentaire tout en compressant (ou dilatant) l'impulsion avant photo-détection. Ces effets vont alors impacter les paramètres impulsionnels et par conséquent les performances en bruit de phase. On se trouve alors dans le second cas numérique traité, combinant à la fois les effets de  $\beta_{2,\Sigma 1}$  et  $\beta_{2,\Sigma}$  sur le comportement déterministe et sur le bruit de phase. La recompression des impulsions ayant un effet négligeable sur le niveau de puissance associé à la fréquence fondamentale  $\omega_m$  photodétectée, les effets sur le comportement déterministe découle de l'amélioration/dégradation de la synchronisation permise par le délai supplémentaire induit par la dispersion de compensation :  $\Delta \xi_{\beta_{2,\Sigma_1}} = -\beta_{2,\Sigma_1} \Omega$  (Fig.4.15). Les conditions de parfaite synchronisation maximisent l'énergie intra-cavité et sont donc obtenues autour de  $\beta_{2,\Sigma_1} \simeq 8 \ ps^2$  (Fig.4.15). L'anti-corrélation de bruit de timing et de porteuse entraine la réduction du bruit de phase proche porteuse  $\phi_{noise, f=10Hz}$  (Fig.4.16) observée précédemment (Fig.4.13, 4.14). L'amplitude des pics de corrélation  $\phi_{noise \ spurs}$ , étant issue des effets combinés des facteurs de qualité  $Q_{\pm}$  et des coefficients de diffusion, suit l'augmentation de  $Q_{\pm}$  pour les faibles valeurs de  $\beta_{2,\Sigma 1}$ , là où le bruit de timing est prédominant (Fig.4.17). Au-dessus de  $10 ps^2$ , les contributions du bruit de porteuse et de la corrélation croisée entre  $\xi$  et  $\Omega$  (corrélation intra-cavité), font que l'augmentation attendue de  $\phi_{noise \ spurs}$  avec  $Q_+$  est compensée par la réduction de  $Q_-$  et  $D_{\Omega\Omega}$ . On observe alors une réduction de l'amplitude des pics de corrélation.



FIGURE 4.15 – Évolution du niveau de puissance RF  $P_{RF}$ , de l'énergie impulsionnelle  $E_p$ , de la largeur impulsionnelle intra-cavité  $\tau_p$ , du changement de porteuse  $\Omega$  et du paramètre de chirp des impulsions photo-détectées  $q_{PD}$  (après compensation de chirp par  $\beta_{2,\Sigma 1}$ ) suivant le niveau de recompression apporté par  $\beta_{2,\Sigma 1}$  (avec  $\beta_{2,\Sigma} = -0.76 \ ps$  et  $\Delta f_{RF} = 4 \ kHz$ ).



FIGURE 4.16 – Évolution du bruit de phase proche porteuse ( $\phi_{noise,f=10Hz}$ ), de l'amplitude des pics de corrélation  $\phi_{noise,spurs}$  et des facteurs de qualité  $Q_{\pm}$  suivant  $\beta_{2,\Sigma1}$ , associée aux paramètres impulsionnels présentés Fig.4.15.

## 4.5 Mesure du bruit de phase et du facteur de qualité

### 4.5.1 Mesure expérimentale du facteur de qualité

La mesure du facteur de qualité d'un oscillateur peut être réalisée expérimentalement au moyen de l'expression :

$$Q = \frac{\omega_m}{2} \frac{\Delta \phi}{\Delta \omega} \tag{4.26}$$



FIGURE 4.17 – a) Contribution aux pics de corrélation de bruit RF, du bruit optique de timing  $(F_{\xi})$ , de porteuse  $(F_{\Omega})$  et de leur corrélation croisée intra-cavité  $(F_{\xi\Omega})$ , comparées au bruit de phase RF total  $(F_{\xi} + F_{omega})$ . L'amplitude de la contibution du bruit de timing sur le premier pic de corrélation est indiquée en pointillés. b) Évolution suivant  $\beta_{2,\Sigma1}$  des coefficients de diffusion de timing  $D_{\xi\xi}$ , de porteuse  $D_{\Omega\Omega}$  suivant  $\beta_{2,\Sigma1}$ .

Le facteur de qualité est alors défini par rapport au déphasage perçu par l'onde RF lorsque sa fréquence d'oscillation  $\omega$  s'écarte de la fréquence de résonance  $\omega_m$ , tel que :  $\omega = \omega_m + \Delta \omega_{RF}$ . Dans le cas du COEO, un detuning nul ( $\Delta \omega_{RF} = 0$ ) est obtenu lorsque les délais des deux boucles entretiennent un rapport entier :  $T_{MLL} = nT_{OEO}, n \in \mathbb{N}$ . En modifiant la longueur de la cavité opto-hyper à l'aide d'une ligne à retard RF, on modifie le rapport entre les temps de parcours de ces deux cavités, s'éloignant par conséquent des conditions de synchronisation ( $\Delta \omega_{RF} \neq 0$ ). Le déphaseur RF nous permet alors d'imposer un detuning  $\Delta \omega_{RF}$ , se traduisant par déphasage  $\Delta \phi_{RF}$  entre les deux ondes RF se rencontrant au niveau du MZM, donné par la relation :  $\Delta \phi_{RF} = \Delta \omega_{RF} T_R$ . L'utilisateur impose de cette manière une contrainte qui sera par la suite relaxée par l'oscillateur de manière plus ou moins efficace suivant son facteur de qualité. Dans le cas d'un facteur de qualité infini, le déphasage imposé par l'utilisateur sera totalement relaxé, menant à l'état stationnaire à un déphasage nul ( $\Delta \phi = 0$ ) entre le train d'impulsion du MLL et l'onde RF circulant dans l'OEO. Dans le cas d'un oscillateur à facteur de qualité fini, la contrainte de déphasage ne sera pas totalement relaxée, menant à l'état stationnaire maintenant un déphasage constant entre les deux ondes. La pente entre le changement de fréquence d'oscillation  $\Delta \omega_{RF}$ imposé et le déphasage observé  $(\frac{\Delta\phi}{\Delta\omega_{RF}})$  nous permet alors de mesurer le facteur de qualité expérimental du COEO. Le facteur de qualité variant avec le detuning, la résolution de la mesure de  $\Delta \omega$  par rapport à  $\Delta \phi$  doit être suffisante afin de permettre une mesure de la dérivée locale de  $\Delta \phi(\omega_{RF})$  fiable. Ce degré de précision étant difficilement atteignable expérimentalement, le facteur de qualité sera évalué sur l'ensemble de la bande de verrouillage. On obtiendra alors un facteur de qualité expérimental moyen, valable pour une valeur de la dispersion intra-cavité donnée.

Cette approche expérimentale a été simulée afin d'en estimer sa fiabilité. Pour ce faire, on applique un déphasage  $\Delta \phi_{RF}$  par l'intermédiaire d'un detuning  $\Delta f_{RF}$ , puis le déphasage relatif entre l'onde RF portée optiquement dans la cavité optique et l'onde RF circulant dans l'OEO. En prenant en compte le déphasage issu du changement de longueur de la boucle opto-hyper du fait de la ligne à retard RF, l'onde circulant dans l'OEO perçoit le déphasage :

$$\Delta \phi = \Delta \omega_{RF} T_R + (\phi_{MLL} - \phi_{oeo})$$

permettant de calculer le facteur de qualité mesuré expérimentalement au moyen de la relation :

$$Q = \frac{\omega_m}{2} \frac{\Delta \phi}{\Delta \omega_{RF}} = \frac{\omega_m}{2} \left( T_R + \frac{\phi_{MLL} - \phi_{oeo}}{\Delta \omega_{RF}} \right)$$

Le facteur de qualité se réduisant avec la dispersion intra-cavité, la pente de  $\Delta \phi$  suivant  $\Delta \omega_{RF}$  diminue



FIGURE 4.18 – a)  $\Delta\phi(\Delta f_{RF})$  simulé et mesuré pour différentes valeurs de dispersion chromatique anormale intra-cavité. La pente de phase permet de calculer le facteur de qualité mesurable expérimentalement  $Q_{\Delta\phi}$ . b) Évolution du facteur de qualité  $Q_{\Delta\phi}$  suivant  $\beta_{2,\Sigma}$ , comparé au facteur de qualité  $Q_+$ pour un detuning de 4 kHz.  $Q_{\Delta\phi}$  suit l'évolution qualitativement de  $Q_+$ .

lorsque  $|\beta_{2,\Sigma}|$  augmente (Fig.4.18.a). On retrouve alors l'accentuation du facteur de qualité  $Q_+$  lorsque la dispersion tend vers zéro. La mesure du facteur de qualité par déphasage RF suit donc qualitativement l'évolution de  $Q_+$  et permet d'avoir une estimation fiable de l'évolution du facteur de qualité du COEO suivant les paramètres de la cavité optique tel que la dispersion chromatique. La mesure du facteur de qualité du COEO expérimental, nous a menés à une valeur  $Q \simeq 5.10^5$  pour une dispersion  $\beta_{2,\Sigma} \sim 0.76 \ ps^{2/2}$ , en cohérence avec ce qui est obtenu numériquement.

## 4.5.2 Bruit de phase RF expérimental

Les performances en bruit de phase minimale d'une cavité optique sont obtenues numériquement pour une dispersion intra-cavité anormale proche de zéro, ayant un detuning  $\Delta f_{RF}$  assurant une parfaite synchronisation entre les oscillateurs. Tout detuning s'éloignant des conditions de synchronisation mène a une dégradation du bruit de phase. De ce fait, des courbes de bruit de phase similaires peuvent être obtenus pour différentes valeurs  $\{\beta_{2,\Sigma}, \Delta f_{RF}, \beta_{2,\Sigma,1}\}$ . En ajustant la dispersion intra-cavité tout en maintenant  $\Delta f_{RF}$  à 4 kHz et  $\beta_{2,\Sigma 1}$  à  $-4.3 ps^2$ , la dispersion chromatique menant au bruit de phase le plus proche de celui mesuré (spectre rouge) correspond à une dispersion anormale proche de zéro  $(\beta_{2,\Sigma} = 0.76 \ ps^2)$ . Cependant, le bruit de phase RF et le spectre optique mesuré ont été reproduits pour des valeurs de dispersions chromatiques différentes (4.20.a). Cette différence peut s'expliquer par la nature de filtre optique utilisé lors de la simulation. En effet, le filtre flat-band du CFBG utilisé expérimentalement, est remplacé numériquement par un filtre gaussien de même bande-passante. Le filtre optique participe à l'établissement de l'état stationnaire et joue un rôle stabilisateur du spectre optique en contraignant la position du peigne par pertes optiques. L'évolution des pertes suivant la longueur d'onde (dispersion des pertes optiques) du filtre gaussien utilisé numériquement, permet de localiser le peigne autour d'une fréquence donnée. L'absence de dispersion de pertes au centre d'un filtre flat-band, fait que son rôle stabilisateur ne peut être assuré qu'en bordure de filtre. Le décalage vers le rouge imposé par le SOA [14] permet ensuite de favoriser la stabilisation du peigne optique en bordure « rouge » du filtre optique. La compensation du red-shift du SOA sera ensuite d'autant plus efficace que la bordure du filtre présentera une forte pente et donc que les pertes induites par le filtre sont importantes. Par comparaison, la compensation d'un filtre gaussien sera bien plus réduite de par une bordure de filtre

<sup>2.</sup>  $L_{fibre} = 440 m$  de fibre SMF (D = 17 ps/nm/km) avec une compensation de -7ps/nm par CFBG



FIGURE 4.19 – Comparaison entre le bruit de phase simulé pour un detuning  $\Delta f_{RF} = 4kHz$ , pour une dispersion intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma} \in \{-2.55, -1.27, -0.76, 0.76, 1.27\} ps^2$ . Le bruit de phase présenté a été obtenu pour une dispersion  $\beta_{2,\Sigma 1} = \pm 4 ps^2$  suivant les conditions de stabilité du système.

présentant un flanc moins marqué qu'un filtre flat-band. Les pertes optiques induites par le filtre optique se voient alors réduites. Le facteur de qualité  $Q_-$  étant inversement proportionnel aux pertes issues du filtre, on aura un facteur de qualité  $Q_{-,flat-band} < Q_{-,gaussien}$ . La fréquence de coupure filtrant le bruit de porteuse est par conséquent plus importante en employant un filtre flat-bande et est notamment visible Fig.4.20 autour de  $f = 30 \ kHz$ . Par comparaison, la fréquence de coupure du COEO avec filtre gaussien a été évaluée autour de 2 kHz (Fig.4.1), marquant une forte réduction de  $Q_-$  par l'utilisation d'un filtre flat-band. Le bruit de porteuse optique aura donc une contribution plus importante au bruit de phase global dans le cas expérimental par rapport au cas simulé. Reste qu'un filtre flat-band peut



FIGURE 4.20 – a) Spectres optiques expérimentaux obtenus comparés au spectre simulé. Les spectres expérimentaux verts et rouges, ont été obtenus en ajustant la polarisation optique incidente au MZM à l'aide d'un contrôleur de polarisation (CP). b) Mesure des pertes optiques et de la dispersion chromatique induites par le CFBG. L'écart de dispersion chromatique par rapport aux valeurs indiquées par la datasheet devient plus important en bordure de filtre.

permettre la formation de spectres plus larges qu'ave un filtre gaussien, sous condition de dispersion chromatique compensée. Nous avons pour cela configuré la cavité optique du COEO de sorte à ce que

la dispersion apportée par la fibre optique ( $\beta_{2,fibre} = -8.67 ps^2$ ) puisse être compensée par le chirp apporté par le CFBG, afin d'obtenir une dispersion intra-cavité totale proche de zéro tout en évitant la zone d'instabilité de la cavité ( $\beta_{2,\Sigma} \sim -0.5 ps^2$ ). Reste que la dispersion chromatique apportée en bordure de filtre s'éloigne des valeurs de chirp théoriques que le filtre est supposé apporter (Fig.4.20.b). On obtient au final, une dispersion fortement anormale ( $\beta_{2,\Sigma} \sim -2.5 ps^2$ ) réduisant de ce fait la largeur du spectre optique obtenu (Fig.4.20.a). En ajustant le detuning entre les deux cavités (au moyen du déphaseur RF ou du contrôleur de polarisation), il est possible d'élargir le spectre optique. On passe alors du spectre rouge (dont le spectre optique est reproductible par simulation) au spectre vert. L'extension du spectre optique, permet une nette amélioration des performances en bruit de phase de l'oscillateur (Fig.4.19). On observe notamment une forte réduction du bruit basse fréquence, associé la plupart du temps au bruit de timing. L'extension du spectre optique menant à une réduction de la largeur impulsionnelle  $\tau_p$ , les pertes induites par modulation se voient alors réduites. Le facteur de qualité  $Q_+$  devient alors plus important, expliquant de ce fait la réduction du bruit de phase.

## **4.6 Bruit de phase COEO**- $\phi M$

La composition du bruit de phase du COEO- $\phi M$  reste proche de celle observée pour un COEO-AM. Cette similitude peut être mise en évidence en adaptant le traitement en bruit de phase proposé par Matsko pour un COEO-AM, à une configuration avec modulateur de phase. Le spectre du bruit de phase RF peut être obtenu à partir du système :

$$\begin{cases} \frac{d\xi}{dT} = \frac{\beta_{2,\Sigma}\Omega_f^2 - q}{T_R\Omega_f^2}\Omega + F_{\xi} \\ \frac{d\Omega}{dT} = -\frac{1+q^2}{T_R\Omega_f^2\tau^2}\Omega + \frac{\Delta_{RF}\omega_m^2}{T_R} + F_{\Omega} \\ \frac{dt_m}{dT} = \frac{1}{T_m}(\xi - t_m) + F_{t_m} \end{cases}$$
(4.27)

avec une source de bruit RF  $(F_{t_m})$  issu du bruit de timing  $(F_{\xi})$ , du bruit thermique  $(F_{mw})$  et du shot-noise  $(F_{shot})$ :

$$F_{t_m} = F_{\xi} + F_{shot} + F_{mw} \tag{4.28}$$

Le spectre du timing RF  $t_m$  peut ensuite être déterminé à partir de la transformée de Fourier de (4.27) :

$$\begin{pmatrix} i\omega & \frac{\beta_{2,\Sigma}\Omega_f^2 - q}{T_R\Omega_f^2} & 0\\ -\frac{\Delta_{RF}\omega_m^2}{T_R} & i\omega + \frac{1 + q^2}{\Omega_f^2 \tau^2} & -\frac{\Delta_{RF}\omega_m^2}{T_R}\\ -\frac{1}{T_{mw}} & 0 & i\omega + \frac{1}{T_{mw}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{\xi}\\ \tilde{\Omega}\\ \tilde{t}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{\xi}\\ F_{\Omega}\\ F_{t_m} \end{pmatrix}$$
(4.29)

En posant :

$$T_{-} = \frac{1+q^{2}}{\Omega_{f}^{2}\tau^{2}T_{R}}$$

$$T_{+} = \frac{\beta_{2,\Sigma}\Omega_{f}^{2} - q}{1+q^{2}}\frac{\Delta_{FM}\omega_{m}^{2}\tau^{2}}{T_{R}}$$
(4.30)

et sachant que pour une bobine de fibre de compensation de dispersion de 200m :  $T_{mw} \ll T_+$  (on suppose ainsi que le facteur de qualité de la ligne à retard de l'OEO est faible devant  $Q_+$ ), on obtient :

$$\tilde{t}_m(\omega) = -\frac{i}{\omega} \left[ F_{\xi}(\omega) - \frac{(\beta_{2,\Sigma} \Omega_f^2 - q)\tau^2}{(1+q^2)(1+i\omega T_-)} + \frac{1+i\omega T_+}{T_+} (F_{shot}(\omega) + F_{mw}(\omega)) \right]$$
(4.31)

On en déduit alors le bruit de timing RF :

$$S_{t_m}(\omega) = \frac{1}{\omega^2} \left[ D_{\xi\xi} + \frac{D_{\Omega\Omega}}{1 + \omega^2 T_-^2} \frac{\tau^4 (\beta_{2,\Sigma} \Omega_f^2 - q)^2}{(1 + q^2)^2} + (D_{mw} + D_{shot}) \frac{1 + \omega^2 T_+^2}{T_+^2} - \frac{\tau^2 (\beta_{2,\Sigma} \Omega_f^2 - q)}{(1 + q^2)(1 + i\omega T_-)} D_{\xi\Omega} - \frac{\tau^2 (\beta_{2,\Sigma} \Omega_f^2 - q)}{(1 + q^2)(1 - i\omega T_-)} D_{\Omega\xi} \right]$$

$$(4.32)$$

On retrouve la même expression que celle obtenue pour le COEO-AM (eq.4.16). La différence réside sur les coefficients de diffusion du champ optique  $D_{FF^{\dagger}}$  associé à l'absorption de photons dans la cavité optique, ainsi que de la constante de temps  $T_+$  propre à la modulation employée. Les pertes intra-cavités étant réduites dans le cas du COEO- $\phi M$ ,  $D_{FF^{\dagger}}$  diminue, menant potentiellement à un plancher de bruit réduit. La fréquence de coin entre le plancher de bruit et la pente à -20 dB/decade, obtenue par l'effet Leeson appliqué sur le bruit de RF, est quant à elle fixée par la constante de temps  $T_+$  et dépend donc de la nature de modulation. Pour un état stationnaire similaire (ie à profil impulsionel équivalent), le modèle gaussien différencie donc le bruit de phase d'un COEO- $\phi M$  du COEO-AM par le niveau du plancher de bruit ainsi que la fréquence de coin définie par  $1/T_+$ .

En résumé, la réduction de la largeur impulsionnelle avec le detuning et autour du zéro de dispersion chromatique entraine une augmentation des facteurs de qualité  $Q_{\pm}$  du COEO. Les contributions du bruit de timing  $D_{\xi\xi}$  et de porteuse optique  $D_{\Omega\Omega}$  au bruit de phase RF global, dépendent quant à elles respectivement de la largeur impusionnelle et de la largeur spectrale. On obtient en conséquence une réduction du bruit de timing autour du zéro de dispersion, accompagnée d'une accentuation du bruit de porteuse. Les effets de corrélation du bruit de timing et de porteuse optique par l'intermédiaire de  $\beta_{2,\Sigma1}$  modélisés, nous indiquent qu'une dispersion chromatique extra-cavité de signe opposée à celle intra-cavité permet une réduction significative du bruit de phase à 10 Hz de la porteuse, concomitante avec une dégradation des performances en bruit à mesure que l'on s'éloigne de cette dernière. Cette étude nous a donc montré que les paramètres impulsionnels  $\tau_p$  et q affectent de manière simultanée plusieurs contributeurs du bruit de phase RF, menant potentiellement à des effets de compensation qui rendent l'interprétation des résultats particulièrement délicate. Reste que l'approche numérique présentée indique qu'une dispersion intra-cavité faiblement anormale combinée à une dispersion extra-cavité normale est à favoriser afin d'améliorer les performances en bruit de phase de l'oscillateur.

# **Bibliographie**

- [1] A. B.MATSKO, D. ELIYAHU et L. MALEKI, "Theory of coupled optoelectronic microwave oscillator II : phase noise," *Journal of Optical Society of America B*, nov. 2013.
- [2] H. A.HAUS, *Electromagnetic Noise and Quantum Optical Measurements*. Springer, 2000.
- [3] H.A.HAUS, M.MARGALIT et C.X.YU, "Quantum noise of a mode-locked laser," *Journal of Optical Society of America B*, juill. 2000.
- [4] K. KUROKAWA, "Noise in Synchronized Oscillators," *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, avr. 1968.
- [5] F. RANA, H. L.T.LEE, R. J.RAM et al., "Characterization of the noise and correlations in harmonically mode-locked lasers," *Journal of Optical Society of America*, nov. 2002.
- [6] D. R. HJELME et A. ROLF MICKELSON, "Theory of Timing jitter in Actively Mode-Locked Lasers," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, juin 1992.
- [7] H. HAUS et A. MECOZZI, Journal of Quantum Electronics, mars 1993.
- [8] F. RANA, R. J.RAM et H. A.HAUS, "Quantum Noise of Actively Mode-Locked Lasers With Dispersion and Amplitude/Phase Modulation," *Journal of Quantum Electronics*, jan. 2004.
- [9] M. E.GREIN, A. HAUS, Y. CHEN et E. I.IPPEN, "Quantum-Limited Timing Jitter in Actively ModeLocked Lasers," *Journal of Quantum Electronics*, oct. 2004.
- [10] S. GEE, F. QUINLAN, S. OZHARAR et P. J.DELFYETT, "Correlation of supermode noise of harmonically mode-locked lasers," *Journal of Optical Society of America*, juill. 2007.
- [11] F. QUINLAN, T. M.FORTIER, H. JIANG et S. A.DIDDAMS, "Analysis of shot noise in the detection of ultrashort optical pulse train," *Journal of Optical Society of America B*, juin 2013.
- [12] E. RUBIOLA, *Phase Noise and Frequency Stability in Oscillators*. Cambridge University Press, 2009.
- [13] "Experimental Design of a Low Phase Noise Coupled Optoelectronic Oscillator at 10 GHz," International Topical Meeting on Microwave Photonics (MWP), oct. 2017.
- [14] F. QUINLAN, S. OZHARAR et P. J.DELFYETT, "Harmonically mode-Locked semiconductorbased lasers as high repetition rate ultralow noise pulse train and optical frequency comb sources," *Journal of Optics A : Pure and Applied Optics*, août 2009.

## **Chapitre 5**

## **Réalisation expérimentale**

5.1	Mesures du bruit de phase RF		
5.2	COEO	-AM	
	5.2.1	Dimensionnement de la bobine extra-cavité	
	5.2.2	Dépendance au désaccord de fréquence (detuning)	
5.3	Dépend	endance à la polarisation	
	5.3.1	Modélisation de la PMD	
	5.3.2	COEO avec SMF et contrôleur de polarisation	
5.4	Dépend	Dépendance à la dispersion chromatique intra-cavité	
	5.4.1	Approche Stepped-Heterodyne	
	5.4.2	Le mutihétérodynage	
	5.4.3	Reconstitution du spectre optique du COEO par Stepped-Heterodyne 166	
	5.4.4	Mesure des paramètres impulsionnels suivant la dispersion intra-cavité 170	
	5.4.5	Comportement du COEO autour du zéro de dispersion	
5.5	COEO	O à étalon intra-cavité	
	5.5.1	Réalisation expérimentale	
5.6	COEO	$-\phi M$	
5.7	COEO	-AM- $\phi M$	

Cette partie porte sur la réalisation expérimentale de l'étude numérique du bruit de phase et du comportement déterministe du COEO-AM suivant la dispersion chromatique intra-cavité, extra-cavité et le detuning. L'objectif est alors de valider le modèle numérique précédemment présenté ainsi que les interprétations associées. La gestion de l'état de polarisation de la lumière dans la cavité optique du COEO sera aussi abordée. Nous commencerons donc par détailler les composants constituants la boucle optique ainsi que leur rôle dans la cavité, en complément de l'étude du SOA et du MZM présentée en l<sup>ière</sup> partie (chap.2). Cela nous mènera à étudier l'impact du detuning sur le système, suivi par son étude en polarisation. Le detuning ainsi que l'état de polarisation seront par la suite considérés comme des paramètres expérimentaux, utilisés afin d'évaluer l'évolution du profil complexe des impulsions suivant la dispersion intra-cavité. Enfin, nous terminerons cette partie en présentant les résultats obtenus pour des configurations alternatives à celle du COEO-AM, à savoir le COEO- $\phi M$  et le COEO-AM à cavité étalon.

## 5.1 Mesures du bruit de phase RF

La qualité d'un oscillateur RF est définie par sa capacité à éliminer les composantes en bruit de son spectre de fréquences. Les fluctuations d'amplitudes et de phase du signal ont pour conséquence d'ajouter des composantes au spectre monochromatique d'une oscillation idéale. Les fluctuations d'amplitude

étant en grande partie amoindries sous les effets de saturation des amplificateurs, l'élargissement spectral est majoritairement issu du bruit de phase du signal. La qualité d'un oscillateur RF se mesure donc généralement par l'intermédiaire de son bruit de phase. Le bruit d'amplitude et de phase d'un signal RF v(t) peut être obtenu en partant de l'expression :

$$v(t) = V_0[1 + \alpha(t)]\cos(\omega_m t + \phi(t)) \quad |\alpha(t)| \ll 1 \quad |\phi(t)| \ll 1$$
(5.1)

avec  $V_0$  l'amplitude du signal oscillant,  $\omega_m$  la fréquence d'oscillation,  $\alpha(t)$  le bruit d'amplitude et  $\phi(t)$  le bruit de phase. L'expression (5.1) peut aussi être exprimée en séparant le signal déterministe et le bruit composant v(t). On obtient alors :

$$v(t) = V_0 \cos(\omega_m t) + v_x(t) \cos(\omega_m t) - v_y(t) \sin(\omega_m t)$$
(5.2)

avec  $v_x(t)$  la composante de bruit en phase avec le signal et  $v_y(t)$  la composante en quadrature. Par identification avec (5.1), le bruit d'amplitude  $\alpha(t)$  et le bruit de phase  $\phi(t)$  peuvent être mis en relation avec les composantes du bruit en phase  $(v_x(t))$  et en quadrature  $(v_y)$  par :

$$\alpha(t) = \sqrt{\left[1 + \frac{v_x(t)}{V_0}\right]^2 + \left[\frac{v_y(t)}{V_0}\right]^2} - 1$$
  

$$\phi(t) = \operatorname{atan}\left(\frac{v_y(t)}{V_0 + v_x(t)}\right)$$
(5.3)

Sachant que  $|v_x/V_0| \ll 1$  et que  $|v_y/V_0| \ll 1$ , le développement limité d'ordre 1 de (5.3) nous mène à :

$$\alpha(t) = \frac{v_x(t)}{V_0}$$

$$\phi(t) = \frac{v_y(t)}{V_0}$$
(5.4)

Dès lors, on en déduit que le bruit d'amplitude se mesure à partir de la composante de bruit en phase avec le signal et que le bruit de phase peut être mesuré à partir de la composante en quadrature. Cette opération est réalisée à partir d'un mélangeur et un oscillateur accordable (VCO) selon le diagramme de bloc présenté Fig.5.1a. Afin que le spectre mesuré à l'analyseur ne retranscrive que les variations temporelles de phase du signal mesuré, l'oscillateur local nécessite d'être verrouillé en phase avec le signal au moyen d'unePLL, avec un déphasage de  $\pi/2$  inséré de sorte à réaliser la détection de phase au niveau du mélangeur. La mesure du bruit de phase dépend alors de la qualité de bruit issu de l'oscillateur local utilisé, dont le bruit de phase doit être 10x inférieur à celui mesuré afin d'assurer la fiabilité. La dérive en fréquence (« drift ») du signal mesuré nécessite par ailleurs une source dont l'accordabilité est suffisante pour assurer le bon fonctionnement de la PLL. Afin de s'affranchir de cette contrainte sur l'oscillateur local utilisé, la mesure de bruit de phase peut se faire par auto-référencement par discriminateur analogique à partir d'une ligne à retard (Fig.5.1b). Dans ce cas, le signal entrant est séparé par un diviseur de puissance en deux parties empruntant chacune deux chemins indépendants menant au détecteur de phase. La première est constituée d'un déphaseur RF ajusté de sorte à assurer la quadrature entre les deux signaux entrant dans le mélangeur. La seconde est constituée d'une ligne à retard RF, introduisant un délai permettant la conversion du bruit de fréquence en bruit de phase. En effet, le déphasage entre deux composantes spectrales acquis par propagation dépend du retard  $\tau$  imposé par la distance parcourue ainsi que la différence de constante de propagation (relation de dispersion) :  $\Delta \phi = (\beta_1 - \beta_2)L = (\omega_1 - \omega_2)\tau$ . En supposant que la mesure de détection de phase ait une résolution donnée par  $\delta \phi_{res}$ , la résolution de la mesure est donnée par  $\delta \omega = \frac{\delta \phi_{res}}{K_{\phi} \tau}$ , avec  $K_{\phi}$  la sensibilité du détecteur de phase. La résolution de la mesure sur le bruit de phase proche porteuse sera donc améliorée en augmentant le délai introduit par la ligne à retard, mais reste limitée par les pertes de propagation qui y sont associées.

La mesure du bruit de phase par corrélation croisée à deux canaux, est une technique alternative au verrouillage de phase sur un oscillateur local présenté précédemment. Elle consiste à séparer le signal



(c) Corrélation croisée à deux canaux (d) Corrélation croisée avec étage de conversion

FIGURE 5.1 – Diagrammes de bloques des méthodes de mesures de bruit de phase RF [1], [2]

mesuré suivant deux branches sur lesquelles sera appliqué une détection de phase par verrouillage sur une source locale (Fig.5.1c). Le spectre de bruit de phase obtenu en sortie de chacune de ces branches est ensuite corrélé. Le bruit associé à chacune des deux sources de référence est entièrement décorrélé, l'opération de corrélations participera donc à réduire leur contribution au bruit de phase total. Le bruit issu du signal d'entrée étant partagé entre les deux branches, il ne sera pas affecté par l'opération de corrélation. La réduction des contributions au bruit total des deux oscillateurs locaux, sera d'autant plus importante que le nombre de corrélation effectuée augmente. Les contributions du bruit du signal d'entrée  $N_{DUT}$  et des sources locales  $N_1$  et  $N_2$  au bruit mesuré  $N_{mes}$  après M opérations de corrélation, sont données par :

$$N_{meas} = N_{DUT} + \frac{N_1 + N_2}{\sqrt{M}} \tag{5.5}$$

La précision de mesure par cette approche est alors grandement améliorée comparativement aux techniques présentées précédemment. Augmenter la précision de mesure par le nombre de corrélation entraine cependant l'augmentation de sa durée. La viabilité de la mesure nécessite un signal d'entrée d'autant plus stable que le nombre de corrélations effectuées augmente. Les oscillateurs locaux utilisés par notre analyseur de spectre (Keysight E5052B) ne permettant pas d'assurer la mesure au-delà de 10GHz, un étage de conversion est nécessaire afin de ramener le signal d'entrée dans la gamme de fréquence de mesure de l'analyseur (Fig.5.1d). La séparation du signal en entrée d'étage de conversion est en pratique réalisée par un T-magique.

## **5.2 COEO-AM**

Les résultats expérimentaux présentés tout au long de cette partie ont été obtenus à partir de la configuration du COEO présentée Fig.5.2. La boucle optique est composée d'un amplificateur à semiconducteur dont la caractérisation expérimentale a été présentée chapitre 3, d'un modulateur d'amplitude MZM, d'une ligne à retard optique ainsi que d'un filtre optique à compensation de chirp (CFBG). Un coupleur 50 :50 permet d'alimenter la boucle de contre-réaction RF elle même constituée d'un amplificateur, d'une ligne à retard et d'un résonateur RF. Une ligne à retard optique relie les deux boucles, permettant un effet Vernier afin de faciliter la sélection modale et donc de favoriser la stabilité de l'oscillation. Cette partie sera donc consacrée à l'étude paramétrique expérimentale du spectre de bruit de phase RF et du peigne de fréquence optique du COEO. Le detuning entre les deux boucles, la dispersion chromatique intra et extra-cavité (respectivement  $\beta_{2,\Sigma}$  et  $\beta_{2,\Sigma,1}$ ) ainsi que le type de modulateur utilisé, constitueront le jeu de paramètres considérés pour cette étude. Les composants associés à ces différentes grandeurs seront donc amenés à évoluer, sans modification de leur agencement.



FIGURE 5.2 – Schéma du dispositif COEO expérimental. Les composants utilisés peuvent varier suivant les paramètres du COEO étudiés sans modification de l'agencement des composants. PD : photodiode, ESA : electrical spectrum analyzer.

## 5.2.1 Dimensionnement de la bobine extra-cavité

L'approche analytique proposée par Matsko a mis en évidence qu'une impulsion compressée permettait de réduire le bruit de timing à la photodétection. Une compensation du chirp impulsionnel en sortie de cavité MLL par la dispersion chromatique de la bobine de fibre de l'OEO aurait alors pour conséquence de compresser les impulsions et donc de minimiser le coefficient de diffusion de timing  $D_{\xi\xi}$ . D'autre part, l'étude numérique proposée chapitre3, nous a montré que le bruit de phase du COEO était aussi affecté par le couplage du bruit de timing et de porteuse par la dispersion  $\beta_{2,\Sigma_1}$ . Un changement de position du peigne optique par rapport à la porteuse initialement choisie mène à une modification de la vitesse de groupe de l'impulsion sous effet de dispersion chromatique, changeant par conséquent le délai introduit par la ligne à retard optique de l'OEO (d'une longueur  $L_1$ ). La synchronisation entre le train d'impulsion intra-cavité et le signal de modulation en est alors directement impactée. La porteuse optique étant couplée au timing des impulsions par l'intermédiaire de  $\beta_{2,\Sigma_1}$ , il devient possible de réduire le bruit de phase proche porteuse en appliquant une dispersion  $\beta_{2,\Sigma 1}$  de signe opposé à la dispersion intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma}$ . La dispersion de compensation présente alors deux effets distincts. Le premier mène à une réduction du bruit de phase par compression impulsionnelle ainsi qu'à une réduction du bruit de timing  $D_{\xi\xi}$ . Les conditions optimales permettant de minimiser  $D_{\xi\xi}$  sont obtenues dans le cas d'impulsions à chirp compensées avant photodétection. Le second permet une réduction du bruit de phase par corrélation entre le bruit de timing et le bruit de porteuse optique. Dans les deux cas, la réduction du bruit de phase est permise par une dispersion  $\beta_{2,\Sigma 1}$  de signe opposé à  $\beta_{2,\Sigma}$ , mais leur optimum d'efficacité sur la réduction du bruit de phase peut être atteint à des valeurs différentes et nécessite de vérifier le résultat issu de la combinaison de ces deux effets. Afin de vérifier la dépendance à  $\beta_{2\Sigma 1}$  du bruit de phase du COEO, le CFBG initialement placé dans la cavité optique a été remplacé par un filtre passe-bande optique non-chirpé, et placé avant photo-détection. De cette manière, la dispersion totale  $\beta_{2,\Sigma 1}$  associée à la boucle opto-hyper peut être modifiée pour une ligne à retard  $L_1$  de longueur équivalente. Deux CFBG apportant une dispersion de  $\pm 26 \ ps/nm$  et  $\pm 7 \ ps/nm$  ont ainsi été placés à la suite d'une bobine de fibre DCF de 55 m dans la boucle de opto-hyper (Fig.5.3). L'amplitude des pics de corrélation du bruit



FIGURE 5.3 – a) Évolution du bruit de phase du COEO suivant la dispersion chromatique de la bobine appartenant à l'OEO ( $\beta_{2,\Sigma1}$ ) à longueur de bobine équivalente ( $L_1 = 55 m$  DCF). La dispersion  $\beta_{2,\Sigma1}$  est variée à l'aide des deux CFBG apportant chacun  $\pm 33 ps^2$  et  $\pm 8.9 ps^2$ . Un filtre optique non-chirpé est inséré dans la cavité afin de stabiliser le peigne optique. La dispersion  $\beta_{2,\Sigma}$  est alors uniquement fixée par les 400 m de fibre SMF, soit  $\beta_{2,\Sigma} = -9.63 ps^2$ . b) Bruit de phase simulé à 1 kHz (carrés violets) et 150 kHz (cercles oranges) de la porteuse. Le niveau de puissance RF associé au bruit de phase mesuré et simulé étant différent, un offset entre les valeurs simulées et mesurées est visible sur les niveaux de bruit de phase à 1 kHz et 450 kHz. Le bruit mesuré pour  $\beta_{2,\Sigma1} = -26.73 ps^2$  nous indique que le peigne est instable. Ce comportement était attendu du fait que l'on a  $\beta_{2,\Sigma1}$  et  $\beta_{2,\Sigma}(= -9.5ps^2)$  de même signe avec  $|\beta_{2,\Sigma1}| \gg |\beta_{2,\Sigma}|$ . Afin de couvrir numériquement l'intégralité de l'intervalle de dispersion présenté, les effets de  $\beta_{2,\Sigma1}$  n'ont été pris en compte qu'au niveau du bruit de phase, une dispersion  $|\beta_{2,\Sigma1}| > 9.5 ps^2$  menant à un peigne de fréquence instable.

de phase mesurée à 450 kHz complétée avec les résultats numériques, nous indique que l'amplitude décroît de manière monotone pour  $\beta_{2,\Sigma} \rightarrow 0^- ps^2$ , puis rencontre un minimum local autour des faibles valeurs de dispersion anormale avant de croître progressivement avec  $\beta_{2,\Sigma1}$ . Les tendances pour le bruit de phase à 1 kHz obtenues numériquement comme expérimentalement nous indiquent donc une hausse du bruit de phase sous le régime de dispersion anormal. Le bruit de phase mesuré pour une dispersion  $\beta_{2,\Sigma1} = -26.76 \ ps^2$ , nous indique la présence d'un peigne de fréquence instable de par la « bosse » observée proche porteuse. Ceci est en cohérence avec les résultats numériques présentés précédemment, nous indiquant que l'oscillation du COEO devenait instable sous condition que les dispersions intra et extra cavité soient de même signe et que  $|\beta_{2,\Sigma1}| \gg |\beta_{2,\Sigma}|$  (sachant que  $\beta_{2,\Sigma} = -9.5 \ ps^2$ ). Afin de pouvoir couvrir l'ensemble de l'intervalle de dispersion extra-cavité présenté, les mesures ont donc été réalisées en considérant uniquement les effets de  $\beta_{2,\Sigma1}$  sur le bruit de phase, sans prendre en considération ses effets sur la synchronisation. Des résultats numériques considérant ces deux composantes ont notamment été présentés dans la partie dédiée au traitement numérique du bruit de phase du COEO. Malgré cette approximation, les tendances observées numériquement sont retrouvées expérimentalement. Sous le régime de dispersion normal, le bruit de phase proche porteuse (f = 10 Hz) ainsi que l'amplitude des pics de corrélation, présentent tous deux un minimum local à  $\beta_{2,\Sigma} = 20 \text{ ps}^2$ . Ces tendances sont respectées expérimentalement ce qui confirme l'existence d'une valeur optimale de dispersion normale en vue d'une réduction du bruit de phase. Un écart subsiste entre la mesure et la simulation en ce qui concerne le maximum local de bruit de phase observable expérimentalement à 1 kHz, qui suit les variations de l'amplitude des pics de corrélation. Cette différence peut s'expliquer par la sous-estimation du coefficient de diffusion de porteuse optique dont les variations suivent celles du facteur de qualité  $Q_{-}$ au même titre que l'amplitude des pics de corrélation (voir chap.3, section 4). La différence de nature de filtre entre la simulation (gaussien) et l'expérience (flat-band) peut expliquer cette différence.

Les mesures expérimentales confirment donc les tendances observées numériquement à savoir qu'une dispersion de compensation de signe opposé à celle intra-cavité mène à une réduction du bruit de phase du COEO. En pratique, la dispersion de compensation est le plus souvent apportée par la ligne à retard de l'OEO, sans compensation de chirp par CFBG. La dispersion de compensation est alors ajustée en modifiant la longueur de bobine et/ou sa nature. La courbe de bruit de phase se trouve alors modifiée par le surplus de dispersion chromatique ainsi que par l'ajout de longueur. Par ailleurs, l'étude numérique du bruit de phase suivant  $L_1$  nous a indiqué que le rapport  $L_1/L_2$  affectait notamment l'amplitude des pics de corrélation. Cet effet a pu être vérifié expérimentalement en modifiant la longueur de la bobine  $L_1$  pour une bobine de fibre intra-cavité d'une longueur constante  $L_2 = 400 m$  SMF. On retrouve



FIGURE 5.4 – a) Évolution du bruit de phase mesuré du COEO suivant la longueur de bobine de fibre SMF  $L_1$  appartenant à l'OEO, pour une longueur intra-cavité de  $L_2 = 400 m$ . Le rapport  $L_1/L_2$  impacte l'évolution des pics de corrélation de bruits. Le bruit proche porteuse évolue suivant la valeur de dispersion chromatique apportée par la bobine  $L_1$ . b) Évolution du bruit de phase simulé du COEO suivant les mêmes longueurs de bobine  $L_2$  et  $L_1$  à dispersion chromatique  $\beta_{2,\Sigma}$  équivalente.

alors les effets de corrélation de bruit observés numériquement à savoir qu'un rapport  $L_1/L_2 = 1$  induit une décroissance de l'amplitude des trois premiers pics de corrélation de bruit Fig.5.4). Un rapport  $L_1/L_2 = 1/2$  impose alors un maximum tous les deux pics, tandis qu'un rapport  $L_1/L_2 = 1/3$  impose un maximum tous les trois résonances. Les harmoniques d'ordres supérieurs étant plus sensibles aux variations du rapport  $L_1/L_2$ , les différences observées pour les résonances d'ordre  $N \ge 4$  sont issues de l'incertitude sur la mesure des longueurs de bobines  $L_2$  et  $L_1$  ne faisant que rapprocher les rapports 1/1, 1/2 et 1/3 simulés. D'une manière générale, plus le dénominateur du rapport  $L_1/L_2$  est élevé, plus le nombre de résonances corrélées se réduit, entrainant une diminution de l'amplitude des pics de corrélations apparaissant au-dessus du plancher de bruit.

La bobine de fibre  $L_1$  porte donc deux effets distincts, bien que simultanés, sur le bruit de phase du COEO. Le premier est issu de sa dispersion chromatique et a pour effet de réduire le bruit de timing  $D_{\xi\xi}$  par compensation du chirp et la compression des impulsions qu'elle induit. Elle impose aussi une corrélation du bruit de porteuse et de timing, menant à une réduction du bruit de phase du COEO en cas de compensation de chirp (ie sous condition que  $sign(\beta_{2,\Sigma,1}) = -sign(\beta_{2,\Sigma})$ ). Une dispersion extra-cavité  $\beta_{2,\Sigma_1}$  de signe opposé à  $\beta_{2,\Sigma}$  permet, par le même occasion, de stabiliser l'oscillation du COEO. Le second effet provient du rapport de longueur des cavités (conditions de synchronisation) affectant l'amplitude des résonances observables sur le bruit de phase du COEO. Une réduction du rapport  $L_1/L_2$  a alors pour effet d'atténuer l'amplitude des pics de corrélation. La bobine extra-cavité doit alors être déterminée de sorte à faciliter le verrouillage, tout en réduisant autant que possible l'amplitude des résonances sur le bruit de phase.

## 5.2.2 Dépendance au désaccord de fréquence (detuning)

Expérimentalement, le detuning est modifié à l'aide d'une ligne à retard RF localisée dans la boucle de contre-réaction. Le délai introduit par la ligne à retard est alors uniquement perçu par l'onde RF circulant dans l'OEO et de ce fait participe au décalage temporel du train d'impulsion de la cavité MLL par rapport au signal RF de modulation. Pour un detuning nul ( $\Delta f_{RF} = 0 \, kHz$ ), l'impulsion optique est décalée vers le front montant de l'impulsion sous l'effet de la saturation dynamique du SOA. 'A detuning négatif ( $\Delta f_{RF} < 0$ ), l'impulsion sera donc d'autant plus avancée vers le font montant du signal modulant, entrainant un surplus de pertes. À l'inverse un detuning positif ( $\Delta f_{RF} > 0$ ) permet de compenser le décalage induit par l'amplificateur, permettant une réduction des pertes perçues par l'impulsion. L'évolution des pertes de modulation suivant le detuning impacte donc le niveau d'énergie des impulsions intra-cavité ainsi que le niveau de puissance du signal RF porté par ce train d'impulsion. Les résultats de simulation d'un COEO-AM pour une dispersion intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma} = -5 ps^2$  (équivalent à une dispersion intra-cavité de  $\beta_{2,fibre} = -9ps^2$ ) pour 422m de SMF28 compensée par  $\beta_{2,CFBG} = +4ps^2$  apportée par le CFBG) est présentée Fig.5.6a pour différentes valeurs de detuning.  $E_p$  atteint sa valeur maximale pour



FIGURE 5.5 – Profil temporel pour un COEO d'une dispersion intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma} = -5 ps^2$  pour deux valeurs de detuning  $\Delta f_{RF} = -10 kHz$  (traits pleins) et  $\Delta f_{RF} = 30 kHz$  (pointillés). La position de l'impulsion par rapport à la porte de modulation  $T_{MZM}(t)$  (bleue) donne une estimation de l'impulsion côté front montant de  $T_{MZM}$  est contraint par le surplus de gain issu de la saturation dynamique du SOA favorisant le décalage de l'impulsion vers les temps négatif. L'axe des temps est défini par rapport au timing du signal RF modulant.

une impulsion localisée au centre de la porte de modulation du MZM et tend à diminuer lorsque l'impulsion se décale vers le front montant ( $\Delta f_{RF} < 0$ ) ou le front descendant ( $\Delta f_{RF} > 0$ ) de  $T_{MZM}(t)$ . Le detuning a aussi pour conséquence de modifier les propriétés des impulsions. La porteuse du peigne de fréquence ( $\Omega_p$ ) combinée à la dispersion chromatique de la cavité, induit un délai supplémentaire utilisé comme degré de liberté afin de faciliter la synchronisation entre les deux boucles. Elle sera donc adaptée en vue de compenser la contrainte apportée par le detuning. En prenant le maximum de transmission du MZM comme référence de temps, le retard induit par le décalage de porteuse  $\Omega_p$  du train d'impulsion par rapport au signal RF modulant est donné par :  $\Delta \xi = (\beta_{2,\Sigma} - \beta_{2,\Sigma,1})\Omega_p$ . Les résultats numériques présentés prennent alors en considération une dispersion extra-cavité anormale  $(\beta_{2,\Sigma,1} = -4.3 \ ps^2$ , soit une dispersion équivalente à 200 m de SMF28) telle que la différence  $\beta_{2,\Sigma} - \beta_{2,\Sigma,1}$  soit suffisamment faible pour permettre un verrouillage. La compensation d'un detuning positif se fera donc par un décalage de porteuse positif ( $\Delta \Omega_p > 0$ ), et celle d'un detuning négatif par un décalage négatif. La position du peigne de fréquence  $(\Omega_p)$  évolue donc suivant une pente croissante avec le detuning (fig.5.6). Dans le cas d'une dispersion anormale les pertes perçues par le front montant du signal modulant affecteront principalement les grandes longueurs d'onde qui y sont localisées, ce qui aura pour effet de favoriser l'égalisation des amplitudes modales et donc d'augmenter la largueur spectrale  $\Omega_2$ . On observe alors un étalement du spectre optique avec l'accentuation des pertes induites par detuning négatif (Fig.5.6b), ayant pour conséquence d'accentuer les pertes induites par le filtre optique. L'accentuation simultanée des pertes de modulation et de filtrage imposent alors une augmentation des facteurs de qualité  $Q_+$  et  $Q_-$ , entrainant une amélioration globale du bruit de phase du COEO (Fig.5.8a). La mesure du niveau



FIGURE 5.6 – a) Simulation de l'énergie impulsionnelle ainsi que la puissance RF d'un COEO-AM oscillant à 10 GHz pour une dispersion intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma} = -5 \ ps^2$  suivant le detuning  $\Delta f_{RF}$ . Les courbes présentées couvrent l'ensemble de la bande de verrouillage de l'oscillateur. b) Évolution de la position du peigne de fréquence  $\Omega_p$  simulée et de sa largeur  $\Omega_2$  suivant  $\Delta f_{RF}$ .

de puissance RF et du spectre optique du train d'impulsion intra-cavité suivant le detuning a été réalisée pour une COEO avec CFBG apportant une dispersion de bordure de filtre avoisinant les  $4.5 \ ps^2$  et 400 m de fibre SMF, pour une dispersion globale de  $\beta_{2,\Sigma} \sim -4.14 \ ps^2$ . La bobine de compensation de dispersion est constituée quant à elle de 200 m de fibre SMF ( $\beta_{2,\Sigma 1} = -4.32 \ ps^2$ ). Le délai ajouté par le déphaseur RF est ensuite ajusté autour d'un état stable du peigne optique expérimental. On retrouve le comportement observé par simulation, avec une réduction du niveau de puissance RF, un étalement du peigne de fréquence à mesure que l'on se rapproche des bords de la bande de verrouillage, ainsi que le décalage de porteuse optique vers les courtes longueurs d'onde avec l'augmentation du detuning (Fig.5.7). L'évolution du signal déterministe du COEO suivant  $\Delta f_{RF}$  confirme l'augmentation des pertes par modulation et filtrage. Le bruit de phase simulé et mesuré (Fig.5.8b) suit l'évolution inverse de la puissance RF sur l'intervalle  $\Delta f_{RF} \in [0, 30] \ kHz$ . Le facteur de qualité  $Q_+$  étant inversement proportionel aux pertes induites par modulation (et donc à la puissance RF de modulation), la réduction du bruit de phase observée est cohérente avec l'augmentation du facteur de qualité  $Q_+$  aux bords de la bande de verrouillage. La réhausse de bruit observée à la limite de verrouillage (pour  $\Delta f_{RF} < 0 \ kHz$ ) est associée à la dégradation du facteur de qualité  $Q_{-}$  due à l'accentuation des pertes issues du filtre optique à mesure que  $\Omega_2$  augmente. Un detuning en bordure de bande de verrouillage semble donc favoriser la réduction du bruit de phase de l'oscillateur.



FIGURE 5.7 – a) Mesure du niveau de puissance RF et d'énergie impulsionnelle suivant le detuning. b) Évolution de la porteuse optique  $\Omega_p$  et de la largeur du spectre optique  $\Omega_2$  mesurées.



FIGURE 5.8 – Simulation (a) et mesure (b) du bruit de phase du COEO à 1 kHz de la porteuse ainsi que l'amplitude des pics des corrélation suivant  $\Delta f_{RF}$  pour une dispersion intra-cavité de  $\beta_{2,\Sigma,exp} = -4.32 \ ps^2$  (avec incertitude CFBG) et  $\beta_{2,\Sigma,sim} = -5 \ ps^2$ .

## 5.3 Dépendance à la polarisation

#### 5.3.1 Modélisation de la PMD

La dispersion de polarisation (PMD) est le plus souvent modélisée à partir des états principaux de polarisation. On définit alors le vecteur PMD dans l'espace de Stokes par :

$$\tau = \Delta \tau \hat{p} \tag{5.6}$$

où  $\Delta \tau$  représente la différence du retard de groupe (DGD) entre les deux états principaux de polarisation (état propre de polarisation) et  $\hat{p}$  le vecteur unitaire dans l'espace de Stokes orienté suivant la direction du PSP présentant le plus faible retard de groupe (avec pour convention un repère dans l'espace de Stokes présentant  $S_3$  comme polarisation circulaire droite). Le vecteur PMD est donc une propriété du composant optique considéré, permettant de déterminer l'évolution du vecteur de polarisation du signal optique  $\hat{t}$  dans l'espace de Stokes. Si on se limite à la PMD d'ordre 1, l'évolution suivant la longueur d'onde du vecteur de polarisation du signal optique est donnée par :

$$\hat{t}_{\omega} = \frac{d\hat{t}}{d\omega} = \tau \times \hat{t}$$
(5.7)

Le vecteur de polarisation réalisera donc un mouvement de précession autour de  $\hat{\tau}$  dans le cas où l'état de polarisation du signal optique ne serait pas aligné suivant le PSP lent du composant. Hormis les fibres PM pour lesquelles la biréfringence est maintenue constante tout le long de la fibre, l'orientation et la norme du vecteur PMD peuventt être amenées à évoluer au cours de la propagation. L'évolution de  $\tau$  le long de la fibre est alors donnée par [3] :

$$\frac{d\tau}{dz} = \frac{d\beta}{d\omega} + \beta \times \tau \tag{5.8}$$

avec  $\beta$  le vecteur biréfringence, dont la norme  $\Delta\beta$  est proportionnelle à la différence d'indice de réfraction  $\Delta n$  et à la direction orientée suivant l'axe de biréfringence. En prenant comme référence de fréquence la porteuse  $\omega_0$  du signal optique, l'équation (5.8) devient alors :

$$\frac{d\tau'}{dz} = \beta'_{\omega} + (\beta' - \beta'_0) \times \tau' = \beta'_{\omega} + \Delta\omega\beta'_{\omega} \times \tau'$$
(5.9)

avec  $\Delta \omega = \omega - \omega_0$  et  $\tau'$ ,  $\beta'$  le vecteur PMD et le vecteur biréfringence exprimés dans ce nouveau repère. L'équation (5.9) peut ensuite être utilisée afin de modéliser le bruit de polarisation. Un traitement analytique est notamment possible en considérant le cas d'un laser monomode ( $\Delta \omega = 0$ ) exposé à un bruit blanc de biréfringence :

$$\begin{cases} \langle \beta_{\omega_i}(z) \rangle = 0\\ \langle \beta_{\omega_i}(z) \beta_{\omega_j}(z) \rangle = \frac{1}{3} D\delta(i,j)g(z'-z) \end{cases}$$
(5.10)

avec D le coefficient de diffusion du bruit considéré et g(z' - z) une fonction symétrique normalisée déterminant la longueur de cohérence du signal telle que :

$$L_{c} = \int_{-\infty}^{+\infty} |z' - z| g(z' - z) dz'$$
(5.11)

Les mesures d'auto-corrélation du spectre optique sont souvent approximées par une exponentielle, menant à une fonction g de la forme :  $g(z) = (1/(2L_c)) \exp(-|z'-z|/L_c)$ . On obtient alors [4], [5] :

$$\frac{d\tau}{dz} = \beta_{\omega}$$

$$\frac{d}{dz}\tau^{2} = 2\tau.\beta_{\omega}$$

$$\frac{d}{dz}\langle\tau^{2}\rangle = 2D\int_{0}^{z}g(z'-z)dz' = D[1 - \exp(-z/L_{c})]$$

$$\langle\tau^{2}\rangle = D[z - L_{c}(1 - \exp(-z/L_{c}))]]$$
(5.12)

L'expression de  $\langle \tau^2 \rangle$  nous indique donc que le bruit de PMD devient d'autant plus important que la longueur de fibre augmente et reflète l'accumulation des effets de perturbations de biréfringence perçue par le signal optique au cours de sa propagation. Une fibre à haute biréfringence telle que la fibre PMF, sera donc susceptible d'ajouter une contribution de bruit du fait de la PMD. L'extension de la largeur des spectres optiques issus de la cavité MLL du COEO augmentant avec la fréquence d'oscillation RF, les effets de dispersion de polarisation d'ordre 2 peuvent devenir non négligeables et doivent être pris en considération en introduisant une dépendance à la longueur d'onde du vecteur PMD [6] :

$$\tau(\omega_0 + \Delta\omega) = \tau(\omega_0) + \tau_\omega(\omega_0)\Delta\omega + \dots$$
  
$$\tau_\omega = \frac{d\tau}{d\omega} = \Delta\tau_\omega \hat{p} + \Delta\tau \hat{p}_\omega$$
 (5.13)

La PMD d'ordre 2 ( $\tau_{\omega}$ ) présente donc deux contributions. La première concerne la dispersion chromatique de polarisation (PCD), issue de la différence de dispersion chromatique associée à chacun des PSP, et qui mène à la variation de norme du vecteur  $\tau : \Delta \tau_{\omega}$ . La seconde contribution concerne la dépolarisation des PSP, c'est-à-dire le changement d'orientation du vecteur PMD :  $\Delta \hat{p}_{\omega}$  suivant la longueur d'onde. La dépolarisation est le plus souvent le facteur prédominant sur la dispersion d'ordre 2 de polarisation. La bande passante des PSP se définit comme l'intervalle de fréquence sur lequel le vecteur PMD reste raisonnablement constant et peut être déterminé à partir de la relation [7], [8] :

$$\Delta\omega_{PSP}.\overline{\Delta\tau} = \frac{\pi}{4} \tag{5.14}$$

où  $\overline{\Delta\tau}$  est la DGD<sup>1</sup> moyenne de la fibre. La fibre PMF à notre disposition ayant une biréfringence de  $B = 3.10^{-4}$ , on obtient un DGD de 1 ps, ce qui nous mène à une bande passante :  $\Delta\nu_{PSP} = 125 \,GHz$  soit l'équivalent de 12 modes dans le cas d'une oscillation à  $10 \,GHz$  du COEO. On peut donc raisonnablement considérer que les effets de dispersion de polarisation d'ordre 2 sur le comportement déterministe du spectre optique restent faibles dans le cas d'une oscillation à  $10 \,GHz$ , au contraire d'une oscillation à  $30 \,GHz$  (suivant la valeur de dispersion intra-cavité considérée). Statistiquement, deux PSP sont considérés comme totalement décorrélés dans le cas où  $\Delta\omega > 6\Delta\omega_{PSP} \sim 750 \,GHz$ . On peut alors approximativement distinguer trois gammes de fréquences d'oscillation RF pour lesquelles on peut associer un comportement de PMD différents :

- 1.  $\omega_m < 30 \ GHz$ : les PSP de la fibre PMF sont maintenus sur l'ensemble du spectre optique. Les effets de PMD d'ordre 2 sont alors négligeables
- 2.  $\omega_m \in [30 \ GHz, 70 \ GHz]$  : les PSP évoluent suivant la fréquence du mode considéré et restent corrélés entre eux.
- 3.  $\omega_m > 70 \ GHz$ : les PSP évoluent suivant la fréquence tout en étant décorrélés.

Les cas 2) et 3) laissent alors place à une contribution au bruit de polarisation issue de la PMD d'ordre 2. Des effets de corrélation de bruit peuvent notamment être attendus pour le second cas.

Un COEO à maintien de polarisation a donc été mis en place et ses performances en bruit de phase ont été comparées avec celles obtenues pour un COEO à bobine de fibre SMF (avec contrôleur de polarisation). D'une manière générale le bruit de phase s'est avéré se dégrader avec la longueur de bobine de fibre PMF. En supposant les effets de corrélation issus de la PMD comme négligeables, le surplus de bruit observé est alors majoritairement issu de l'échange de puissance entre les PSP de la PMF (aussi appelée « cross-talk ») combiné au bruit de biréfringence de la fibre. En effet, l'équation (5.12) nous a notamment montré qu'un bruit blanc de biréfringence pouvait induire une fluctuation du temps de parcours de la cavité optique. Ces fluctuations peuvent donc être associées à un bruit de timing affectant directement le bruit de phase RF. Enfin, le cross-talk entre les deux PSP imposent un surplus de RIN converti en bruit de timing par la saturation dynamique du SOA et en bruit de phase RF par la photodiode. Le cross-talk et le bruit de biréfringence (eq.5.12) étant tout deux dépendants de la longueur de fibre parcourue, leur contribution sera d'autant plus importante que la fibre PMF sera longue (Fig.5.9).

#### 5.3.2 COEO avec SMF et contrôleur de polarisation

En plus du déphaseur RF et du courant d'injection du SOA, le contrôleur de polarisation (CP) en entrée de MZM est utilisé comme paramètre expérimental afin de faciliter le verrouillage du COEO. Il permet de modifier la polarisation de la porteuse optique incidente au niveau du MZM. A la différence d'un polariseur, le contrôleur de polarisation effectue une rotation sur la sphère de Poincaré du vecteur de Stokes, dont l'angle est déterminé par les contraintes mécaniques appliquées sur la fibre du CP (adaptables par les « oreilles de mickey » du CP). L'état de polarisation en sortie du CP dépend donc du SOP<sup>2</sup> de la lumière à son entrée et constitue de ce fait un potentiel degré de liberté de la boucle

<sup>1.</sup> Differential Group Delay

<sup>2.</sup> State of Polarization



FIGURE 5.9 – a) Spectres optiques du COEO à 30 GHz mesurés pour 200 m puis 400 m PMF et comparés au spectre du COEO pour 200 m SMF. b) Spectre de bruit de phase associé à chacune de ces configurations. On observe une réduction du bruit de phase avec celle de la longueur de fibre, malgré la diminution du facteur de qualité passif de la ligne à retard optique. Ce surplus de bruit est issu du cross-talk entre les deux polarisations orthogonales de la fibre, renforcé par la longueur de fibre [9].

optique qu'il convient de prendre en compte afin d'en estimer l'impact sur l'état stationnaire obtenu. Le SOA et le MZM sont les deux éléments de la boucle optique présentant une dépendance significative à la polarisation de la lumière. Le SOA accorde un gain différent aux modes TE et TM de son guide d'onde optique rectangulaire, considérés dès lors comme les axes principaux de polarisation de l'amplificateur. Ces modes TE et TM sont couplés aux axes lent et rapide de la fibre à maintien de polarisation (PMF<sup>3</sup>) placée en entrée et en sortie du SOA. De la même manière les axes principaux du tenseur électro-optique du cristal  $LiNbO_3$  constituant le MZM, sont couplés aux axes lent et rapide de la fibre PMF. En conséquence, chacun de ces axes percevra un  $V_{\pi}$  différenciant leur efficacité de modulation. Les axes lents et rapides de la fibre PMF constituent alors les deux états principaux de polarisation de la boucle optique. L'extinction de polarisation du SOA (18 dB) associé à un gain maximal de 27 dB suivant l'axe lent, nous assure qu'aucune oscillation ne peut être obtenue suivant l'axe rapide du système (les pertes statiques de la boucle avoisinant les 14 dB pour les deux axes). Par précaution, deux isolateurs PMF à axe rapide bloqué ont été placés en amont et en aval du SOA. Une grande diversité de spectres optiques sont alors accessibles sous ces conditions en adaptant le contrôleur de polarisation, donnant notamment lieu à une extension du spectre optique. Le spectre red-shift habituellement obtenu sous les conditions de verrouillage de phase du COEO par simulation, laisse place à un spectre symétrisé obtenu sous condition d'un fort detuning (Fig.5.10). La dispersion intra-cavité normale ( $\beta_{2,\Sigma} > 0$ ) a pour effet de produire un chirp positif sur le profil impulsionnel, venant localiser les grandes longueurs d'ondes sur le front montant de l'impulsion. Ces composantes spectrales sont alors favorisées par effet de saturation dynamique du SOA. Appliquer un detuning négatif ( $\Delta f_{RF} < 0$ ) permet alors d'accentuer les pertes perçues par le côté rouge du peigne de fréquence du fait que la majeure partie de la puissance optique se localise sur le front montant de l'impulsion. Les pertes par modulation viennent alors compenser le redshift induit par la non-linéarité du SOA (chap.3). Les modes localisés sur le côté rouge du spectre sont alors moins puissants à l'état stationnaire, réduisant leur contribution à la saturation du SOA. On obtient une meilleure répartition de la puissance sur l'ensemble du peigne, entrainant la formation de spectre large et quasi-symétrique (Fig.5.11). Cet élargissement peut ensuite être accentué en ajustant le V<sub>bias</sub> du MZM. En effet, comme présenté section 3.2, un  $V_{bias}$  proche du  $V_{\pi}$  améliore l'efficacité de modulation du MZM à la fréquence fondamentale. Reste qu'elle entraine un surplus de pertes statiques nécessitant un gain petit signal optique suffisant afin de compenser les pertes induites. Sous ces conditions, on observe un élargissement prononcé du peigne optique ainsi qu'une réduction significative du bruit de phase. Une figure d'interférence se forme alors du côté bleu du spectre, issue de l'émergence conjointe d'une impulsion principale et satellite en opposition de phase. La rampe de fréquence instantanée de

<sup>3.</sup> Polarization Maintaining Fiber



FIGURE 5.10 – Spectres optiques et de bruit de phase comparant les spectres obtenus sous l'effet du contrôleur de polarisation (CP) et sous effet de l'atténuateur variable (att). Les spectres initiaux ont été obtenus pour une configuration de COEO identique et se différencient par le detuning entre les deux boucles. Ce detuning est modifié en ajustant le déphaseur RF (symétrisé : 1.a-b, red-shift : 2.a-b). Les pertes optiques et le detuning associés à chacun de ces spectres sont simultanément variés en ajustant le CP placé en amont d'un polariseur en ligne (axe lent passant). Les performances en bruit de phase et la forme des spectres red-shift et symétrisés sont aussi comparés (spectres noirs).

l'impulsion satellite interférant avec celle de l'impulsion principale, on obtient la formation d'une figure d'interférence localisée côté bleu du spectre optique du fait des fortes valeurs de fréquences instantannées impliquées. Ce comportement caractérise l'utilisation d'un  $V_{bias}$  proche du  $V_{\pi}$  et permet d'étaler la puissance optique dans le domaine spectral (Fig.5.12). Le spectre optique élargi ainsi obtenu, permet de réduire l'efficacité de conversion du bruit de porteuse optique vers le bruit de timing tout en réduisant les sources de bruit de timing optique en favorisant la formation d'impulsions courtes (eq.4.16, chap.4). On observe alors une nette réduction de la contribution du bruit optique sur le bruit de phase total, dont les effets sont visibles dans la zone de transition entre le bruit proche porteuse et haute fréquence, ie dans le domaine fréquentiel  $f \in [100 \, Hz, 100 \, kHz]$  (chap.4). Ce procédé nous permet alors d'obtenir une nette amélioration du bruit de phase à 1 kHz avoisinant désormais les -120 dBc/Hz (Fig.5.13). L'étalement spectral menant à cette réduction significative du bruit de phase par ajustement du detuning, est une spécificité du régime de dispersion normale. En effet, une dispersion intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma} < 0$  impliquerait de localiser les grandes longueurs d'onde sur le front descendant, moins puissants du fait de la saturation dynamique du SOA. Les pertes affectées côté rouge du spectre par combinaison d'un detuning positif  $(\Delta f_{RF} > 0)$  et modulation d'amplitude, ne permettront pas de compenser efficacement le red-shift issu de la non-linéarité du SOA, laissant par conséquent la formation d'un spectre asymétrique favorisant les grandes longueurs d'ondes.

Dans ce contexte, le contrôleur de polarisation utilisé expérimentalement joue un rôle double : le premier concerne le detuning de l'oscillateur, issu du changement d'indice de réfraction par contrainte mécanique appliquée par le CP suivant l'axe lent (ie l'état de polarisation suivant lequel l'oscillation optique opère). Par ailleurs, en modifiant la biréfringence de la fibre, le CP modifie le SOP, couplant ainsi une partie de la puissance optique suivant l'axe rapide. La puissance optique couplée suivant cet axe sera par la suite dissipée par les isolateurs à axe rapide bloqué. De ce fait en ajustant le SOP à l'aide



FIGURE 5.11 – a) Spectre optique symétrique simulé du COEO pour une dispersion intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma} = 10.16 \ ps^2$  et pour un detuning à la limite de la bande de verrouillage  $\Delta f_{RF} = -12 \ kHz$ . Le spectre optique expérimental (en rouge) a été obtenu avec CFBG ( $\beta_{2,\Sigma|exp} = 0.5 \ ps^2$ ). Le spectre expérimental a été décalé en longueur d'onde et en puissance de sorte à comparer sa forme spectrale avec celle obtenue par simulation. La différence d'ISL entre les deux spectres est due à l'utilisation d'un résonateur RF centré sur 10.29 GHz, par rapport aux 10 GHz considérés par simulation. b) Profil impulsionnel associé au spectre simulé auquel est ajouté le profil de modulation du MZM (normalisé par rapport au profil d'intensité optique).



FIGURE 5.12 – a) Spectre optique mesuré (rouge) et simulé (noir) du COEO sous condition de dispersion normale ( $\beta_{2,\Sigma} = 2.5 \ ps^2$ ), un detuning négatif ( $\Delta f_{RF,sim} = -10 \ kHz$ ) et pour  $V_{bias} = 0.7V_{\pi}$ . b) Profil temporel des impulsions simulées associées au spectre optique présenté figure a). Les spécificités des spectres expérimentaux ont pu être retrouvées par simulation avec la formation d'une figure d'interférence côté bleu du spectre ainsi qu'une forte atténuation du red-shift.

du CP, on est capable de modifier les pertes par tour de cavité optique et par conséquent de réaliser la fonction d'un atténuateur variable. Le CP permet alors de modifier le detuning de sorte à localiser les pertes de modulation sur le côté rouge du spectre, tandis que l'atténuateur variable permet de réguler la puissance optique circulant dans la cavité et donc la non-linéarité du SOA. On peut alors réduire le red-shift du SOA en ajustant les pertes de sorte à faciliter sa compensation par modulation d'amplitude sous condition de detuning négatif. De ce fait, les résultats expérimentaux obtenus à l'aide du CP ont pu être reproduits à l'aide d'un atténuateur variable optique et en ajustant le detuning grâce au déphaseur RF (Fig.5.10). La bobine de fibre SMF ne permettant pas le maintien de la polarisation, le CP en sortie de bobine est aussi utilisé afin de corriger d'éventuelles fluctuations de polarisation perçues lors du parcours de la ligne à retard optique. La combinaison d'un miroir de Faraday et d'un séparateur de polarisation (PBS<sup>4</sup>) permet de réaliser cette fonction (Fig.5.14) [10]. La rotation de polarisation de  $\pi/2$ 

<sup>4.</sup> Polarization Beam Splitter



FIGURE 5.13 – a) Spectres optiques expérimentaux du COEO pour  $\Delta f_{RF} = 0$  (noir),  $\Delta f_{RF} < 0$  (bleu) ainsi que la combinaison  $V_{bias} = 0.7V_{\pi}$  et  $\Delta f_{RF} < 0$  (rouge). Les bruits de phase associés à chacun de ces spectres sont présentés Fig.b).



FIGURE 5.14 – Dispositif COEO avec correction de fluctuation de polarisation par combinaison d'un miroir de Faraday (FRM) et d'un séparateur de polarisation (PBS). Les pertes et detuning précédemment modifiés par le CP sont ici adaptés à l'aide d'un atténuateur variable (ATT) et du déphaseur RF.

effectuée par le miroir de Faraday est ici exploitée afin d'obtenir lors du trajet retour après réflexion, une polarisation orthogonale à celle du trajet aller. De ce fait toutes les modifications du SOP issues d'éventuelles fluctuations de biréfringence perçues lors du trajet aller seront corrigés lors du trajet retour (sous condition que le temps de parcours de la ligne à retard optique  $T_r \simeq 2\mu s$  soit bien inférieur aux constantes de temps associées aux fluctuations de biréfringence issues de processus thermiques et mécaniques). De cette manière l'ensemble des fonctions du CP est réalisé, permettant d'obtenir un dispositif COEO compact, dont le verrouillage ne nécessite pas d'ajustement d'une variable difficilement mesurable et contrôlable expérimentalement (à savoir l'état de polarisation).

## 5.4 Dépendance à la dispersion chromatique intra-cavité

L'étude numérique du système nous a indiqué l'importance de la dispersion chromatique sur les performances en bruit de phase du COEO. Les coefficients de diffusion du bruit de timing et du bruit de porteuse dépendent tous deux de l'énergie impulsionnelle ainsi que respectivement la largeur temporelle et la largeur du spectre optique ( $D_{\xi\xi} = \frac{\tau_p^2}{2E_p}$ ,  $D_{\Omega\Omega} = \frac{\Delta\omega^2}{2E_p}$ ). Le bruit de timing étant prédominant sous

condition d'une parfaite synchronisation, la réduction de la largeur impulsionnelle observée autour du zéro de dispersion entraine donc une amélioration du bruit de phase RF de l'oscillateur. La SAM/SPM induite par le SOA, impose par ailleurs une dissymétrie de l'évolution de  $\tau_p$  et  $\Delta \omega$  suivant  $\beta_{2,\Sigma}$ . De plus fortes valeurs de chirp et une largeur impulsionnelle réduite seront ainsi observées sous le régime de dispersion anormale. Il devient alors possible de recompresser les impulsions avant photo-détection afin de réduire leur largeur temporelle et donc le bruit de timing associé, au moyen de la bobine de recompression  $\beta_{2,\Sigma 1}$ . Une faible dispersion anormale favoriserait donc la réduction du bruit de phase du COEO. Afin de le vérifier expérimentalement, il nous faut donc obtenir le profil temporel complexe des impulsions optiques, nécessitant par conséquent la mesure du profil d'intensité et de la phase du signal.

## 5.4.1 Approche Stepped-Heterodyne

La reconstitution du profil de phase peut tout d'abord se faire par auto-référencement (autocorrelateur [11], FROG <sup>5</sup> [12], [13], SPIDER <sup>6</sup> [14]-[17]), une calibration précise du dispositif expérimental est alors nécessaire. La reconstitution par stepped-heterodyne se présente alors comme une alternative pertinente de par la simplicité de sa mise en oeuvre. Elle permet la reconstitution du profil de phase par interférométrie avec un laser accordable utilisé comme référence de phase. Le spectre optique du train impulsion à caractériser peut s'exprimer sous la forme :

$$E_s(t) = \sum_{m=-N}^{m=N} \sqrt{P_m} \exp(im\Omega t + i\phi_m) \exp(i\omega_s t + i\phi_s(t))$$
(5.15)

avec  $\Omega$  la fréquence de répétition de l'impulsion,  $\phi_m$  la phase spectrale du m<sup>ième</sup> mode du peigne de fréquences,  $\omega_s$  la porteuse optique et  $\phi_s$  la phase issue du bruit de porteuse. Ce peigne de fréquence est ensuite mélangé avec un laser accordable de la forme :

$$E_{OL}(t) = \sqrt{P_{OL} \exp(i\omega_{OL}t + i\phi_{OL}(t))}$$
(5.16)

avec  $P_{OL}$  la puissance optique,  $\omega_{OL}$  la fréquence du laser et  $\phi_{OL}$  le bruit de phase du laser. En supposant que les harmoniques du spectre optique global  $F\{|E_{OL}(t) + E_s(t)|^2\}$  se situent en dehors de la bande passante de la photodiode utilisée, seules trois composantes spectrales sont alors à considérer [18] :

$$S_{\delta}(t) = \sqrt{P_{OL}P_m} \exp(i(\delta_m t + \phi_{OL} - \phi_s(t) - \phi_m))$$
(5.17)

$$S_{\Omega-\delta}(t) = \sqrt{P_{OL}P_{m+1}}\exp(i(\Omega-\delta_m)t + i(-\phi_{OL}(t) + \phi_s(t) + \phi_{m+1}))$$
(5.18)

$$S_{\Omega}(t) = P_{tot} \exp(i(\Omega t + \phi_{tot}))$$
(5.19)

avec  $\delta = \omega_{OL} - \omega_m$ .  $S_{\Omega}(t)$  correspond alors au battement du peigne optique tandis que  $S_{\delta}(t)$  et  $S_{\Omega-\delta}$  sont issus du battement du laser accordable avec les modes du peigne optique situés le plus près de  $\omega_{OL}$ . Le déphasage  $\phi_{m+1} - \phi_m$  est ensuite obtenu en supprimant les contributions du bruit de phase du laser et de la porteuse optique du peigne en multipliant (5.17) par (5.18) :

$$S_{\delta}S_{\Omega-\delta} = P_{OL}\sqrt{P_m P_{m+1}} \exp(i(\Omega t + \phi_{m+1} - \phi_m))$$
(5.20)

La rampe de phase issue de la fréquence de battement  $\Omega$  peut ensuite être soustraite en mutipliant (5.20) par le conjugué de (5.19) :

$$S_{\delta}S_{\Omega-\delta}S_{\Omega}^* = P_{tot}P_{OL}\sqrt{P_mP_{m+1}}\exp(i(\phi_{m+1}-\phi_m-\phi_{tot}))$$
(5.21)

Le déphasage entre deux modes adjacents  $\phi_{m+1} - \phi_m$  peut donc être mesuré de cette manière (à un offset de phase  $\phi_{tot}$  près, invariant dans le temps). Le profil de phase spectrale peut ainsi être reconstitué par récurrence en balayant le peigne de fréquences par pas d'ISL avec le laser accordable. On obtient ainsi un profil de phase défini à un offset près, ayant pour effet d'imposer un retard temporel sans modification du profil impulsionnel. La mise en oeuvre de la stepped-heterodyne nécessite l'utilisation d'un oscilloscope à temps réel afin de mesurer l'information de phase du signal RF photo-généré, dont la bande passante constitue la principale limite de cette approche.

<sup>5.</sup> Frequency Resolved Optical Gating

<sup>6.</sup> Spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction

![](_page_169_Figure_1.jpeg)

FIGURE 5.15 – Principe de reconstitution du profil de phase spectrale ( $\phi(\omega)$ ) par mesure hétérodyne (b) et multihétérodyne (b). Dans les deux cas, le signal optique mesuré est photodétecté et est mesuré par un oscilloscope rapide permettant de récupérer l'information de phase du signal RF. La transformée de Fourier de ce signal permet ensuite de sélectionner la composante spectrale à partir de laquelle la relation de récurrence sera appliquée. Les flèches pleines relient le passage du spectre optique de la mesure hétérodyne au spectre RF alors que le spectre optique de la mesure multihétérodyne est relié à son spectre RF par des flèches en pointillées.

#### 5.4.2 Le mutihétérodynage

La durée d'acquisition nécessaire à la technique stepped-heterodyne est limitée par le temps de parcours du laser sur l'ensemble du peigne optique et par la durée d'acquisition des données. Le multihétérodynage consiste alors à substituer le laser accordable utilisé pour la technique stepped-heterodyne par un peigne de fréquence de référence de fréquence de répétition légèrement différente de celle du peigne optique sous test. Le champ associé à ce peigne est donné par :

$$E_{po} = \sum_{k=0}^{N} \sqrt{P_k} \exp(i((\Omega + \delta\Omega) + \phi_k)) \exp(i(\omega_s + \delta\omega_s)t + i\omega_{po}(t))$$
(5.22)

Le battement des deux peignes permet alors d'obtenir simultanément l'ensemble des signaux RF nécessaires à la reconstitution du profil de phase (la procédure de reconstitution restant identique à celle présentée pour la stepped-heterodyne). La différence de porteuse optique  $\delta \omega_s$  et du taux de répétition  $\delta \Omega$ assure la séparation des composantes RF issue de chacun des battements des modes de référence avec les modes adjacents du peigne testé. Cette approche présente donc l'avantage d'effectuer la reconstitution en une unique mesure, mais nécessite cependant l'utilisation d'un laser pulsé ayant un taux de répétition proche de celui mesuré.

La caractérisation des peignes de fréquences en sortie de COEO a donc été effectuée par la méthode stepped-heterodyne, du fait de la relative simplicité de sa mise en oeuvre et de l'accessibilité des instruments employés.

#### 5.4.3 Reconstitution du spectre optique du COEO par Stepped-Heterodyne

La fiabilité de la reconstitution du profil de phase par stepped-heterodyne nécessite de contrôler la position du laser accordable lors de son parcours long du spectre optique mesuré. En supposant un balayage continu du peigne de fréquence par le laser accordable (Fig.5.16.a), le signal en sortie du laser accordable devient :

$$E_{OL} = \sqrt{P_{OL}} \exp\left(i\underbrace{(\omega_{OL,0} + \pi\gamma t)}_{\omega_{OL}(t)}t + i\phi_{OL}(t)\right)$$
(5.23)

avec  $\nu_O L(t) = \nu_{OL,0} + \gamma t$ , la fréquence instantanée du laser accorbable dont la vitesse de balayage du peigne optique est donnée par  $\Gamma$ .  $P_{OL}$  et  $\phi_{OL}$  correspondent respectivement à la puissance du laser et à son bruit de phase. Le peigne optique étudié étant de la forme :

$$E_{sig}(t) = \sum_{n=0}^{N} \sqrt{P_n} \exp(in\Omega t + i\phi_n) \exp(i\omega_{sig}t + i\phi_{sig}(t))$$
(5.24)

avec  $\phi_{sig}$  le bruit de phase issu de la porteuse optique,  $\Omega$  l'ISL du spectre considéré et  $P_n$ ,  $\phi_n$  la puissance et la phase du  $n^{ieme}$  mode du peigne, positionné à la fréquence  $\omega_n = \omega_{sig} + n\Omega$ . Le balayage d'un ISL du peigne optique mène au spectrogramme donné Fig.5.16.a). On y retrouve les trois composantes RF restantes après filtrage par la photodiode, avec  $S_{\Omega}$  le battement du peigne optique à  $\Omega$ ,  $S_{\delta}$  le battement du laser accordable avec le mode minimisant l'écart  $|\omega_{OL}(t) - \omega_n|$  et  $S_{\Omega-\delta}$  le battement complémentaire de fréquence inférieure à  $\Omega$ . Le mode du peigne optique participant au battement  $S_{\delta}$  sera identifié par la variable p et celui associé au battement  $S_{\Omega-\delta}$  par la variable l. On obtient alors :

$$S_{\delta} = \sqrt{P_{OL}P_p}\exp(i(\delta + \pi\gamma t)t + \phi_{OL}(t) - \phi_{sig}(t) - \phi_p)$$
(5.25)

$$S_{\Omega-\delta} = \sqrt{P_{OL}P_l}\exp(i(\Omega-\delta-\pi\gamma t)t - \phi_{OL}(t) + \phi_{sig}(t) + \phi_l))$$
(5.26)

$$S_{\Omega} = P_{tot} \exp(i\Omega t + \phi_{tot}) \tag{5.27}$$

En multipliant (5.25) par (5.26) et (5.27), la contribution de la fréquence instantanée du laser accordable, son bruit de phase et celui associé à la porteuse optique, sont annulés. On obtient alors :

$$S_{\Omega}^* S_{\Omega-\delta} S_{\delta} \propto \exp(i(\phi_l - \phi_p - \phi_{tot}))$$
(5.28)

avec  $\phi_l$  et  $\phi_p$  définis selon :

$$\begin{cases} \phi_{p,l} = \phi_{n,n+1}, & \text{si} \left(\omega_n - \omega_{OL}(t)\right) < \frac{\Omega}{2} \\ \phi_{p,l} = \phi_{n+1,n}, & \text{si} \left(\omega_n - \omega_{OL}(t)\right) > \frac{\Omega}{2} \end{cases}$$
(5.29)

Le balayage continu du laser accordable se traduit donc par des rampes de signe opposé des fréquences de battement entre le laser accordable et le mode supérieur (rampe négative) et inférieur (rampe positive) du peigne. L'acquisition d'un spectrogramme complet tel que celui présenté Fig.5.16.a), représente un volume de données conséquent et redondant du fait que le déphasage  $\phi_l - \phi_n$  reste constant sur les intervalles  $(\omega_n - \omega_{OL}) \in ]0, \Omega/2[$  et  $(\omega_n - \omega_{OL}) \in ]\Omega/2, \Omega[$  (Fig.5.17). Un balayage itératif par pas  $\Delta \omega_{OL} = \Omega$  permet alors d'éviter toute redondance d'information. L'offset entre la porteuse du peigne  $\omega_{sig}$  et l'itération la plus proche du laser accordable  $\omega_{OL,sig} = (\omega_{OL,0} + n_{sig}\Omega)$  détermine si le déphasage associé à la fréquence RF résultant du battement entre le laser accordable et le mode inférieur ( $\omega_{sig} - \omega_{OL,sig} < 0$ ) du peigne optique. Le choix de la fréquence de battement à partir de laquelle le déphasage  $\phi_{n+1} - \phi_n$  sera mesuré, dépend donc de l'offset entre le laser accordable et la porteuse du peigne.

Dans le cas du COEO, l'équilibre du MLL dépend notamment de la position du peigne optique, dont la valeur est fixée par le système de sorte à synchroniser le MLL avec l'OEO. Il est donc naturel d'observer une fluctuation de la porteuse optique au cours de la mesure autour de sa position moyenne,

![](_page_171_Figure_1.jpeg)

FIGURE 5.16 – a) Spectrogramme RF simulé par méthode step-hétérodyne pour lequel un peigne de fréquence gaussien est parcouru par un laser CW sur l'intervalle de fréquence  $[0, 2\omega_m]$ . Le spectre présenté résulte du battement du laser CW avec le peigne de fréquences issu de la photodiode avec une amplification de 25 dB (Fig.5.19). L'axe des temps présent sur le spectrogramme est obtenu pour une vitesse de balayage du laser CW de 1 GHz/s. La DSP présentée figure c) est une vue en coupe du spectrogramme, correpondant à une acquisition prise à l'instant  $t = t_1$  (droite en pointillée verte). Le spectre RF est composé de deux composantes à  $\delta$  et  $\Omega - \delta$  correspondant au battement du laser avec les deux modes latéraux du peigne optique les plus proches, ainsi qu'une composante à  $\Omega$  propre au peigne optique. La progression linéaire des composantes  $\delta$  et  $\Omega - \delta$  suit celle du laser accordable et se croisent à  $\delta = \Omega - \delta = \Omega/2$  périodiquement ( $T \simeq 10 s$ ). L'échantillonnage de ce spectrogramme, indiqué par les rectangles noirs aux instants  $\tau_n$ , doit donc être réalisé dans la suite d'intervalles [ $T_n; T_n + T/2$ ] ou [ $T_n + T/2; T_{n+1}$ ]. Leur largeur est fixée par la durée d'acquisition de l'oscilloscope (échelle arbitraire) et leur longueur par sa bande-passante (indiquée en pointillés rouges à 12 GHz).

faisant fluctuer l'offset entre le laser accordable et le peigne. Comme énoncé chap.3 section3.3 consacrée à la synchronisation du COEO, la stabilité du système peut être représentée par une série de puits de potentiel, dont les barrières déterminent la robustesse du système face aux perturbations issues des sources de bruits. Le peigne est donc susceptible se décaler d'un puits à l'autre de manière aléatoire lorsqu'une stimulation de bruit est suffisamment importante. Expérimentalement, on observe alors un saut de porteuse pouvant se réaliser de manière succincte sur une gamme de fréquence de l'ordre de l'ISL avant de revenir sur sa position initiale. Ce saut de porteuse, bien que nécessaire au maintien de la synchronisation entre les deux boucles, peut fausser la relation de récurrence entre les phases des modes adjacents du peigne ( $\phi_{n+1} - \phi_n$ ). Les sauts de porteuse optique  $\omega_{sig}$  cumulés avec l'erreur entre la commande et la position effective du laser accordable, consituent les deux principales sources d'erreur sur la position du laser accordable dans l'ISL du peigne. Le maintien de la relation  $\omega_{sig} - \omega_{OL,sig} < 0$ pour chacune des mesures n'est donc pas assuré. Afin d'anticiper un éventuel décalage du peigne, le laser accordable est décalé tous les  $\Omega/4$ . On obtient ainsi deux acquisitions par demi-ISL, permettant d'assurer la validité d'au moins une mesure, tant que la fluctuation de position du peigne  $\Delta \omega_{sig}$  reste incluse dans l'intervalle  $[-\Omega/4, \Omega/4]$ .

Tout comme la phase, l'amplitude modale peut être reconstituée par récurrence en prenant l'amplitude de l'un des modes comme référence à partir du rapport  $P_m/P_{ref}$  (*m* étant la puissance du mode considéré et  $P_{ref}$  la puissance du mode de référence). L'impulsion complexe peut alors être reconstituée en appliquant une série de Fourier au spectre optique mesuré. Le nombre de modes participant à

![](_page_172_Figure_1.jpeg)

FIGURE 5.17 – a) Simulation de l'amplitude et de la phase reconstituée par Stepped-Heterodyne d'une impulsion gaussienne ayant un paramètre de chirp q = -5. La phase obtenue en orange est issue du battement repectant la condition ( $\omega - \omega_{OL}$ )  $< \Omega/2$ , tandis que la condition ( $\omega - \omega_{OL}$ )  $> \Omega/2$  est respectée pour la phase en vert. L'échelle des deux phases étant différente, la phase orange a été multipliée par un facteur x10. La présence de plateaux d'amplitude et de phase entre chaque mode optique montre la récurrence d'information justifiant un échantillonnage du spectrogramme Fig.5.16. Les discontinuités observées correspondent aux cas particuliers où  $\omega_n - \omega_{opt} \in \{0, \Omega/2, \Omega\}$ . b) Amplitude ( $P_{meas}$ ) et phase ( $\phi_{meas}$ ) obtenues après échantillonnage et comparées à l'amplitude ( $P_{opt}$ ) et la phase ( $\phi_{opt}$ ) relatives de l'impulsion gaussienne à reconstituer.

![](_page_172_Figure_3.jpeg)

FIGURE 5.18 – Simulation de la reconstitution du profil d'intensité  $P_{opt}$  et de phase  $\phi_{opt}$  du spectre échantillonné Fig.5.17.b). Le profil temporel est reconstitué par série de Fourier en prenant en considérantion N modes du spectre optique reconstitué. La contribution des modes latéraux de faible intensité, bien qu'ayant un apport négligeable au regard de l'énergie impulsionnelle, permet d'augmenter le nombre de points participant au profil de phase spectrale, améliorant par conséquent la précision sur le chirp impulsionnel retranscrit temporellement.

la reconstitution du profil temporel est déterminant sur la précision de la reconstitution (Fig.5.18). En effet, bien que l'énergie impulsionnelle soit portée par un nombre restreint de modes (90% de l'énergie impulsionnelle est contenue dans 20 modes du spectre traité numériquement Fig5.17 et 5.18), prendre en considération les modes les moins puissants permet d'augmenter le nombre de points constituant la courbe de phase spectrale. La résolution de la courbe de phase spectrale s'améliorant avec le nombre de points, l'information de phase prise en compte lors de la tranformée de Fourier sera plus précise, réduisant les contributions des erreurs locales. Numériquement, l'impulsion gaussienne dont le spectre a été reconstitué Fig.5.17, nécessite la contribution d'à minima 80 modes afin de reproduire fidèlement l'impulsion initiale, pour une énergie contenue à 90% sur 20 modes. Expérimentalement, le nombre de modes mesurables dépend de la valeur de la largeur du spectre et donc de la dispersion intra-cavité. On reste cependant avec des peignes avoisinant la vingtaine de modes. La résolution sur la phase spectrale reste faible sous ces conditions, favorisant les approximations sur le profil impulsionnel obtenu. La résolution

permise par la taille des peignes mesurés reste malgré tout suffisante afin de constater les effets de la dispersion intra-cavité sur la largeur temporelle et le chirp des impulsions.

Le dispositif expérimental utilisé pour la mesure stepped-heterodyne est présenté Fig.5.19. Le ver-

![](_page_173_Figure_3.jpeg)

FIGURE 5.19 – Dispositif expérimental pour la reconstitution du spectre optique complexe du COEO par stepped-heterodyne. Le signal optique intra-cavité est prélevé en sortie de SOA, puis amplifié par un EDFA afin d'améliorer la sensibilité de la mesure. Le signal optique est ensuite superposé avec un laser continu accordable (TLS) de sorte à ce que la photodiode (PD) génère un signal RF issu du battement entre le laser et le peigne. Une acquisition de ce signal est ensuite réalisée par un oscilloscope à temps réel (RTO) d'une bande passante de 12 GHz. Les conditions de verrouillage du COEO sont obtenues au moyen du contrôleur de polarisation (CP) et du déphaseur RF.

![](_page_173_Figure_5.jpeg)

FIGURE 5.20 – a) Évolution du spectre de battement obtenue par transformée de Fourier de l'acquisition de l'oscilloscope à temps réel lors du parcours d'un ISL du peigne optique par le laser accordable. Les battements numérotés de 1 à 4 (violet, bleu, vert et rouge) sont issus des quatre acquisitions de spectres réalisées pour chaque ISL. La ligne horizontale indique le niveau du premier battement afin d'estimer les variations de puissance RF lors du parcours de l'ISL. b) Peigne de fréquence du COEO participant aux battements présentés Fig.a). Le Laser accordable balaye l'ISL délimité en pointillé.  $\Delta f_{RF}$  donne l'évolution du pas effectué par la fréquence de battement à chaque nouvelle position du laser. Le spectre optique présenté a été obtenu pour une dispersion intra-cavité D = 14 ps/nm.

rouillage du COEO est obtenu à l'aide d'un contrôleur de polarisation en entrée de MZM et d'un déphaseur RF. Ces deux paramètres sont ajustés de sorte à obtenir un peigne optique suffisamment stable pour réaliser la mesure stepped-heterodyne. La figure 5.20 présente quatre spectres RF issus du battement entre le peigne de fréquence et le laser accordable pour quatre longueurs d'ondes incluses dans le même ISL. Les variations de puissances détectées d'un battement à l'autre sont une manifestation des fluctuations de phase et d'amplitude du peigne optique au cours du parcours de l'ISL. La position du laser dans l'ISL correspond aux fréquences numérotées. L'espacement irrégulier des positions du battement observé s'explique principalement par les variations de position du peigne de fréquence (bruit de porteuse optique). L'erreur entre la longueur d'onde consigne du laser et celle effectivement mesurée peut aussi participer à cette irrégularité. Les fluctuations du spectre optique vont donc avoir un effet cumulatif avec le nombre réduit de modes (N=16 dans la cas présenté Fig.5.20.b) sur l'approximation de l'enveloppe temporelle obtenue.

## 5.4.4 Mesure des paramètres impulsionnels suivant la dispersion intra-cavité

La reconstitution par stepped-heterodyne du profil temporel des impulsions a été appliquée pour différentes valeurs de dispersion intra-cavité afn de mesurer l'évolution du chirp, de la largeur impulsionnelle et de la largeur spectrale des impulsions. La dispersion intra-cavité a été variée par la combinaison de deux CFBG apportant un chirp de  $\pm 7 \ ps/nm$  et  $\pm 26 \ ps/nm$ , de quatre bobines SMF de différentes longueurs ( $L \in 100, 200, 300, 400 \ m$ ), de 55 m de DCF et de deux bobines NZ-DSF de 400 et 200m. Le jeux de bobines à notre disposition permet alors de couvrir un intervalle de dispersion allant de  $-45 \ ps/nm$  à  $35 \ ps/nm$ , rendant accessible à la fois le régime de dispersion normale et anormale. La figure 5.21 présente la reconstitution de deux spectres et profils temporels pour chacun des régimes dispersifs. Le chirp est mesuré à partir de la pente de la fréquence instantanée du profil temporel, les valeurs de largeur à mi-hauteur ont été relevées sur ce même profil afin d'estimer l'évolution de  $\tau_p$ . La largeur spectrale a quant à elle été estimée à partir de deux mesures de la largueur de spectre à  $-3 \ dB$  et  $-10 \ dB$  afin de prendre en compte une éventuelle asymétrie du spectre optique. L'amplitude et la

![](_page_174_Figure_4.jpeg)

FIGURE 5.21 – Reconstitution de l'enveloppe complexe du train d'impulsion intra-cavité du COEO par mesure stepped-heterodyne.

phase du premier mode côté bleu du spectre optique a été pris comme référence. La puissance modale est alors exprimée en décibel avec  $P_1$  comme référence  $(P_n(dB) = 10.\log\left(\frac{P_n}{P_1}\right))$ , tandis que la phase modale est obtenue suivant :  $\phi_n = \theta_n - \theta_1$ . On retrouve alors un profil impulsionnel répondant aux particularités de chacun des régimes dispersifs. Dans le cas de la dispersion normale, un chirp positif est obtenu en accord avec le signe de dispersion de la cavité, ainsi qu'une largeur impulsionnelle élargie par une « bosse » apparente sur le profil d'intensité, caractéristique des impulsions obtenues par simulation dans le cas d'une dispersion normale avec detuning. Cette condition de detuning non nul est confirmée par l'allure du spectre optique, légèrement re-symétrisé côté basses longueurs d'ondes de manière similaire à ce que l'on peut obtenir numériquement sous ce régime de dispersion (Fig.5.22).

![](_page_175_Figure_1.jpeg)

L'influence du SOA sur le spectre et le profil impulsionnel est aussi retrouvée de par la dissymétrie de

FIGURE 5.22 – Résultats de simulation présentant des spectres et formes impulsionnelles caractéristiques des régimes de dispersion anormale (Fig 1.a-b) et régime normal (Fig 2.a-b). Ces formes spectrales et temporelles associées à chacun des ces régimes sont notamment retrouvées sur les spectres reconstitués Fig.5.21.b-c).

l'impulsion observée temporellement comme spectralement. Cette dissymétrie caractérise la présence de SAM perçue par l'impulsion à la traversée du SOA. La SPM du SOA se manifeste spectralement part la figure d'interférence observée, favorisant trois à quatre modes côté rouge du spectre optique. Le régime de dispersion anormale respecte les précédentes observations concernant l'asymétrie du spectre et du profil impulsionnel, caractérisant la présence du SOA dans la cavité. Le chirp négatif sur le front montant de l'impulsion est en cohérence avec la dispersion négative intra-cavité. La compensation du chirp négatif induit par la dispersion chromatique par le chirp positif issu de la SPM du SOA, est observable sur le front descendant de l'impulsion. La présence d'ondulations sur le profil impulsionnel sous régime anormal de dispersion montre cependant les limites de la mesure par stepped-heterodyne réalisée expérimentalement et nous indique que le profil impulsionnel restitué reste approximatif. La durée d'acquisition du spectre RF combiné au nombre réduit de modes constituant le peigne de fréquence, constituent les deux facteurs favorisant l'erreur sur la mesure de battement. La reconstitution d'un peigne composé de quelques modes nécessite une précision accrue sur la phase et l'amplitude mesurée faute de quoi de fortes variations sur la largeur du profil impulsionnel reconstitué peuvent être observées. L'incertitude sur la mesure du fait des conditions expérimentales se répercute donc sur les valeurs de largeur à mi-hauteur et de chirp obtenues après reconstitution du profil impulsionnel. La disparité des mesures obtenues, bien que non négligeables, nous permet cependant de suivre les tendances de  $\tau_p$  et b suivant la dispersion chromatique intra-cavité sans ambiguïté (Fig.5.23).

Ces premières observations semblent donc confirmer nos conclusions tirées du modèle numérique concernant le comportement de la cavité optique suivant le régime dispersif. La dispersion chromatique intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma}$  a ensuite été variée par une combinaison de bobine de fibre et au moyen de deux filtres de Bragg chirpés (CFBG), afin de suivre l'évolution de  $\tau_p$  et *b* suivant  $\beta_{2,\Sigma}$ . Les mesures de largeur à mi-hauteur et de chirp suivant  $\beta_{2,\Sigma}$  sont présentées Fig.5.23. On retrouve alors le comportement attendu dans le cas d'un COEO-AM-SOA avec une réduction de la largeur à mi-hauteur autour du zéro de dispersion, ainsi qu'une accentuation du chirp jusqu'à une discontinuité autour de la zone d'instabilité ( $\beta_{2,\Sigma} \sim 0 \ ps^2$ ). La composante quadratique de la phase spectrale mesurée a ensuite été compensée

![](_page_176_Figure_1.jpeg)

FIGURE 5.23 – a) Évolution de la largeur à mi-hauteur  $\tau_p$  (carrés bleus) et du chirp *b* (triangles noirs) suivant la dispersion chromatique intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma}$ . Les marqueurs circulaires en rouge indiquent la largeur à mi-hauteur théorique des impulsions en cas d'une compensation du chirp mesuré. b) Évolution de la largeur spectrale  $\Delta \nu$  à -3 dB et -10 dB du peigne de fréquences optiques mesurées à l'OSA.

numériquement de sorte à observer l'évolution de la largeur impulsionnelle compensée en chirp. La largeur du spectre optique d'une impulsion à chirp compensé étant uniquement portée par  $\tau_p$ , la réduction de  $\tau_p$  avec  $\beta_{2,\Sigma}$  peut être associée à une extension du spectre optique autour du zéro de dispersion, en conformité avec l'élargissement spectral mesuré à l'OSA (Fig.5.23. a). La largeur impulsionnelle la plus faible après compensation a été obtenue pour une dispersion anormale proche de zéro, avec une réduction de 60% de la largueur initiale ( $31.4 \ ps \rightarrow 12.5 \ ps$  pour  $\beta_{2,\Sigma} = -9 \ ps^2$ ). On retrouve alors les résultats numériques chap.3, section3.1 indiquant qu'un régime de dispersion faiblement anormale minimise la largeur impulsionnelle après recompression (Fig.5.23.a). Dans le contexte du COEO, la dispersion de la bobine de compensation  $L_1$  de l'OEO positionnée avant la photodiode, peut être adaptée afin de compresser les impulsions photodétectées en vue d'une réduction du bruit de timing optique. Les dispersions intra-cavité étant obtenues en combinant des bobines de fibres de longueurs différentes, le facteur de qualité du COEO en est alors impacté. Ainsi les performances en bruit de phase sont modification du retard induit par la ligne à retard optique. Dans le cadre du modèle gaussien, le facteur de qualité est donné par [19] :

$$Q_{-} = \frac{1}{2} T_{R} \frac{\Omega_{f}^{2}}{\frac{1+q^{2}}{\tau_{p}^{2}}} \omega_{m}$$

$$= F_{enhance} Q_{L_{2}} = \left(\frac{\Omega_{f}^{2}}{\frac{1+q^{2}}{\tau_{p}^{2}}}\right) \left(\frac{1}{2}\omega_{m}T_{R}\right)$$
(5.30)

La dispersion chromatique  $\beta_{2,\Sigma}$  a pour effet de modifier le chirp et le paramètre q associé, ainsi que la largeur impulsionnelle  $\tau_p$ . Elle agit donc sur le facteur d'amélioration  $F_{enhance}$  apporté par le MLL au facteur de qualité passif de la ligne à retard optique intra-cavité  $Q_{L_2}$ . Connaissant les longueurs de bobines de fibres (confirmées par la position des pics de corrélation sur le bruit de phase RF), on peut alors rapporter le bruit de phase à une longueur équivalente de référence  $L_{ref}$  (dans notre cas :  $L_{ref} = 400 \text{ m}$ ), en appliquant :

$$\begin{cases}
Q_{-,ref} = Q_{-} \frac{Q_{L_{ref}}}{Q_{L_2}} \\
Q_{L_{ref}} = \frac{1}{2} \omega_m T_{L_{ref}}
\end{cases}$$
(5.31)

avec  $T_{L_{ref}}$  le temps de parcours de la cavité optique pour une longueur de bobine de référence de 400 m. Le facteur d'amélioration étant indépendant du retard  $T_R$ , la modification du bruit de phase par correction du facteur de qualité passif  $Q_{L_2}$  reste valable. Les performances proche porteuse du bruit de phase présentées Fig.5.24 s'améliorent autour du zéro de dispersion, en accord avec la réduction du bruit de timing  $D_{\xi\xi}$  et de porteuse  $D_{\Omega\Omega}$  obtenue numériquement autour du zéro de dispersion (chapitre3, section4). Il est intéressant d'observer que la bande passante du bruit de porteuse optique devient apparente à mesure que l'on s'éloigne du zéro de dispersion et indique un bruit de porteuse d'autant plus prédominant que la dispersion intra-cavité augmente. L'estimation de la dispersion intra-cavité reste cependant

![](_page_177_Figure_2.jpeg)

FIGURE 5.24 – a) Bruit de phase du COEO pour différentes valeurs de dispersion intra-cavité après correction du facteur de qualité passif de la ligne à retard optique. b) Évolution du bruit de phase proche porteuse ( $f = 10 \ kHz$ ) du COEO suivant  $\beta_{2,\Sigma}$ . Le detuning est ajusté de sorte à minimiser le bruit de phase mesuré pour chacune des dispersions chromatiques.

indicative lorsque les CFBG sont utilisés. En effet, il s'est avéré que le chirp apporté par ces filtres n'est plus assuré en bordure de bande passante, présentant alors une forte accentuation (chapitre 3, section 4). L'erreur d'estimation sur l'apport en dispersions des CFBG se cumule à celle sur les longueurs de bobines utilisées, pouvant devenir non négligeable lorsque l'on travaille à de faibles valeurs de dispersion. On obtient alors un état stable du COEO à des valeurs de dispersion chromatiques proches du zéro de dispersion ( $D \sim 0.25 \ ps^2$ ), pour lesquelles les conditions de verrouillage devraient être bien plus difficiles à obtenir que celles constatées expérimentalement, voire impossible (zone d'instabilité). Par ailleurs, les largeurs de spectres optiques obtenues ( $\Delta \nu \sim 2 \ nm$ ), restent faibles par rapport à la bande passante du filtre optique utilisé ( $\Delta \lambda_f = 4.5 \ nm$ ). À des valeurs de dispersion aussi proches du zéro, le spectre optique attendu devrait pouvoir couvrir la majeure partie de la bande passante du filtre. Ces différents éléments, laissent donc supposer que l'évaluation de la dispersion est en partie faussée par l'utilisation du CFBG. Afin de s'en assurer, nous avons pu à posteriori avoir accès à un wavershaper utilisé comme filtre optique à compensation de dispersion en substitution du CFBG dans la cavité optique.

#### 5.4.5 Comportement du COEO autour du zéro de dispersion

L'ajustement de la dispersion intra-cavité à l'aide du waveshaper nous a permis de retrouver le comportement caractéristique d'une cavité MLL-SOA autour du zéro de dispersion. Premièrement, la réduction progressive de la dispersion intra-cavité nous a permis de constater une réduction de la bande de verrouillage jusqu'à l'absence totale de synchronisation autour du zéro de dispersion (Fig.5.25). On retrouve alors la zone d'instabilité autour du zéro de dispersion constatée numériquement dans le cas du COEO-SOA. Un élargissement conséquent du spectre optique a pu être observé avec la réduction de la dispersion intra-cavité, avec un spectre optique d'une largeur de 3.5 nm pour  $\beta_{2,\Sigma} = 0.55 ps^2$ . Le waveshaper nous a aussi permis de varier  $\beta_{2,\Sigma}$  sans avoir à modifier la longueur de cavité par la combinaison de différentes bobines de fibres. La réduction du bruit de phase avec  $\beta_{2,\Sigma}$  a donc été constatée sans correction du facteur de qualité passif de la cavité (Fig.5.25). La réduction du bruit de phase proche porteuse

(f = 100 Hz) ainsi que l'accentuation de l'amplitude des pics de corrélation de bruit (f = 490 Hz)observées numériquement sont alors retrouvéeest aussi utilisers expérimentalement, tout comme la réduction de l'énergie impulsionnelle autour du zéro de dispersion.

![](_page_178_Figure_2.jpeg)

FIGURE 5.25 – a) Spectres optiques du COEO avec waveshaper obtenus sous condition de faibles dispersion anormale (1.a) et de faibles dispersions normales (2.a). Une réduction du bruit de phase est observable avec la réduction de la dispersion intra-cavité pour les deux régimes de dispersion (2-a, 2-b, 3-c). L'énergie impulsionnelle ( $E_p$ ) la largeur spectrale ( $\Omega_2$ ) ainsi que la position du spectre optique ( $\Omega$ ) ont été calculées à partir de la méthode des moments appliquée sur les spectres optiques mesurés. Les résultats obtenus suivant  $\beta_{2,\Sigma}$  sont présentés figures 3-a et 3-b. b) Résultats numériques donnant l'évolution des paramètres impulsionnels  $E_p$ ,  $\Omega_2$ , ainsi que le bruit de phase RF associé à f = 10 Hz et  $f = 490 \ kHz$  suivant  $\beta_{2,\Sigma}$ . Les résultats numériques présentés ont été obtenus pour un detuning  $\Delta f_{RF} = 4 \ kHz$  et une dispersion de compensation  $\beta_{2,\Sigma 1} = -0.5 \ ps^2$  (200 m LEAF).

L'évolution suivant la dispersion intra-cavité des paramètres impulsionnels ( $\tau_p$ , b) ainsi que les performances en bruit de phase du COEO mesurées expérimentalement suivent les tendances observées numériquement à savoir :

- Une réduction de  $\tau_p$  autour du zéro de dispersion.
- Une accentuation du chirp impulsionnel lorsque  $\beta_{2,\Sigma} \to 0$ .
- L'élargissement du spectre optique à mesure que la dispersion diminue
- Une asymétrie de  $\tau_p$  et *b* suivant  $\beta_{2,\Sigma}$  favorisant une accentuation du chirp et une réduction de largeur sous régime de dispersion anormale.
- La présence d'une zone d'instabilité autour du zéro de dispersion.
- La réduction du bruit de phase proche porteuse à mesure que  $|\beta_{2,\Sigma}|$  diminue.

## 5.5 COEO à étalon intra-cavité

L'amélioration du bruit de phase du COEO par la réduction de la largeur temporelle des impulsions dépend donc de la largeur du spectre optique. La dispersion intra-cavité ainsi que la bande-passante du filtre optique se présentent alors comme étant les deux facteurs limitant la taille du peigne de fréquences. La gestion de la dispersion chromatique peut être améliorée en ajoutant une bobine de fibre DCF afin de travailler à dispersion compensée tout en évitant l'approximation sur la valeur de dispersion apportée par le CFBG. Le filtre passe-bande nécessaire à la stabilisation de la porteuse optique, constitue alors la principale limite d'extension du peigne optique. L'insertion d'une cavité optique étalon dans le MLL, dont les dimensions assurent un ISL équivalent au taux de répétition du MLL souhaité, permet de contourner cette limite. La périodicité des résonances de la cavité filtre localement chacun des modes optiques, contraignant ainsi la position du peigne. Un état stationnaire est alors possible sous condition d'accord de phase entre les trois cavités :

$$ISL_{\text{étalon}} = N.ISL_{OEO} = M.ISL_{MLL}, \quad \{N, M\} \in \mathbb{N}^2, \quad N < M$$
(5.32)

les ISL étant calculés en prenant en compte la vitesse de groupe évaluée à la fréquence porteuse du peigne souhaitée. Tout comme l'alignement des ISL de l'OEO et du MLL était assuré au moyen d'un déphaseur RF, une ligne à retard optique est employée de sorte à assurer l'alignement de l'ISL du MLL avec celui de la cavité étalon. Ayant réalisé l'alignement des trois cavités à la fréquence porteuse du peigne de fréquence, la dispersion chromatique de chacune des cavités devient alors la principale source de désalignement des modes latéraux. La bande de verrouillage de chacun des modes latéraux dépendant de la largeur à mi-hauteur des résonances de la cavité étalon, la taille du peigne optique sera donc déterminée à la fois par la valeur de dispersion chromatique ainsi que le facteur de qualité de l'étalon. Un étalon au facteur de qualité élevé nécessite donc de réduire la dispersion intra-cavité afin de conserver voir d'étendre la largeur spectrale d'un peigne donné. La périodicité des résonances de la cavité étalon fait que son facteur de qualité se retranscrit aussi dans le domaine RF :

$$\frac{Q_{opt}}{Q_{RF}} = \frac{\omega_0}{\omega_m} \tag{5.33}$$

avec  $Q_{opt}$  et  $Q_{RF}$  les facteurs de qualité optique et RF de la cavité étalon estimés respectivement à la fréquence porteuse du peigne ( $\omega_0$ ) et à la fréquence d'oscillation du COEO ( $\omega_m$ ). La cavité assure ainsi le rôle de filtre optique et de filtre RF, permettant de s'affranchir du résonateur diélectrique dont la fréquence de résonance est limitée par l'accentuation des pertes matériaux. Le filtrage RF par l'optique permet alors de contourner cette limitation en vue d'une montée en fréquence d'oscillation du COEO au-delà des 30 GHz [20].
#### 5.5.1 Réalisation expérimentale

La cavité étalon utilisée expérimentalement est un mini-résonateur fibré, encapsulé, dont les facettes ont été recouvertes par des miroirs de Bragg multi-couches (5.26a). L'ISL de la cavité a été mesuré à  $f_{res} = 10.3 \ GHz$  pour un facteur de qualité optique  $Q_{res} = 7.8 \ 10^6$  et RF  $Q_{RF} = 403$  avec des pertes en transmission de l'ordre de  $L_{res} = 5 dB$ . Le dispositif expérimental (Fig.5.26b) présente une cavité MLL à dispersion légèrement anormale ( $D = 0.2 \ ps/nm$ ) en vue de faciliter le verrouillage du fait des impulsions plus larges obtenues sous ce régime dispersif. Le résonateur diélectrique a été retiré de la boucle RF, remplacé par le mini-résonateur qui est alors inséré dans la boucle optique à la place CFBG. Le surplus de pertes apporté par ce dernier, nécessite d'augmenter le gain de la boucle optique. Aucun verrouillage n'a cependant pu être obtenu en augmentant le courant d'injection du SOA. L'accentuation des non-linéarités du SOA (augmentation du facteur de Henry et de la puissance de saturation, réduction du temps de recouvrement du gain) avec le courant d'injection peut expliquer les difficultés rencontrées. En l'absence d'EDFA disponible à ces gammes de longueurs d'onde, un second SOA a été inséré en plus du précédent, tous deux travaillant à faible courant d'injection :  $I_{soa} \simeq 140 \ mA \ (\sim G = 17 \ dB)$ . Enfin, l'alignement de la cavité optique avec le mini-résonateur et l'OEO est assuré respectivement par une ligne à retard optique et une ligne à retard RF. Un verrouillage momentané du COEO à cavité étalon a pu être obtenu, dont les spectres optiques et RF sont donnés Fig.5.27. Comme attendu, on retrouve le spectre optique obtenu dans une configuration COEO sans cavité étalon. En effet la dispersion intracavité est similaire à celle utilisée sans cavité étalon, menant à un spectre bien plus étroit que la bande passante du filtre optique utilisé sous cette configuration. Elle constitue donc le facteur principale limitant l'extension du peigne optique.

Le verrouillage du COEO avec cavité étalon reste cependant difficile à maintenir comparé à la



FIGURE 5.26 – a) Représentation schématique du mini-résonateur. Le dépôt de filtre de Bragg de part et d'autres du mini-résonateur permet la formation d'une cavité Fabry-Perot centrée autour des 1550 *nm*. Ce dernier est inséré dans le COEO (fig.b) en remplacement du filtre passe-bande optique et du résonateur RF.

configuration classique. La bande de verrouillage du COEO avec résonateur diélectrique dépend uniquement du retard relatif du signal RF circulant dans l'OEO par rapport au train d'impulsion. Les faibles valeurs d'ISL du MLL et de l'OEO comparées à la bande passante du résonateur diéléctrique  $(\Delta f_{diel} = 3 MHz)$ , font que la condition d'accord de phase imposée par l'effet Vernier sera réalisée par un nombre important de modes inclus dans la bande-passante du résonateur diélectrique. On assure de cette manière que les conditions d'oscillation seront constamment réalisées par l'une de ces possibilités. Sous ces conditions, le résonateur diélectrique ne contraint pas la position du spectre optique mais bien l'intervalle séparant deux modes adjacents du peigne. La position spectrale  $\Omega$  du peigne optique peut



FIGURE 5.27 – a) Spectre RF mesuré à l'ESA du COEO à cavité optique étalon. L'axe des abscisses est centré autour de la fréquence d'oscillation ( $f_m = 10.3 \ GHz$ ) afin de mieux estimer l'ISL entre la fréquence d'oscillation et les modes adjacents atténués de plus de 63 dB ( $SMR \le -63 \ dB$ ). b) Mesure du spectre optique obtenu avec mini-résonateur (bleu) comparé au spectre optique du COEO obtenu avec résonateur diélectrique (rouge).

alors être adaptée de sorte à faciliter la synchronisation du COEO, avec une résolution définie par l'ISL du MLL (~ 500 kHz dans notre cas). Sachant que  $\frac{\omega_m}{ISL_{MLL}} = 2.10^4$ , le déplacement du spectre optique peut alors être considéré comme étant continu à l'échelle de la fréquence de modulation. L'insertion d'un résonateur optique dans la cavité MLL impose une contrainte sur la position du peigne en plus de l'espacement modal. L'ISL du résonateur optique déterminant la fréquence de modulation, l'hypothèse de glissement continu de la position du peigne n'est alors plus valable, laissant place à des sauts de position avec une résolution imposée par l'ISL du mini-résonateur (devenant, par ailleurs, la fréquence de modulation :  $\omega_m$ ).  $\Omega$  ne peut alors plus être exploité comme variable d'ajustement dans le processus de synchronisation des deux boucles. Le red-shift engendré par la saturation dynamique et le facteur de Henry du SOA, n'est alors plus compensé par ce procédé, justifiant la réduction du courant d'injection de l'amplificateur afin d'en minimiser les non-linéarités. Le peigne optique est alors contraint de maintenir sa position dans un intervalle égal à la largeur à mi-hauteur du mini-résonateur ( $\Delta \omega_{reso} = 25 MHz$ ) rendant le système particulièrement sensible aux fluctuations thermiques. La fibre SMF28 ayant un coefficient de délai thermique (TCD<sup>7</sup>)  $C_T = 40 \ ps/km/K$  [21] pour une température ambiante de 25°C, on obtient une variation d'ISL de la cavité MLL donnée par :

$$\delta ISL_{MLL} = \frac{1}{T_R^2} \delta T_R = 4 \, kHz/K$$

$$\delta T_R = C_T L_2 \tag{5.34}$$

ce qui nous mène à la dérive en température de la porteuse optique :

$$\delta\nu_0 = \frac{\nu_0}{ISL_{MLL}} \delta ISL_{MLL} = 1.52 \, GHz/K \tag{5.35}$$

Le verrouillage du COEO avec la cavité étalon est maintenu sous condition que  $\delta \nu_0 < \Delta \omega_{res} = 25 \ MHz$ , soit une fluctuation de température limite  $|\delta T| < 16.4 \ mK$ . Une température contrôlée sur l'intégralité de la ligne à retard optique reste cependant difficile à mettre en oeuvre de par les dimensions de la bobine. L'utilisation d'un Peltier à contact surfacique planaire n'a, en pratique, pas permis

<sup>7.</sup> Thermal Coefficient of Delay

d'améliorer la stabilité de l'oscillation. Les dimensions de la bobine de fibre lui confère par ailleurs une importante inertie thermique, ne permettant pas d'utiliser la température de la bobine comme actionneur afin de verrouiller la cavité MLL sur la cavité étalon.

En conclusion, l'utilisation d'une cavité étalon dans la cavité MLL du COEO est un dispositif permettant de simplifier le système (suppression du résonateur diélectrique), d'améliorer les performances en bruit de phase de l'oscillateur (extension du peigne de fréquence de par la suppression du filtre passebande), tout en permettant la montée en fréquence d'oscillation (limitée par l'accentuation des pertes diélectriques des résonateurs RF). La faisabilité de ce type de montage a pu être vérifiée avec l'obtention d'une oscillation du COEO bien définie (SMR < -63 dB)<sup>8</sup> mais a notamment mis en évidence les problèmes de stabilité associés. Le contrôle en température des lignes à retard optique nécessaire à la stabilité long terme de l'oscillateur, reste difficilement réalisable au-delà d'une certaine longueur de fibre, apportant une contrainte rédhibitoire au regard des bénéfices potentiels apportés par ce type de dispositif.

# 5.6 COEO- $\phi$ M

L'interféromètre MZM utilisé dans le cadre du COEO-AM, présente une sensibilité de son  $V_{\pi}$  à la température. Le maintien du rapport  $V_{bias}/V_{\pi}$  constant face aux variations de température, devient nécessaire afin d'assurer une efficacité de modulation équivalente sur le long terme. L'asservissement du  $V_{bias}$  par rapport au  $V_{\pi}$ , complexifie le système et se fait au détriment de sa compacité. Le modulateur de phase se présente donc comme une alternative permettant de s'affranchir de la gestion du V<sub>bias</sub>. L'étude théorique du COEO- $\phi M$  a mis en évidence l'importance de la gestion de la dispersion chromatique intra-cavité sur la stabilité du système. Une dispersion chromatique trop importante a pour effet de déstabiliser le COEO, mais doit être suffisamment élevée afin de lever la dégénérescence du peigne de fréquence observée à dispersion compensée. De ce fait, seule une dispersion intra-cavité légèrement normale ( $D = 0.2 \ ps/nm$ ) nous a permis d'obtenir un verrouillage du COEO- $\phi M$  expérimentalement. Le spectre optique obtenu sous ces conditions est alors bien plus large que celui observé sous modulation d'amplitude, en accord avec les résultats numériques (Fig.5.28). L'incertitude sur l'apport en dispersion du CFBG utilisé explique l'écart de largeur de spectre observé entre le cas simulé et mesuré. Le spectre du COEO-AM avec waveshaper est quant à lui bien reproduit par simulation (Fig.5.29) pour des valeurs de  $\beta_{2,\Sigma}$  proches de celles estimées expérimentalement. Les spectres expérimentaux obtenus avec CFBG ne pouvant être reproduits que pour des valeurs de dispersion bien plus larges que celles estimées expérimentalement (Fig.5.29), les résultats obtenus avec waveshaper confortent l'hypothèse d'une incertitude sur la valeur de dispersion apportée par le CFBG en bordure de filtre.

La configuration avec waveshaper présente une courbe de bruit de phase caractéristique du COEO-AM (Fig.5.28.1.b), avec un bruit de Flicker de fréquence apparent entre 10 Hz et 2 kHz (pente à -30 dB/decade) suivi d'une pente à -20 dB/decade caractéristique d'un bruit de phase à marche aléatoire (random walk)<sup>9</sup>, qui s'étale jusqu'à atteindre le plancher de bruit autour de f = 1 MHz. On retrouve ces mêmes contributions sur le bruit de phase simulé, avec une transition du bruit de Flicker vers le bruit de marche aléatoire autour de 1 kHz. A la différence d'une configuration AM, le bruit de phase proche porteuse du COEO- $\phi M$  ne présente pas de contribution apparente du bruit de Flicker alors prédominé par le bruit de porteuse optique (que ce soit par simulation ou par la mesure, voir chapitre3, section4). Cela nous indique une forte amélioration du facteur de qualité  $Q_+$  permettant de filtrer le bruit RF proche porteuse dans le cas du COEO- $\phi M$ . Un surplus de bruit a été mesuré autour de 20 kHz sur le spectre de bruit mesuré, non reproduit par simulation, qui fait écho aux résultats analytiques proposés par Haus dans le cas du MLL- $\phi M$  [22]. Haus nous indique que dans le cas d'un MLL- $\phi M$  dont le filtrage du bruit optique est sous amorti, les filtres d'ordre 2 du bruit de timing et de porteuse sont alors de nature résonante. Ce réhaussement local du bruit de phase observé Fig.5.28.1.b) pourrait alors correspondre à la pseudo-résonance du filtre de bruit de porteuse optique du COEO ( $\Omega$ ) et devrait pouvoir être reproduit

<sup>8.</sup> Suppression Mode Ratio

<sup>9.</sup> aussi qualifié de bruit blanc de fréquence



FIGURE 5.28 – Spectre optique et bruit de phase du COEO- $\phi M$  pour une dispersion intra-cavité estimée à 0.2  $ps^2$  (CFBG inclu). Le spectre optique du COEO- $\phi M$  ainsi que ses performances en bruit de phase sont comparées avec le spectre du COEO-AM synchronisé obtenu pour  $\beta_{2,\Sigma} = 1.18 \ ps^2$  avec waveshaper. Les mesures sont ensuites comparées aux spectres simulés. Le large spectre  $\phi M$  simulé par rapport à la mesure nous indique une erreur sur l'estimation de la dispersion intra-cavité. La différence de plancher observée entre le bruit de phase du COEO- $\phi M$  et le COEO-AM provient de la différence de puissance optique photodétectée du fait qu'un coupleur 90 :10 supplémentaire a été utilisé pour la mesure du COEO- $\phi M$ . Une correction de -10dB a donc été appliquée sur de spectre optique du COEO-AM présenté.

par simulation en adaptant la nature du filtre utilisé (ie en passant d'un filtre gaussien à un filtre flatband). D'un point de vue expérimental, le COEO- $\phi M$  se distingue par son instabilité, signe d'une forte réduction de la bande de verrouillage du COEO. Ceci est en cohérence avec le fort facteur de qualité  $Q_+$ déduit de la réduction du bruit de Flicker, qui entretient une relation inverse avec la bande de verrouillage [19] et s'accroit avec  $\beta_{2,\Sigma}$ . La dispersion intra-cavité utilisée comme paramètre expérimental dans le cas du COEO-AM en vue d'améliorer les performances en bruit de phase de l'oscillateur ne peut donc pas être utilisée sous cette configuration. Cette bande de verrouillage réduite est majoritairement due aux non-linéarités introduites par le SOA. Une configuration COEO- $\phi M$ -EDFA permettrait ainsi d'étendre la bande de verrouillage et d'étudier les effets de la dispersion intra-cavité sur le bruit de phase du COEO. Sous cette configuration, la génération d'un train d'impulsion soliton devient alors possible en vue d'une extension de la largeur spectrale qui pourrait potentiellement mener à une réduction du bruit de phase RF.

# **5.7** COEO-AM- $\phi M$

Le problème d'instabilité du COEO- $\phi M$ -SOA limite le nombre de configurations possibles et donc les perspectives d'amélioration du bruit de phase de l'oscillateur. La stabilité du COEO- $\phi M$  peut être



FIGURE 5.29 – Spectre optique simulé pour une dispersion  $\beta_{2,\Sigma} = 1.18 \ ps^2$  et comparé au spectre mesuré pour un COEO-AM avec waveshaper (spectre identique à celui présenté Fig.5.28). Le waveshaper permettant une meilleure gestion de la dispersion chromatique intra-cavité que le CFBG, on retrouve des spectres optiques similaires à ceux obtenus numériquement pour la même valeur de dispersion chromatique intra-cavité. Le spectre optique expérimental a été décalé suivant  $\lambda$  et  $P_{opt}$  de sorte à ce que sa forme spectrale puisse être comparée à celle simulée. L'utilisation d'un résonateur RF centrée autour de 10.29 GHz induit un écart d'ISL du peigne expérimental par rapport au 10 GHz d'ISL simulé.

améliorée en insérant un modulateur d'amplitude dans la cavité optique. En effet, Ozharar and al. [23], [24] ont montré expérimentalement que la combinaison des deux types de modulation pouvait mener à une réduction du bruit de timing d'une cavité MLL ainsi qu'à une stabilisation du peigne de fréquence. Ces réalisations expérimentales se basent sur les travaux de Haus et Rana [25] mettant en évidence des effets de corrélations du champ optique intra-cavité en cas d'impulsion chirpée à partir de l'équation de Heisenberg-Langevin :

$$\frac{d\hat{\phi}}{dT}A\hat{\phi} + (B - jD)\frac{1}{2}\frac{\partial^2\hat{\phi}}{\partial t^2} + (a_M + jp_M)[\cos(2\pi f_M t) - 1]\hat{\phi} + \hat{F}$$
(5.36)

avec  $\hat{\phi}$  l'opérateur du champ optique intra-cavité,  $\hat{F}$  l'opérateur des sources de bruit,  $f_M$  la fréquence de modulation appliquée aux deux modulateurs,  $a_M$  et  $p_M$  la profondeur de modulation d'amplitude et de phase, A le scalaire du gain et des pertes statiques, B le scalaire dépendant de la bande passante du filtre et enfin D la dispersion chromatique. L'équation (5.36) peut être réécrite sous la forme :

$$\frac{d\phi}{dT} = (A+\hat{O})\hat{\phi} + \hat{F}$$
avec :
$$\hat{O} = (B-jD)\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + (a_M+jp_M)[\cos(2\pi f_M t) - 1]$$
(5.37)

L'opérateur  $\hat{O}$  est par conséquent non-Hermitien lorsqu'un chirp est imposé par modulation de phase, dispersion chromatique ou auto-modulation de phase (SOA, effet Kerr). Les états propres de  $\hat{O}$  n'étant pas orthogonaux, le bruit optique qui leur est associé devient corrélé. Le bruit de timing et de porteuse du train d'impulsion sera donc affecté par ce degré de corrélation. Haus a notamment montré que le bruit de timing était donné par :

$$J = \sigma_a^2 \frac{\left(1 + \tan^2\left(\frac{\arctan(p_M/a_M) + \arctan(D/B)}{2}\right)\right)^{3/2}}{1 + \frac{p_M}{a_M} \tan\left(\frac{\arctan(p_M/a_M) + \arctan(D/B)}{2}\right)}$$
(5.38)

avec  $\sigma_a^2$  l'écart-type du bruit de timing obtenu pour une impulsion à chirp nul (D = 0 et B = 0). Cette



FIGURE 5.30 – a) Évolution du bruit de timing normalisé par  $\sigma_a^2$  obtenu en appliquant (5.38a) suivant le rapport des indices de modulation  $p_M/a_M$  et pour différentes valeurs de dispersions anormales (B < 0). Les courbes de bruit de timing pour D/B > 0 en sont déductibles en appliquant une symétrie par à l'axe des ordonnées. Les courbes affichées ont été obtenues pour une dispersion  $\beta_{2,\Sigma} \in \{0, -0.5, -1.25, -3.75\} ps^2$ . b) Pertes induites par modulation suivant le rapport  $p_M/a_M$  pour différentes valeurs de dispersions chromatiques. L'accentuation du bruit de timing coïncide avec l'augmentation des pertes induites par modulation. Les courbes présentées ont été tracées pour un indice de modulation d'amplitude  $a_M = 1$ , une dispersion intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma} \in \{-0.5, 0, 0.5\} ps^2$  et une bande passante de filtre optique de 4.5 nm. Un indice  $p_M$  négatif est associé à une modulation  $\phi M$  en opposition de phase avec la modulation AM.

expression est valable dans le cas d'une cavité MLL en supposant l'absence d'effet non-linéaire dans la cavité (saturation dynamique du gain, auto-modulation de phase). La présence de bruit corrélé offre alors une possibilité d'amélioration du bruit de timing et de porteuse optique en agissant sur le chirp de l'impulsion. La combinaison des deux modulations permet par ailleurs d'améliorer la stabilité du peigne de fréquence en réduisant des pertes induites par modulation. La marge de gain permettant l'oscillation alors accentuée, entraine une extension de la bande de verrouillage de l'oscillateur. La réduction des pertes est issue de la compensation du chirp en provenance de la dispersion chromatique par celui imposé par le modulateur de phase. Tamura a notamment proposé une approche analytique permettant d'exprimer les pertes induites par un modulateur de phase dans le cadre d'un MLL- $\phi M$ , sous hypothèse d'impulsion gaussienne de la forme :  $A = A_0 \exp(-\Gamma t^2)$  [26]. En appliquant ce raisonnement au cas du MLL-AM/ $\phi M$ , l'eq.(5.36) à l'état stationnaire est donnée par :

$$\left[ \left( -j\frac{1}{2}\beta_{2,\Sigma} + \frac{1}{2\omega_f^2} \right) \frac{d^2}{dt^2} + g - l - \frac{1}{2}(a_M + jp_M)\omega_m^2 t^2 \right] A = 0$$
 (5.39)

où l'on a remplacé les opérateurs A et B par A = g - l,  $B = \frac{1}{2\omega_f^2}$  et  $D = \frac{1}{2}\beta_{2,\Sigma}$ . L'équation (5.39) étant satisfaite si :

$$g - l - \Gamma(\frac{1}{\omega_f^2} - j\beta_{2,\Sigma}) = 0$$

$$(\frac{1}{\omega_f^2} - j\beta_{2,\Sigma})2\Gamma^2 - \frac{1}{2}(a_M + jp_M)\omega_m^2 = 0$$
(5.40)

Le paramètre complexe de l'impulsion gaussienne est alors donné par :

$$\Gamma^2 = \frac{(jp_M + a_M)\omega_m^2}{4\left(\frac{1}{\omega_f^2} - j\beta_{2,\Sigma}\right)}$$
(5.41)

et les pertes totales perçues à l'état stationnaire par :

$$l_{t} = l + l_{u,d} = l + U \left| \sin \left( \frac{1}{2} (\sigma_{1} + \sigma_{2}) \right) \right|$$
  
avec :  

$$U = \omega_{m} \sqrt{\frac{|p_{M}|}{2}} \left[ \left( 1 + \left( \frac{a_{M}}{p_{M}} \right)^{2} \right) \left( \left( \frac{1}{2} \beta_{2,\Sigma} \right)^{2} + \left( \frac{1}{2\omega_{f}^{2}} \right)^{2} \right) \right]^{1/4}$$

$$\sigma_{1} = \arctan \left( \frac{p_{M}}{a_{M}} \right), \quad \sigma_{2} = \arctan(\beta_{2,\Sigma} \omega_{f}^{2})$$
(5.42)

Les pertes par modulation suivent un comportement analogue à celui observé pour COEO- $\phi M$ . En l'absence de dispersion chromatique, les pertes sont indifférenciées suivant le signe de  $p_M/a_M$ . La solution de (5.41) présentée Fig.5.31.a), nous indique que la modulation de phase favorise la formation d'impulsions à la fois courtes et chirpées. On obtient donc un spectre d'autant plus large que  $|p_M/a_M|$  est important (Fig.5.31.b), accentuant les pertes induites par le filtre optique. Il devient alors possible de compenser le chirp apporté par la dispersion chromatique en adaptant le déphasage entre le modulateur de phase et le modulateur d'amplitude. Deux modulateurs en opposition de phase  $(p_M/a_M < 0)$ permettent alors de compenser le chirp apporté par une dispersion anormale, tandis qu'un déphasage nul  $(p_M/a_M > 0)$  compensera le chirp d'une dispersion normale. Sous condition de compensation de chirp, les pertes induites par le filtre optique deviennent alors faibles et les pertes globales suivent l'évolution de celles issues du modulateur d'amplitude. La compensation du chirp de modulation par la dispersion chromatique a pour conséquence directe de comprimer les impulsions, diminuant de ce fait les pertes induites par modulation d'amplitude. On observe alors une réduction des pertes globales avec  $|p_M/a_M|$  jusqu'à ce qu'un minimum de perte soit atteint avec la compensation exacte des deux chirps  $(b_M = -\beta_{2,\Sigma}\Omega_f^2)$ . Au-delà de ce point, la dispersion chromatique entraine un élargissement des impulsions favorisant les pertes induites par modulation d'amplitude, d'où le point de rebroussement observé. Le comportement décrit par l'approche analytique présentée s'est aussi vérifié par modélisation



FIGURE 5.31 – a) Évolution de  $\tau_p = \sqrt{2 \ln(2)/ \operatorname{Re}(\Gamma)}$  et  $b = \operatorname{Im}(\Gamma)$  suivant  $p_M/a_M$  sous les trois régimes de dispersions chromatiques (1-anormal, 2-compensé, 3-normal). b) Largeur du spectre optique donnée par :  $\Delta \omega_p^2 = |\Gamma|^2/\operatorname{Re}(\Gamma)$ 

du COEO-AM/ $\phi M$  (Fig.5.33) pour un rapport  $p_M/a_M = \pm 1$  sous un régime de dispersion anormale

 $(\beta_{2,\Sigma} = -0.76 \ ps^2)$ . La réduction progressive des pertes par compensation de chirp a pour conséquence d'augmenter l'énergie impulsionnelle  $E_p$  avec  $u_{\phi M}/u_{AM}$ , ce que l'on retrouve numériquement Fig.5.32.c). La compression des impulsions ainsi que la réduction du chirp observées par le modèle analytique (Fig.5.31.1.a) sont aussi retrouvées numériquement (Fig.5.32.b). L'évolution de la largeur spectrale se distingue quant à elle de l'analytique du fait de la présence de la saturation dynamique du SOA. On obtient alors un état stationnaire se situant sur la partie gauche du cercle de compression de  $\Gamma$ , impliquant une largeur de spectre principalement issue du chirp de l'impulsion. La réduction de  $\Delta \omega_p$ observée pour  $u_{\phi M}/u_{AM} > 0$  est donc causée par la diminution du paramètre de chirp q dont les effets sur  $\Delta \omega_p$  prédominent l'élargissement spectral issu de  $\tau_p$ . La figure 5.33c présente le cas particulier d'un COEO-AM/ $\phi M$  présentant un rapport  $u_{\phi M}/u_{AM} = \pm 1$ . La réduction des pertes optiques par compensation de chirp, induit une hausse de l'énergie impulsionnelle ayant pour effet d'accentuer la non-linéarité du SOA. On peut notamment l'observer par un red-shift plus important du spectre optique en cas de compensation de chirp (cas  $\phi M > 0$  Fig.5.33cb). Temporellement, les effets de la SPM sont eux aussi plus importants avec une pente de fréquence instantanée de plus en plus marquée sur le front montant de l'impulsion à mesure que  $u_{\phi M}/u_{AM}$  augmente. L'accentuation du chirp observable sur le profil de fréquence instantanée est compensé par la réduction de  $\tau_p$  dans le calcul de q. On obtient alors un paramètre de chirp q qui diminue suivant  $u_{\phi M}/u_{AM}$  malgré l'augmentation du chirp instantané. Enfin, la réduction du bruit de timing attendu est retrouvé numériquement (Fig.5.34.b), qui entraine une réduction globale du bruit de phase pour  $u_{\phi M}/u_{AM} > 0$  que ce soit pour le bruit proche porteuse  $(\phi_{noise, f=1kHz})$  ou pour l'amplitude des pics de corrélation  $(\phi_{noise, spurs})$ .



FIGURE 5.32 – Évolution de la largeur spectrale  $\Delta \omega_p$  (a), de la largeur temporelle  $\tau_p$  et du paramètre de chirp q (b), suivant le rapport d'amplitude  $u_{\phi M}/u_{AM}$  ainsi que l'énergie impulsionnelle  $E_p$  et la puissance RF du modulateur d'amplitude ( $P_{RF}$ ), pour une dispersion intra-cavité  $\beta_{2,\Sigma} = -0.76 \ ps^2$ . Afin d'éviter une trop forte saturation de l'amplificateur RF pour  $u_{\phi M}/u_{AM} > 0$ , le gain de boucle de l'OEO a été réduit de 2 dB par rapport aux résultats présentés 5.33c.

La combinaison des deux types de modulations peut aussi être exploitée en vue de stabiliser le peigne de fréquence du COEO- $\phi M$ . Afin de se rapprocher du comportement du COEO- $\phi M$ , un rapport  $u_{\phi M}/u_{AM}$  élevé est nécessaire. Quatre configurations ont donc été considérées : les deux premières présentent les cas limites avec un rapport  $u_{\phi M}/u_{AM} = 1/10$  proche d'une configuration AM (configuration n°1 Fig.5.36) et le cas du COEO- $\phi M$  ( $u_{\phi M}/u_{AM} \rightarrow +\infty$ ). Les amplificateurs RF des deux configurations restantes sont disposés de sorte à assurer un rapport  $u_{\phi M}/u_{AM} > 1$  et se distinguent par le gain RF commun aux deux modulateurs ( $G_{RF,config2} < G_{RF,config3}$ ). Le passage d'un rapport  $u_{\phi M}/u_{AM} = 1/10$  à un rapport  $u_{\phi M}/u_{AM} > 1$  est donc bien associé à une forte augmentation de la largeur de peigne (Fig.5.35), en accord avec les résultats numériques. Les faibles amplitudes des modes latéraux côté bleu du spectre optique laissent supposer un manque de gain de boucle du côté de l'OEO. Un amplificateur à effet de champ est ainsi inséré en sortie de photodiode, en vue de corriger ce manque de gain sans modification du rapport de puissance entre les deux modulateurs. Le spectre optique obtenu



FIGURE 5.33 – a) Résultats de simulation de l'évolution de l'énergie impulsionnelle ainsi que la puissance RF par tour de cavité dans le cas d'un COEO-AM/ $\phi M$  ayant une dispersion  $\beta_{2,\Sigma} = -0.76 \ ps^2$ , dans le cas où les modulateurs sont en phase ( $\phi M > 0$ ) ou en opposition de phase ( $\phi M < 0$ ) pour une amplitude de modulation égale ( $u_{\phi M}/u_{AM} = \pm 1$ ). Ces courbes sont associées aux spectres optiques Fig.b et aux profils temporels Fig.c et sont comparés au cas du COEO-AM ( $\phi M = 0$ ). La réduction des pertes par compensation de chirp (cas  $\phi M > 0$ ) a pour conséquence d'accentuer l'énergie intra-cavité et la SPM issue du SOA associé.



FIGURE 5.34 – a) Niveaux de bruit RF du COEO simulés à 1 kHz de la porteuse et amplitude du 1<sup>er</sup> pic de corrélation à f = 500 kHz suivant le rapport d'amplitude de modulation  $u_{\phi M}/u_{AM}$ . b) Évolution du coefficient de diffusion du bruit de timing suivant  $u_{\phi M}/u_{AM}$ , à comparer avec les résultats analytiques présentés Fig.5.30a. Les conditions de simulation sont identiques à celles des résultats présentés Fig.5.32.

présente alors une largeur intermédiaire entre celle du COEO-AM et celle du COEO- $\phi M$  et présente une meilleure stabilité long terme que ces deux configurations. Les performances en bruit de phase du COEO-AM sont aussi améliorées et comparables à ce qui a pû être obtenu avec le COEO à modulateur de phase. Il est intéressant de remarquer que la contribution du bruit de Flicker diminue avec le rapport  $u_{\phi M}/u_{AM}$ , nous indiquant que le comportement du COEO-AM $\phi M$  tend vers celui du COEO- $\phi M$ .

Les avantages du COEO-AM/ $\phi M$  peuvent alors être évalués suivant ces deux comportements limites : le COEO-AM ( $u_{\phi M}/u_{AM} = 0$ ) et le COEO- $\phi M$  ( $u_{\phi M}/u_{AM} \to \infty$ ). L'approche analytique et numérique précédemment présentée nous indique que les performances en bruit de phase du COEO-AM sont susceptibles d'être améliorées suivant le chirp imposé par le modulateur de phase. Cette configuration permet aussi d'atteindre des largeurs de spectres comparables à celles obtenues avec le COEO- $\phi M$ tout en présentant une excellente stabilité. Le COEO-AM/ $\phi M$  présente donc un avantage au regard du bruit de phase lorsque l'on prend le COEO-AM comme référence et un avantage en terme de stabilité si l'on se réfère au COEO- $\phi M$ .



FIGURE 5.35 – Mesures des spectres optiques obtenues à partir des configurations 1-2-3-4, auxquelles sont associés les rapports  $u_{\phi M}/u_{AM} \rightarrow \infty$  ( $\phi M$ ),  $u_{\phi M}/u_{AM} = 1/10$  (AM- $\phi M_1$ ) et  $u_{\phi M}/u_{AM} > 1$ (AM- $\phi M_{2,3}$ ). Le COEO-AM/ $\phi M$  mène alors à un spectre optique de largeur intermédiaire entre le COEO- $\phi M$  et le COEO-AM. Les spectres de bruit de phase respectent cette délimitation avec notamment une réduction progressive du bruit de Flicker à mesure que le rapport le rapport  $u_{\phi M}/u_{AM}$  augmente.



FIGURE 5.36 – Schéma représentant les trois configurations du COEO-AM/ $\phi M$  considérées se distinguant par la répartition du gain dans la boucle de contre-réaction RF. La configuration n°1 (AM- $\phi M_1$ ) présente un unique amplificateur RF en sortie de résonateur. La configuration n°2 (AM- $\phi M_2$ ) présente un amplificateur supplémentaire en entrée de modulateur de phase. Enfin, la troisième configuration (AM- $\phi M_3$ ) est obtenue à partir de la config.n°2 en ajoutant un étage d'amplification en sortie de photodiode.

# Conclusion de la partie expérimentale

L'étude expérimentale du COEO nous a permis tout d'abord de valider l'approche de modélisation choisie. La diversité des configurations testées (COEO-AM, COEO- $\phi M$ , COEO-AM $\phi M$ ) et la conformité des résultats numériques que ce soit du point de vue déterministe ou du bruit de phase, nous confortent sur la viabilité des résultats numériques obtenus ainsi que sur leur interprétation. La reconstitution du profil impulsionnel suivant la dispersion chromatique ainsi que la mesure du bruit de phase nous a notamment permis de retrouver l'accentuation du chirp, la réduction de la largeur impulsionnelle ainsi que la réduction du bruit de phase autour du zéro de dispersion obtenu numériquement. L'utilisation d'un waveshaper permettant de modifier la dispersion chromatique sans modification de longueur de cavité, nous a par ailleurs permis de constater l'existence d'une zone d'instabilité autour du zéro de dispersion. Une attention particulière a aussi été portée sur la gestion de la polarisation des impulsions, nous permettant de conclure que les effets sur le peigne de fréquence observés en ajustant le contrôleur de polarisation, s'expliquent par le surplus de pertes et le retard qu'il induit. Des effets équivalents ont donc été obtenus au moyen d'un atténuateur variable et en ajustant le déphaseur RF. Une configuration avec miroir de Faraday s'est avérée particulièrement intéressante du fait qu'elle permet une auto-correction des variations de polarisation opérant dans la bobine de fibre SMF de la cavité optique. Des configurations alternatives au COEO-AM ont aussi été testées, avec un COEO- $\phi M$  dont les effets d'instabilité observés ont pu être corrigés par la combinaison des deux modulateurs (COEO-AM/ $\phi M$ ). Enfin, la réalisation d'un COEO-AM à cavité étalon présentant une instabilité nécessiterait une étude approfondie afin d'obtenir un système expérimental opérationnel.

# **Bibliographie**

- [1] E5052B Signal Source Analyzer, Keysight Technologies.
- [2] Phase Noise Measurement Solutions, Keysight Technologies.
- [3] J. GORDON et H.KOGELNIK, "PMD fundamentals : Polarization mode dispersion in optical fibers," *Proceedings if the National Academy of Sciences*, mai 2000.
- [4] P. WAI et C. MENYUK, "Polarization Mode Dispersion, Decorrelation, and Diffusion in Optical Fibers with Randomly Varying Birefringence," *Journal of Lightwave Tehcnology*, fév. 1996.
- [5] C. R.MENYUK et A. GALTAROSSA, *Polarization Mode Dispersion*. Springer, 2005.
- [6] G. FOSCHINI, L. NELSON, R.M.JOPSON et H.KOGELNIK, "Statistics of Second-Order PMD Depolarization," *Journal of Lightwave Technology*, Dcember 2001.
- [7] B. S.F.CURTI, B. DAINO, G. MARCHIS, E.IANNONE et F.MATERA, "Evolution od the bandwidth of the principal states of polarization in single-mode fibers," *Optics Letters*, avr. 1991.
- [8] F.BUYERE, "Impact of first and second-order PMD in optical digital transmission systems," *Opt.Fiber Technol.*, juill. 1996.
- [9] A. BOUGAUD, A. LY, G. BAILLY, A. FERNANDEZ et O. LLOPIS, "Effects of polarization mode dispersion on an all polarization maintaining fibers based coupled optoelectronics oscillator," *Proceedings of the IEEE IFCS-ISAF 2020*, juill. 2020.
- [10] A. LIU, X. LI, S. HUO, T. ZHANG, J. DAI et K. XU, "Polarization-insensitive couples optoelectronic oscillator with low spurious tones and phase noise," *Optics Express*, mars 2022.
- [11] J. SERNA, A. HAMAD, E. RUEDA et H. GARCIA, "Autocorrelation measurement of an ultra-short optical pulse using an electrivally focus-tunable lens," *Journal of Optics*, sept. 2015.
- [12] D. J.KANE et R. TREBINO, "Characterization of Arbitrary Femtosecond Pulses Using Frequency-Resolved Optical Gating," *Journal of Quantum Electronics*, fév. 1993.
- [13] R. TREBINO, D. W.DELONG kenneth ANDN.Fittinghoff, J. N.SWEETSER, M. A.KRUMBÜGE et B. A.RICHMAN, "Measuring ultrashort laser pulses in the frequency domain using frequencyresolved optical gating," *Review of Scientific Instruments*, mai 1997.
- [14] T. M. SHUMAN, M. E.ANDERSON, J. BROMAGE, C. IACONIS, L. WAXER et I. A. WALMSLEY, "Real-time SPIDER : ultrashort pulse characterization at 20 Hz," *Optics Express*, sept. 1999.
- [15] C. IACONIS et I. WALMSLEY, "Spectral phase interferometry for direct electri-field reconstruction of ultrashort optical pulses," *Optics Letters*, mai 1998.
- [16] M. ANDERSON, L. de ARAUJO, E. KOSIK et I. WALMSLEY, "The effects of noise on ultrashortoptical-pulse measurement using SPIDER," *Applied Physics B*, mai 2000.
- [17] I. GALLMANN, D. SUTTER, N. MATUSCHEK, G.STEINMEYER et U.KELLER, "Characterization of sub-6-fs optical pulses with spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction," *Optics Letters*, sept. 1999.
- [18] M. KORTI, T. HABRUSEVA, S. SLEPNEVA et al., "Fast-Recovery of the Amplitude and Phase of Short Optical Pulses Using a Frequency-Swept Source Based Heterodyne Measurement," *IEEE Photonics Journal*, juin 2018.

- [19] A. B.MATSKO, D. ELIYAHU, P. KOONATH, D. SEIDEL et L. MALEKI, "Theory of coupled optoelectronic microwave oscillator I : expectation values," *Journal of Optical Society of America B*, mai 2009.
- [20] A. LY, V. AUROUX, R. KHAYATZADEH, N. GUTIERREZ et A. FERNANDEZ, "Highly Spectrally Pure 90-GHz Signal Synthesis Using a Coupled Optoelectronic Oscillator," *Photonics Technology Letters*, juill. 2018.
- [21] K. A.CLARK, Y. CHEN, E. R.NUMKAM et al., "Low Thermal Sensitivity Hollow Core Fiber for Optically-Switched Data Centers," *Journal of Lightwave Tehcnology*, mai 2020.
- [22] M. E.GREIN, H. HAUS, Y.CHEN et E. P.IPPEN, "Quantum-Limited Timing Jitter in Actively Modelocked Lasers," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, oct. 2004.
- [23] S. OZHARAR, I. OZDUR, F. QUINLAN et P. J.DELFYETT, "Jitter reduction by intracavity active phase modulation in a mode-locked semiconductor laser," *Optics Letters*, mai 2009.
- [24] S. OZHARAR et I. OZDUR, "The effects of Intracavity Phase Modulation and Extracavity Optical Filtering on Amplitude Noise od Mode-Locked Pulse Trains," *IEEE Photonics Conference*, sept. 2018.
- [25] F. RANA, R. J.RAMM et H. A.HAUS, "Quatum Noise of Actively Mode-Locked Lasers With Dispersion and Amplitude/Phase Modulation," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, jan. 2004.
- [26] K. TAMURA et M.NAKAZAWA, "Pulse energy equalization in harmonically FM mode-locked lasers with slow gain," *Optics Letters*, déc. 1996.

# Conclusion

L'oscillateur opto-électronique couplé est un dispositif compact, intégrable dans des systèmes embarqués et présentant des performances en bruit de phase compétitives que ce soit sur la gamme de fréquence micro-onde ou millimétriques. Le COEO présente un intérêt particulier dans la catégorie des oscillateurs opto-électroniques de par la génération de peigne de fréquence permise par son laser à verrouillage de modes. Les propriétés de ce peigne résultent de l'intéraction de multiples paramètres de la cavité optique et opto-hyper, donnant lieu à une grande diversité de spectres optiques expérimentaux, dont la forme et la relation de phase des modes le composant affectent directement le bruit de phase RF de l'oscillateur. Les travaux présentés dans ce manuscrit portent sur les différents régimes de synchronisation issus du couplage de l'OEO et du MLL, pouvant donner lieu à un verrouillage de phase des deux oscillateurs, un entrainement de phase, voire un comportement chaotique. L'évolution de ces différents régimes suivant les paramètres de la cavité tels que le temps de recouvrement du gain ou la dispersion chromatique intra et extra-cavité ont ensuite permis d'évaluer les conditions d'une oscillation stable du COEO. À la suite de cette étude en stabilité du système, nous nous sommes intéressés à l'évolution du profil complexe des impulsions suivant la dispersion chromatique et le detuning entre les deux boucles. Les conditions permettant de générer un train d'impulsion stable et modulable en vue d'une réduction du bruit de phase ont ainsi été étudiées, menant à la conclusion qu'une dispersion intra-cavité faiblement anormale serait des plus favorables en vue de combiner performance en bruit de phase et stabilité du système. Cette étude a notamment montré l'intérêt d'un amplificateur à semi-conducteur dans ce genre de dispositif, permettant à la fois de générer des impulsions larges temporellement et spectralement de par les fortes valeurs de chirps accessibles. Ces deux caractéristiques permettent d'améliorer la capacité du COEO à contrôler la position temporelle et spectrale du signal optique, augmentant de ce fait la bande de verrouillage du COEO. Les fortes largeurs impulsionnelles intra-cavité nécessitent la réduction du shot-noise par recompression extra-cavité du train d'impulsion avant photo-détection afin de minimiser la contibution du shot-noise au bruit de phase de l'oscillateur. Ce cas particulier démontre l'importance du contrôle du profil des impulsions en tout point du dispositif, avec des impulsions larges en entrée de modulateur, un spectre étalé en entrée de filtre optique afin d'améliorer la stabilité du système ainsi que des impulsions étroites et puissantes à la photo-détection en vue d'une réduction du bruit de phase. La réalisation expérimentale et numérique d'un COEO à modulateur de phase nous a permis de montrer les bénéfices apportés par ce type de modulation sur le spectre de bruit de phase, tout en soulevant les problèmes de stabilité dus à l'utilisation d'un amplificateur à semi-conducteur. L'étude numérique du  $COEO-\phi M$  avec EDFA a alors démontré l'accessibilité du régime particulier d'auto-soliton. Les larges spectres optiques ainsi obtenus se présentent comme étant d'éventuels vecteurs d'amélioration du bruit de phase de l'oscillateur. En parallèle de ces études, une représentation graphique dans le plan complexe a été mis au point afin de visualiser les effets de compensation apportés par chacun des composants de la boucle optique du COEO quel que soit le type de modulation choisie. Cette méthode s'est avérée être aussi valable pour l'étudier l'évolution des impulsions lors de la propagation fibrée. Enfin, l'incorporation d'un mini-résonateur fibré utilisé comme cavité étalon reste un sujet d'étude prometteur que ce soit en vue de simplifier le système ou afin d'augmenter la fréquence d'oscillation du COEO. La faisabilité de ce dispositif a été démontrée expérimentalement, mais impliquerait la mise en oeuvre de systèmes de contrôle de température suffisamment efficaces pour assurer un fonctionnement stable à long terme.

# **Table des figures**

1.1	Technologie et facteur de qualité des résonateurs RF	5
1.2	Principe de stabilisation du taux de répétition d'un train d'impulsion sur un laser ULE	7
1.3	Principe de la génération de peignes Kerr par laser de pompe CW et pulsé	9
1.4	Principe de la génération hyper-fréquence par battement hétérodyne	10
1.5	Génération hyperfréquence par diffusion Brillouin	11
1.6	Schéma de l'OEO avec résonateur WGM et COEO à ligne à retard	11
1.7	Dispositif COEO-AM et hybride	12
2.1	Principe de mesure du temps de recouvrement du gain du SOA	18
2.2	Mesure du temps de recouvrement du gain SOA	19
2.3	Mesure du facteur de Henry	21
2.4	Mesure du signal de battement d'un laser CW modulé par FWM	22
2.5	Schéma d'un SOA à puits quantique	24
2.6	Diagramme de bande de la double hétérostucture d'un SOA	24
2.7	Simulation du diagramme de bande du puits quantique et des moments dipolaires associés	26
2.8	Simulation de la dispersion de gain du SOA	29
2.9	Effet de saturation du SOA sur l'inversion de population et sa dispersion de gain	30
2.10	Simulation et mesure de la puissance de saturation à $-3 dB$ du SOA	30
2.11	Schéma d'une hétérostructure à confinement séparée	31
2.12	Simulation du courant d'injection du SOA suivant l'inversion du population	34
2.13	Evolution de l'émission spontanée amplifiée du SOA suivant le courant d'injection	34
2.14	Résultats de simulation et mesure du facteur de Henry suivant le courant d'injection du	
	SOA	35
2.15	Vue en coupe d'un MZM z-cut et x-cut	39
2.16	Vue de dessus d'un MZM x-cut.	40
2.17	Représentation dans le plan l'et $1/1$ des effets de dispersion chromatique sur une im-	4.5
<b>a</b> 10	pulsion gaussienne	45
2.18	Profil de frequence instantanee d'une impulsion gaussienne chirpee et modulee par SPM	47
2.19	Evolution du spectre d'une impulsion gaussienne suivant le niveau de SPM	48
2.20	Evolution du profil de frequence instantane sous effet de SPM suivant le signe du chirp	40
0.01	Initial d'une impuision gaussienne	49
2.21	Representation dans le plan 1 des conditions d'equilibre d'une impulsion soliton	50
3.1	Représentation dans le plan $\Gamma$ et temporellement d'une impulsion gaussienne modifiée	
	par dispersion chromatique et filtrage	57
3.2	Schéma d'un équilibre d'un MLL-SOA représenté dans le plan $\Gamma$	59
3.3	Simulation du parcours d'une impulsion gaussienne sur un tour de cavité d'un MLL-SOA	61
3.4	Évolution dans le plan $\Gamma$ des impulsions du COEO-AM	62
3.5	Évolution du chirp et de la largeur à mi-hauteur suivant le dispersion chromatique d'un	
	COEO-SOA et d'un COEO-EDFA	63
3.6	Position sur le cercle de compression des impulsions du COEO suivant $\beta_{2,\Sigma}$	66

3.7	Transformations dans le plan complexe des impulsions optiques selon le modèle analy-	
	tique gaussien	66
3.8	Chirp et largeur impulsionnelle suivant $\beta_{2,\Sigma}$ et délimitation de la zone d'instabilité du COEO selon le modèle analytique	67
3.9	Paramètres asymétrique de $\Gamma$ suivant $\beta_2$	69
3.10	Paramètres asymétriques de $\Gamma$ suivant $\beta_{2,\Sigma}$	69
3.11	Présentation du dispositif COEO simulé	71
3.12	Modélisation d'un train d'impulsion obtenu par MLL avec une tension DC-MZM $V_{bias} = 2V_{\pi}$	74
3.13	Puissance RF du COEO suivant le $V_{bias}$ du MZM $\ldots$	75
3.14	Effet de la SAM du SOA et du MZM sur l'enveloppe complexe d'une impulsion du COEC	77
3.15	Contributions des composants optiques à l'équilibre du COEO-AM	78
3.16	Spectre optique et enveloppe temporelle d'une impulsion opitque d'un COEO-AM sous	
	dispersion anormale	80
3.17	Évolution des paramètres impulsionnels au cours du régime transitoire d'un COEO-AM.	81
3.18	Contribution au gain et fréquence instantané des composants de la boucle optique du COEO-AM	81
3.19	Dépendance au detuning des contributions à la fréquence instantanée des composants de	
	la boucle optique	82
3.20	Composition de la saturation dynamique du SOA	83
3.21	Dépendance des paramètres impulsionnels au temps de recouvrement du SOA	84
3.22	Schéma présentant l'effet Vernier	85
3.23	Potentiel de phase du COEO suivant la dimension $\xi$ et $\Omega$	90
3.24	Potentiel de phase du COEO ainsi que la composante $F_{\Omega}$ associée suivant $\Omega$ avec et sans	
	filtre optique	90
3.25	Barrière de potentiel avec et sans filtre optique	91
3.26	Potentiel de phase du COEO en deux dimensions	91
3.27	Trajectoires dans le plan de phase du COEO	92
3.28	Simulation de la dérive de phase d'un COEO soumis à un bruit gaussien	93
3.29	Diagramme de bifurcation de deux oscillateurs autonomes couplés	94
3.30	Représentation dans le plan de phase de trois attracteurs possibles de deux oscillateurs	
	autonomes couplés	95
3.31	Évolution du potentiel de phase au cours d'une bifurcation par période infinie	95
3.32	Évolution de la barrière de potentiel suivant le detuning du COEO	96
3.33	Simulation montrant la convergence des points fixes du COEO avec le detuning	97
3.34	Langues d'Arnold d'oscillateurs autonomes couplés	99
3.35	Barrière de potentielle suivant $\beta_{2,\Sigma}$ et $\Delta f_{RF}$	99
3.36	Évolution des pertes par modulation AM suivant la largeur des impulsions	101
3.37	Évolution de la fréquence de battement $\Omega$ suivant $\beta_{2,\Sigma}$ et $\Delta f_{RF}$	103
3.38	Évolution de l'état stationnaire du COEO suivant un detuning positif	104
3.39	Évolution de l'état stationnaire du COEO suivant un detuning négatif	104
3.40	Impact de la dispersion chromatique sur l'évolution de l'état stationnaire du COEO sui- vant $\Delta f_{RE}$	105
3.41	Coefficient de Lyapunov suivant $\Delta f_{RF}$ du COEO sous régime chaotique	106
3.42	Impact du temps de recouvrement du SOA sur la bande de verrouillage ainsi que l'agen- cement des composants de la boucle optique	107
3 4 3	Effet du temps de recouvrement sur le régime cvclo-périoidique du COEO	108
3 44	Impact de $\beta_{2,\Sigma^{-1}}$ sur la bande de verrouillage du COEO	108
3 4 5	Contribution de $\beta_{2,\Sigma_1}$ à l'évolution des paramètres impulsionnels	109
3 46	Évolution dans le plan complexe des propriétés impulsionnelles du COFO- $dM$	111
5.40	$2$ relation can be plan complete des proprietes impusionnenes du COLO- $\psi$ in $\ldots$	

3.47	Effet de la modulation de phase et de la dispersion chromatique sur une impulsion gaus-	
	sienne	112
3.48	Levée de dégénérescence par $\beta_{2,\Sigma}$ d'un train d'impulsion généré par COEO- $\phi M$ -EDFA	113
3.49	Évolution des paramètres impulsionnels au cours du régime transitoire du COEO- $\phi M$ .	115
3.50	Apport des composants optiques aux paramètres impulsionnels au cours du régime tran-	
	sitoire du COEO- $\phi M$	116
3.51	Spectre optique et enveloppe temporelle à l'état stationnaire	117
3 52	Évolution au cour du temps du spectre et de l'enveloppe impulsionnelle	117
3 53	Contributions au gain et fréquence instantané des composants de la boucle ontique	118
3.55	Évolution des paramètres impulsionnels de l'auto soliton du COEO $\phi M$	118
2.54	Evolution des parametres impuisionnels de l'auto-sonton du COEO- $\varphi M$	110
2.55	Contributions des composents optiques aux paremètres impulsionnels de l'auto-soliton	120
2.50	Contributions des composants optiques aux parametres impuisionners de l'auto-sontoir .	120
5.57	d'aute solitor	120
2 50		120
3.58	Compensation de la frequence instantanée apportée par chacun des composants optiques	120
3.59	Spectre optique et enveloppe temporelle de l'auto-soliton	121
11	Simulation et composition du bruit de phase du COEO	130
4.1	Évolution du bruit de flicker et du bruit thermique quivent le fecteur de quelité	121
4.2	Évolution du bruit de micker et du bruit therminque suivant le facteur de quante	131
4.5		131
4.4	Contribution du bruit issu de sources RF au specte total	132
4.5	Evolution de la fréquence de coin suivant le facteur de qualité	132
4.6	Dépendance des coefficients de diffusion des sources de bruit au detuning	133
4.7	Corrélation de bruit et longueur de cavités	134
4.8	Dépendance des propriétés impulsionnelles au detuning	135
4.9	Evolution du facteur de qualité et des coefficients de diffusion suivant $\Delta f_{RF}$ et leur	
	impact sur le bruit de phase	136
4.10	Impact de $\beta_{2,\Sigma}$ et $\Delta f_{RF}$ sur le facteur de qualité	137
4.11	Évolution de la puissance RF et largueur impulsionnelle suivant $\beta_{2,\Sigma}$	138
4.12	Évolution du facteur de qualité et du bruit de phase suivant $\beta_{2,\Sigma}$	139
4.13	Dépendance du bruit de phase aux dispersion intra et extra-cavité	139
4.14	Bruit de phase proche porteuse suivant $\beta_{2,\Sigma 1}$	140
4.15	Paramètres impulsionnels suivant $\beta_{2,\Sigma 1}$	141
4.16	Bruit de phase et facteur de qualité suivant $\beta_{2,\Sigma 1}$	141
4.17	Composition du bruit de phase au voisinage du plancher de bruit	142
4.18	Simulation de l'approche expérimentale employée pour mesurer le facteur de qualité	143
4.19	Le spectre de bruit de phase suivant $\beta_{2,\Sigma}$	144
4.20	Caractérisation du filtre flat-band et diversité des spectres optiques expérimentaux	144
5.1	Diagrammes de bloques des méthodes de mesures de bruit RF	151
5.2	Dispositif COEO expérimental	152
5.3	Mesure du bruit de phase suivant $\beta_{2,\Sigma 1}$	153
5.4	Mesure de l'évolution du bruit de phase suivant le rapport des longueurs de cavité	154
5.5	Évolution de la SAM de de la modulation MZM suivant le detuning	155
5.6	Simulation de l'énergie impulsionnelle et de la puissance RF suivant $\Delta f_{RF}$ ainsi que la	
	position du peigne et sa largeur	156
5.7	Mesure de l'énergie impulsionnelle et du niveau de puissance RF suivant $\Delta f_{Rf}$ , ainsi	
	que la position du peigne de fréquence et sa largeur	157
5.8	Simulation et mesure du bruit de phase suivant le detuning	157
5.9	Bruit de phase du COEO-PMF	160
5.10	Évolution du spectre optique et du spectre de bruit de phase suivant le detuning	161
5.11	Spectre optique symétrisé sous effet de detuning négatif	162
~··· 1	-r	

5.12	Étalement du spectre optique d'un COEO-AM après ajustement du $V_{bias}$
5.13	Bruit de phase du COEO par ajustement du $V_{bias}$ et $\Delta f_{RF}$ pour $\beta_{2,\Sigma} < 0$
5.14	COEO avec miroir de Faraday
5.15	Principe de la caracérisation d'impulsion par stepped-heterodyne
5.16	Simulation de la reconstitution par stepped-heterodyne d'une impulsion gaussienne 167
5.17	Simulation du spectre optique complexe mesuré par stepped-heterodyne suivant la fré- quence du laser CW
5.18	Simulation montrant l'impact d'une reconstitution d'impulsion à partir d'un spectre op- tique tronqué
5.19	Dispositif expérimental utilisé pour la mesure stepped-heterodyne
5.20	Évolution du spectre RF mesuré par stepped-heterodyne sur un ISL de la cavité 169
5.21	Enveloppe complexe reconstituées expérimentalement par stepped-heterodyne suivant $\beta_{2,\Sigma}$
5.22	Simulation de spectre optique obenus suivant les deux régimes de dispersion intra-cavité 171
5.23	Chirp et largeur à mi-hauteur des impulsions reconstituées par stepped-heterodyne suivant $\beta_{2,\Sigma}$
5.24	Évolution du spectre de bruit de phase suivant $\beta_{2,\Sigma}$
5.25	Évolution du spectre optique mesuré suivant $\beta_{2\Sigma}$ avec waveshaper $\ldots \ldots \ldots \ldots 174$
5.26	Schéma du COEO à cavité étalon
5.27	Spectres RF et optique du COEO-AM à cavité étalon
5.28	Spectre optique et spectre de bruit de phase du COEO- $\phi M$ mesuré, simulé et comparé à ceux obtenus avec le COEO-AM
5.29	Comparaison du spectre optique simulé avec celui mesuré dans le cas d'un COEO avec waveshaper
5.30	Évolution du bruit de timing suivant le rapport d'indice de modulation $AM/\phi M$ du COEO-AM- $\phi M$
5.31	Évolution des paramètres impulsionnels suivant le rapport d'indice de modulation $AM/\phi M$ obtenue analytiquement
5.32	Évolution des paramètres impulsionnels suivant le rapport d'indice de modulation $AM/\phi M$ obtenue numériquement
5.33	Spectre optique et enveloppe complexe du COEO-AM/ $\phi M$ suivant le rapport des indices de modulation
5.34	Impact du rapport des indices de modulation sur le bruit de phase du COEO
5.35	Spectres optiques et de bruit de phase mesurés du COEO-AM- $\phi M$
5.36	Configurations du COEO-AM- $\phi M$ utilisées pour la mesure de spectre

# Liste des publications

## **Conférences Internationales**

**A.Bougaud**, O.Llopis, A.Fernandez,"Numerical study of a COEO device versus loop chromatic dispersion and detuning", Proc. of the Joint Conference of the IEEE International Frequency Control Symposium (IFCS) and International Symposium on Applications of Ferroelectrics (ISAF), April 2022

**A. Bougaud**, A. Ly, A. Fernandez, O. Llopis, "Effects of polarization mode dispersion on an all polarization maintaining fibers based coupled optoelectronic oscillator", Proc. of the Joint Conference of the IEEE International Frequency Control Symposium (IFCS) and International Symposium on Applications of Ferroelectrics (ISAF), July 2020.

O. Llopis, G. Bailly, <u>A. Bougaud</u>, A. Fernandez, "Experimental investigations on lasers FM and AM noise", Proc. of the Joint Conference of the IEEE International Frequency Control Symposium (IFCS) and International Symposium on Applications of Ferroelectrics (ISAF), July 2020.

# **Conférences nationales**

**A. Bougaud**, O. Llopis, A. Fernandez, "Effets de désynchronisation sur le comportement déterministe, en bruit de phase et chaotique d'un oscillateur opto-électronique couplé", Journée du Club Optique-Micro-onde, JCOM 2022, juin 2022.

**A. Bougaud**, O. Llopis, A. Fernandez, "Modélisation numérique et mesure expérimentale du bruit de phase de l'oscillateur optoélectronique couplé", Journée du Club Optique-Micro-onde, JCOM 2021, juin 2021.

**A. Bougaud**, A. Fernandez, A. Ly, S. Balac, O. Llopis, B. Franc, "Optimisation de la dispersion chromatique d'un COEO fibré pour la génération d'impulsion picoseconde et la synthèse micro-onde", soumis à Optique Dijon 2021, colloque JNOG (Journées Nationales de l'Optique Guidée), Dijon, juillet 2021.

# Résumé

# Modélisation et optimisation d'un oscillateur optoélectronique couplé pour la synthèse de fréquence micro-onde

Sous la direction d'Olivier Llopis et Arnaud Fernandez

La montée en fréquence observée depuis les années 2000 dans le domaine des télécommunications justifie le développement d'oscillateurs hautes fréquences (HF) voir ultra-hautes fréquences (UHF). La qualité des oscillateurs dans ces gammes de fréquence reste cependant limitée par les pertes matériaux à ces longueurs d'onde. Dans ce contexte, les oscillateurs opto-électroniques se présentent comme une alternative permettant la réalisation d'oscillateurs à fort facteur de qualité et à faible bruit de phase en alliant optique et radio-fréquence. Parmis ces oscillateurs le COEO (Coupled Opto-Elecronic Oscillator) se présente comme un dispositif intéressant de par la compacité permise par le laser à verrouillage de mode actif qu'il intègre. L'optimisation en bruit de phase de ce dispositif nécessite alors une compréhension accrue des mécanismes menant l'oscillateur à son état stationnaire.

Ces travaux de thèse portent sur l'étude des régimes de synchronisation, de l'évolution des impulsions optiques suivant les paramètres expérimentaux du dispositif et leur impact sur la stabilité et les performances en bruit de phase du COEO. Le développement d'outils numériques a été réalisé dans cet objectif, dont les résultats sont comparés au comportement expérimental du dispositif. Dans le prolongement de cette étude, des configurations alternatives au COEO classique ont été réalisées en vue d'allier compacité et performance en bruit de phase de l'oscillateur.

Mots clés : Oscillateurs opto-électroniques couplés, laser à verrouillage de mode, bruit de phase, micro-onde, modélisation, optimisation.

## Abstract

# Modelization and optimization of an coupled opto-electronic oscillator for micro-wave synthesis

Under the supervision of Olivier Llopis and Arnaud Fernandez

The increase in frequency observed since the 2000s in the field of telecommunications justifies the development of high frequency (HF) or even ultra-high frequency (UHF) oscillators. The quality of the oscillators in these frequency ranges remains however limited by the material losses in these wavelength ranges. In this context, opto-electronic oscillators are presented as an alternative allowing high quality factor and low phase noise by combining optics and radio-frequency. Among these oscillators, the COEO (Coupled Opto-Electronic Oscillator) is particlarly interesting due to its compactness allowed by its internal active mode-locked laser. The phase noise optimization of this device then requires a detailled understanding of the mechanisms leading the oscillator to its steady-state.

This thesis work focuses on the study of synchronization regimes, the evolution of optical pulses according to the experimental parameters of the device and their relationship to the stability and phase noise performance of the COEO. The development of numerical tools was carried out for this purpose and compared to the experimental behavior of the device. As an extension of this study, alternative configurations to the classic COEO are proposed in order to combine compactness and phase noise performance of the oscillator.

key words : Coupled Opto-Electronic Oscillator, Mode-Locked Laser, phase noise, micro-wave, modelization, optimization.