



HAL
open science

Approche générale pour la modélisation et la commande directe des convertisseurs statiques

Manon Doré

► **To cite this version:**

Manon Doré. Approche générale pour la modélisation et la commande directe des convertisseurs statiques. Automatique. Université de Toulouse, 2024. Français. NNT : 2024TLSEI022 . tel-04890555v2

HAL Id: tel-04890555

<https://laas.hal.science/tel-04890555v2>

Submitted on 19 Feb 2025

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Doctorat de l'Université de Toulouse

préparé à l'INSA Toulouse

Approche générale pour la modélisation et la commande
directe des convertisseurs statiques

Thèse présentée et soutenue, le 28 octobre 2024 par

Manon DORÉ

École doctorale
SYSTEMES

Spécialité
Automatique

Unité de recherche
LAAS - Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes

Thèse dirigée par
Germain GARCIA et Yassine ARIBA

Composition du jury
M. Malek GHANES, Président et Rapporteur, Centrale Nantes
M. Jamal DAAFOUZ, Rapporteur, Université de Lorraine
Mme Pauline KERGUS, Examinatrice, LAPLACE
M. Jean-François TRÉGOUËT, Examineur, INSA Lyon
M. Germain GARCIA, Directeur de thèse, INSA Toulouse
M. Yassine ARIBA, Co-Directeur de thèse, INSA Toulouse

Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier les membres du jury d'avoir accepté d'évaluer ce travail : Jamal Daafouz et Malek Ghanes pour l'avoir rapporté, Pauline Kergus et Jean-François Trégouët pour l'avoir examiné. Vos retours et précieux commentaires ont grandement contribué à améliorer ce manuscrit.

Il est facile de penser que la préparation d'une thèse est un voyage solitaire. Pourtant, je m'en souviendrais pour les rencontres enrichissantes, les collaborations et le soutien des personnes qui m'ont accompagné dans ce projet. C'est donc avec plaisir que j'exprime ici ma gratitude à toutes celles et ceux qui ont contribué de près ou de loin au bon déroulement de ces trois années.

Germain, Yassine, merci de m'avoir fait confiance malgré une candidature qui n'était pas évidente au premier abord. Yassine, merci pour ta patience et ton engagement dans ce projet. Ton accompagnement a été précieux, que ce soit pour explorer un problème au tableau, mettre en avant le grand principe du compromis, partager des conseils ou discuter photo/vidéo. Merci pour tout. Germain, merci d'avoir partagé ta riche expérience dans des domaines variés (et parfois en automatique) avec moi, au cours de discussions mémorables. Un merci particulier pour avoir arrangé le séjour en Espagne.

Au-delà de l'encadrement, j'ai trouvé au LAAS un environnement accueillant et unique. J'ai pu m'y épanouir à travers de nombreuses rencontres, mais aussi quelques projets plus ou moins sérieux (de la représentation des doctorants aux montages photo approximatifs en passant par les parties de ping-pong, les journées au labo ont de quoi surprendre).

Un immense merci aux camarades doctorants/postdoc/stagiaires des couloirs MAC/POP et DISCO a.k.a le LAAS gang, toujours partant pour passer des pauses à refaire le monde, jouer aux cartes, échanger sur les langues/cultures ou organiser des sorties. Merci à Adrien D., Adrien L., Agustina, Alberto, Alex, Alexey, Antonio, Anubhab, Arnaud, Arthur S., Arthur T., Beatrice, Camille C., Camille, Charlotte, Corbi, Danh, Falak, Florent, Gaël, Giovanni, Jared, Joseph, Loi, Mathieu, Marco, Mauro, Nicola, Nicolas, Olga, Roberto, Samuele, Santiago, Sara, Saroj, Silvia, Srecko, Suha, Tychique, Tomas, Vit, Yoni, Zhijian pour tous les moments partagés à travers les montagnes russes de la thèse. Une mention spéciale à Nicôlaaa. Même si t'es (parfois ?) embêtant, je suis reconnaissante d'avoir pu partager ces trois années avec toi, les voyages (ta marche chaotique) et les galères.

Un merci aux membres permanents de l'équipe, et plus spécifiquement à Fred, Isa, Luca, Lucie et Sophie avec qui les discussions ont été les plus nombreuses. Ma vision de la recherche a grandement évolué à vos côtés. Merci d'avoir partagé votre expérience, mais aussi pour le soutien, les conseils avisés et votre disponibilité à travers une porte ouverte à l'échange.

Dans des coins plus obscurs du LAAS, merci à Anne, Ben et Léo pour les pauses cafés qui m'ont permis de m'évader du couloir.

D'un point de vue scientifique, j'ai eu la chance de travailler avec de nombreuses personnes qui ont enrichi ce projet.

Merci à nouveau à Luca, sans qui cette thèse aurait une tout autre tête. J'ai beaucoup appris à tes côtés, merci de m'avoir transmis le goût de la discussion au tableau. Merci à nouveau à Fred pour avoir apporté un regard rigoureux aux travaux sur les modes glissants, mais aussi pour les discussions au détour de ton bureau.

Merci à Sarah, Emmanuel et Oualid pour la vision nouvelle que vous avez chacun apporté au sujet, mais aussi pour votre implication dans le travail que vous avez fourni.

Merci à l'équipe OwnTech, Philippe Cussac et Grégoire pour les échanges qui m'ont permis de raccrocher mes travaux à la réalité de l'électronique de puissance.

Merci au groupe GAEI de l'université de Tarragone pour l'accueil et les échanges sur les aspects d'implémentation de la commande. Plus spécifiquement, merci à Luis pour l'accueil, et à Oswaldo pour les discussions et la collaboration qui en a suivi. Merci aux doctorants pour la bonne ambiance, les sorties et les conseils de visite.

L'équilibre lors d'une thèse repose également sur la vie en dehors du labo, à travers les soutiens essentiels que sont les amis et la famille.

Merci à Adrien, Alice, Camille, Clément, Harena, Jerem, Laura, Mathilde, Sophie, Vivi et Yohan a.k.a le Neurchi pour les rigolades, les soirées et autres aventures aux quatre coins de la France et d'ailleurs. Merci à Amandine d'avoir toujours été là, depuis plus de 10 ans maintenant (et ce n'est que le début)! Merci à Marlène, Salomé et Seb pour les weekends, d'avoir eu la motivation de me rendre visite en Espagne, mais aussi pour m'avoir toujours patiemment écouté. Merci à Aurélien pour les cafés et les séances d'escalade plus récemment.

Merci à ma famille d'avoir continué d'essayer de comprendre ce que je faisais, pour m'avoir aidé à préparer le jour j, et plus généralement pour le soutien tout au long de mes études. J'espère vous avoir rendu fiers.

Et parce qu'une couche de remerciements de plus ne fait pas de mal, un grand MERCI encore une fois à toutes les personnes mentionnées ci-dessus et à celles que j'aurais pu malencontreusement oublier. Je vous souhaite à tous le meilleur pour la suite.

Finalement, un merci infini à Louise. Nous avons traversé les hauts et les bas de la thèse ensemble et ta présence a été le plus grand pilier de mon quotidien. Merci pour ton soutien, ta patience, ton écoute et tous les beaux moments passés à tes côtés. C'est maintenant à toi de finir le voyage de la thèse, je suis d'avance fière de toi.



Résumé

Cette thèse est consacrée à la modélisation et à la commande des convertisseurs électriques avec une approche générale. Tout d'abord, nous formalisons une méthodologie de modélisation qui systématise l'obtention d'un modèle de convertisseur dans le cadre des systèmes affines à commutation à partir du modèle physique. Cette classe de systèmes dynamiques hybrides permet de prendre en compte la nature commutée des convertisseurs, et d'envisager la commande directe des interrupteurs du circuit. La démarche proposée met en avant un modèle général, capable de représenter une large gamme de convertisseurs.

Le modèle affine à commutation permet d'aborder la commande directe des convertisseurs dans un cadre général. En particulier, nous nous intéressons à l'étude de la loi de commande de type *argmin*, bien connue pour cette représentation. Ce résultat, issu de la littérature sur les systèmes affines à commutation, présente l'avantage de répondre à divers problèmes de commande, stabilisation ou poursuite, en modifiant simplement la référence de l'état. De plus, la synthèse des gains de la loi de commande est réalisée efficacement à partir de conditions de type LMI (Linear Matrix Inequality).

En se focalisant sur les conditions de fonctionnement des convertisseurs, nous proposons deux extensions du schéma de commande : un observateur commuté pour les cas où l'état n'est pas complètement mesuré, et une boucle avec action intégrale basée sur un modèle d'équilibre des puissances pour rejeter les perturbations extérieures. Enfin, nous proposons une modification de la loi adaptée à une classe spécifique de convertisseurs, présentant une redondance importante dans la commande.

Pour illustrer la généralité de la méthode proposée, les résultats sont validés sur de nombreux exemples de convertisseurs, à l'aide de simulations réalisées avec MATLAB/Simulink ainsi que PLECS.



Abstract

This thesis focuses on the modeling and control of electrical converters, with a general approach. First, we formulate a modeling methodology that systematizes the derivation of a converter model in the framework of affine switched systems from the physical model. This class of hybrid dynamic systems enables to take into account the switched nature of converters, and to consider the direct control of circuit switches. The proposed approach highlights a general model, able to represent a wide range of converters.

The switched affine system enables us to consider the direct control of converters within a general framework. In particular, we are interested in studying the *argmin*-type control law, well known for this model. This result, taken from the literature on affine switching systems, has the advantage of addressing various control problems, stabilization or tracking, by simply modifying the state reference. Moreover, the design of the control law gains is efficiently performed using LMI (Linear Matrix Inequality) conditions.

Focusing on converter operating conditions, we propose two extensions to the control scheme : a switched observer for the case where the state is not completely measured, and an integral action loop based on a power balance model to reject external disturbances. Finally, we propose a modification of the law adapted to a specific class of converter, with significant redundancy in the control.

To illustrate the generality of the proposed method, the results are validated on numerous converter examples, using simulations performed with MATLAB/Simulink as well as PLECS.

Table des matières

Remerciements	iii
Résumé	v
Abstract	vii
Table des matières	ix
Nomenclature	xi
Introduction générale	1
1 Étude bibliographique	5
Introduction	5
1.1 Modélisation des convertisseurs	7
1.1.1 Notions de modélisation des circuits électriques	7
1.1.2 Différents cadres de modélisation	9
1.2 Solution, équilibre et stabilité	12
1.2.1 Solutions et points d'équilibre	12
1.2.2 Stabilité et méthode de Lyapunov	13
1.2.3 Étude du régime établi	15
1.3 Commande des convertisseurs	18
1.3.1 Méthodes de commande directe	20
1.3.2 Commande <i>argmin</i>	22
1.3.3 Prise en compte des perturbations/incertitudes	24
Conclusion	25
2 Démarche générale de modélisation	27
Introduction	27
2.1 Du modèle physique au modèle affine à commutation	28
2.1.1 Modèle physique	28
2.1.2 Passage à un modèle affine à commutation	37
2.1.3 Comparaison des deux modèles	40
2.1.4 Lien entre topologie de circuit et classe de modèle	41
2.1.5 Exemples	42
2.2 Méthodes de détermination de l'état de référence	47
2.2.1 Définitions	48
2.2.2 Méthode pour les convertisseurs DC-DC	48
2.2.3 Méthode pour les convertisseurs DC-AC ou AC-DC	54
2.2.4 Évolution en présence de perturbations d'un point de référence	57
Conclusion	59

3 Observateur et action intégrale	61
Introduction	61
3.1 Formalisation du problème de commande	62
3.1.1 Rappel des modèles et commande <i>argmin</i> associée	62
3.1.2 Problème de commande	65
3.1.3 Observateur d'état	66
3.1.4 Commande	67
3.1.5 Application au Buck-boost non-inverseur	69
3.2 Compensation par action intégrale	73
3.2.1 Schéma de commande et calcul du gain	73
3.2.2 Application au NPC	74
Conclusion	84
4 Commande <i>argmin</i> restreinte	85
Introduction	85
4.1 Modèle et motivation	85
4.2 Commande restreinte	90
4.3 Commande restreinte avec retour d'état	92
4.4 Application au Cascaded H-Bridge	93
4.4.1 Modélisation	93
4.4.2 Simulation	95
Conclusion	101
Conclusion générale	103
A Gains de l'observateur du NPC	107
B Liste de modèle	109
Bibliographie	123

Nomenclature

Acronymes

AC	<i>Alternative Current</i> , Courant alternatif
AS	Asymptotiquement stable
CCM	<i>Continuous Conduction Mode</i> , Mode de conduction continue
CHB	<i>Cascaded H-Bridge</i>
DC	<i>Direct Current</i> , Courant continu
DCM	<i>Discontinuous Conduction Mode</i> , Mode de conduction discontinue
GAS	Globalement asymptotiquement stable
LMI	<i>Linear Matrix Inequality</i> , Inégalité linéaire matricielle
MLI	Modulation de Largeur d'Impulsion
NPC	<i>Neutral Point Clamped</i>
PFC	<i>Power Factor Correction</i> , Correction du facteur de puissance
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>
THD	<i>Total Harmonic Distortion</i> , Taux de distorsion harmonique

Notations

\mathbb{R}	Ensemble des réels
\mathbb{K}_m	Ensemble des entiers de 1 à m
\mathbb{Z}	Ensemble des entiers relatifs
M^T	Transposée de la matrice M
$\lambda_{\min}(M)$	Valeur propre minimale de la matrice M
$\lambda_{\max}(M)$	Valeur propre maximale de la matrice M
m_{ij}	Élément de la i -ième ligne et j -ième colonne de la matrice M
M^{-1}	Inverse de la matrice carrée M (non singulière)
$M > 0$	La matrice carrée symétrique M est définie positive
$M \geq 0$	La matrice carrée symétrique M est semi-définie positive
\mathbb{I}_n	Matrice identité de taille n
$\text{rang}(M)$	Rang de la matrice M
$\ \cdot\ $	Norme euclidienne

$\mathcal{S}_1 \cap \mathcal{S}_2$	Intersection des ensembles \mathcal{S}_1 et \mathcal{S}_2
$x \in \mathcal{S}$	x est inclus dans l'ensemble \mathcal{S}
$\mathcal{S}_1 \subset \mathcal{S}_2$	L'ensemble \mathcal{S}_1 est un sous-ensemble de \mathcal{S}_2
$\text{conv}(\mathcal{S})$	Enveloppe convexe de l'ensemble \mathcal{S}
$\text{int}(\mathcal{S})$	Intérieur de l'ensemble \mathcal{S}
$ \cdot $	Valeur absolue d'un scalaire
$\text{sign}(x)$	Signe du scalaire x
$\underset{x \in \mathcal{D}}{\text{argmin}} f(x)$	Argument du minimum de la fonction $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$
$\underset{x \in \mathcal{D}}{\text{argmax}} f(x)$	Argument du maximum de la fonction $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$
$\bar{u} = 1 - u$	Inverse de u binaire
\mathcal{C}^1	Classe des fonctions dérivables dont la dérivée première est continue
\dot{x}	Dérivée temporelle de x

Variables récurrentes

$x \in \mathbb{R}^n$	Vecteur d'état
$\hat{x} \in \mathbb{R}^n$	Vecteur d'état reconstruit
$x_{\text{ref}} \in X_{\text{traj}}$	Vecteur d'état de référence
$y \in \mathbb{R}^q$	Vecteur de sortie
$y_{\text{ref}} \in \mathbb{R}^q$	Vecteur de sortie de référence
$y_{\text{m}} \in \mathbb{R}^{q_{\text{m}}}$	Vecteur de mesure
$\hat{y}_{\text{m}} \in \mathbb{R}^{q_{\text{m}}}$	Vecteur de mesure reconstruit
$p \in \mathbb{R}^d$	Vecteur des perturbations
$e = x - x_{\text{ref}} \in \mathbb{R}^n$	Erreur de stabilisation (ou de poursuite)
$\varepsilon = x - \hat{x} \in \mathbb{R}^n$	Erreur de reconstruction
$v_{\text{in}} \in \mathbb{R}^l$	Vecteur des sources
$u \in \{0, 1\}^m$	Vecteur de commande des interrupteurs
$u_{\text{ref}} \in [0, 1]^m$	Vecteur de commande de référence des interrupteurs
$\lambda \in \Lambda_S$	Vecteur de commande d'un système affine à commutation
$\lambda_{\text{ref}} \in \Lambda_R$	Vecteur de commande de référence d'un système affine à commutation

Introduction générale

Contexte et problématique

Les convertisseurs d'énergie électrique sont des systèmes qui font partie de notre quotidien. Leur rôle est d'adapter l'énergie entre sources et charges électriques de nature différentes. Ils se développent à travers des applications variées comme les énergies renouvelables, les micro-réseaux, les transports... Plus précisément, les convertisseurs sont des circuits électriques qui intègrent des composants qui jouent le rôle d'interrupteur, comme des transistors. Ces interrupteurs fonctionnent en commutation, les convertisseurs sont donc par nature des systèmes commutés.

Pour représenter ce comportement, les convertisseurs peuvent être modélisés comme des systèmes dynamiques hybrides, plus précisément comme des systèmes affines à commutation. Ces derniers sont caractérisés par un ensemble de sous-systèmes affines, et une loi de commutation qui détermine lequel est actif à chaque instant. Cette représentation met en avant la nature commutée des convertisseurs, contrairement au modèle moyen classiquement utilisé pour les représenter.

La littérature sur les systèmes affines à commutation met en avant les convertisseurs comme des exemples d'applications pour les lois de commutation développées. Ces lois agissent directement sur l'état des interrupteurs, il s'agit donc de méthodes de commande dites *directes*. Elles se différencient ainsi de l'approche classique qui consiste à utiliser la modulation à largeur d'impulsion (MLI) comme intermédiaire pour implémenter les lois de commande.

Parmi les lois de commande proposées pour les systèmes affines à commutation, celle de type *argmin* se distingue par sa simplicité de synthèse à partir d'inégalités matricielles linéaires (LMI). Elle est de plus capable de traiter des problèmes de stabilisation ou de poursuite, selon la référence de l'état.

Cependant, ces travaux ont été développés dans un cadre théorique. Ils ne prennent donc pas suffisamment en compte certaines spécificités des convertisseurs, comme les perturbations extérieures ou le manque de mesure que l'on peut trouver en pratique. De plus, les exemples de convertisseurs rencontrés dans la littérature sont souvent relativement simples. Bien que prometteur, le manque de méthodologie permettant d'obtenir un modèle de convertisseur dans le formalisme des systèmes affines à commutation limite l'application des résultats aux convertisseurs les plus complexes, comme les convertisseurs multiniveaux.

Avec le développement des applications électriques qui exploitent largement les convertisseurs, il est intéressant de proposer des méthodes de modélisation et de commande plus génériques, adaptées aux contraintes spécifiques des convertisseurs. Dans ce contexte, des travaux préliminaires [1,2] ont proposé un modèle et une loi de commande générale des convertisseurs. Le modèle préserve la nature non linéaire et commutée de ces systèmes, et permet de poser les problèmes de commande dans un cadre général. Le sujet de cette thèse consiste à poursuivre ces travaux.

Objectifs

L'objectif est de proposer une méthode générale de commande directe des convertisseurs, couvrant la modélisation, la génération de l'état de référence à atteindre et la synthèse d'une loi de commande. Les travaux ont été menés selon deux axes :

- Proposer une démarche systématique de modélisation des convertisseurs électriques. La méthode doit permettre d'obtenir un modèle affine à commutation à partir des équations électriques du circuit. L'exploration d'un grand nombre d'exemples de convertisseurs sera cruciale pour proposer une méthode et un modèle suffisamment général pour représenter une large classe de convertisseurs.
- Étudier les hypothèses permettant de mettre en place une loi de commande de type *argmin* sur le modèle général. Ces hypothèses seront adaptées pour prendre en compte des scénarios de fonctionnement plus restrictifs, spécifiques aux convertisseurs. Les schémas de commande développés devront gérer les perturbations/incertitudes, le manque de mesure de l'état, et les spécificités de certaines classes de convertisseurs.

Organisation et contribution

Ce mémoire présente les contributions répondant aux objectifs énoncés. Il est organisé en quatre chapitres :

Chapitre 1 : Étude bibliographique

Le premier chapitre introduit les notions fondamentales sur les convertisseurs d'énergie électrique. Il explore leur modélisation et leur commande à travers une étude bibliographique, et se concentre sur les résultats utilisés dans la suite de ce manuscrit.

Chapitre 2 : Démarche générale de modélisation

Le deuxième chapitre présente une méthodologie générale de modélisation des convertisseurs. À partir des équations régissant le fonctionnement du système, l'approche permet d'obtenir de façon systématique un modèle de convertisseur dans le formalisme des systèmes bilinéaires et/ou des systèmes affines à commutation. Différentes méthodes permettant de choisir et calculer un point d'équilibre de référence pour un convertisseur sont ensuite introduites. Ce chapitre est complété par l'Annexe B qui liste des modèles de convertisseurs obtenus avec la méthode présentée.

Chapitre 3 : Observateur et action intégrale

Le troisième chapitre est dédié à la commande des systèmes affines à commutation. Deux lois de commandes dérivées de la commande de type *argmin* sont proposées, visant à stabiliser un point de référence et à réguler la sortie du système en présence de perturbations extérieures. Un observateur est proposé pour calculer la commande à partir de la mesure d'une sortie. Les lois de commande sont établies à partir des modèles généraux obtenus dans le Chapitre 2, ce qui induit un certain niveau de généralité. De plus, la synthèse de ces lois repose sur des conditions LMI faciles à évaluer à partir du modèle d'un convertisseur.

Chapitre 4 : Commande *argmin* restreinte

Le dernier chapitre étudie une classe spécifique de convertisseurs, dont le modèle est linéaire en l'état et dont la commande présente une redondance importante. Bien que la loi de commande de type *argmin* s'y applique, elle n'exploite pas les possibilités offertes par la redondance. Une

modification de la loi de commande est donc proposée pour l'adapter aux convertisseurs considérés. Par comparaison à la commande *argmin* classique, elle assure un meilleur suivi de la trajectoire de référence et permet de diminuer les pertes par commutation.

Publications

Les travaux de recherche présentés dans cette thèse ont fait l'objet des publications suivantes :

[3] M. Doré, Y. Ariba, and G. Garcia - *General methodology for observer-based control of power electronic converters with measured perturbations* - 2023 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA) - pages 1060–1065, 2023

[4] M. Doré, Y. Ariba, and G. Garcia - *Observer-based Switched Control of the Three Level Neutral Point Clamped Rectifier* - 2023 62nd IEEE Conference on Decision and Control (CDC) - pages 3580–3585, 2023

[5] M. Doré, Y. Ariba, O. Lopez-Santos, and G. Garcia - *Revisiting the argmin direct control for the Cascaded H-Bridge Inverter* - 2024 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA) - pages 282-287, 2024

[6] M. Doré and N. Zaupa - *Control of the RMS Output Current in Series Resonant Converters* - 2024 4th IFAC Conference of Modelling, Identification and Control of nonlinear systems (MICNON) - pages 132-137, 2024

Vue générale

La Figure 1 résume l'approche générale proposée dans ce manuscrit, l'organisation à travers les chapitres et les publications associées.

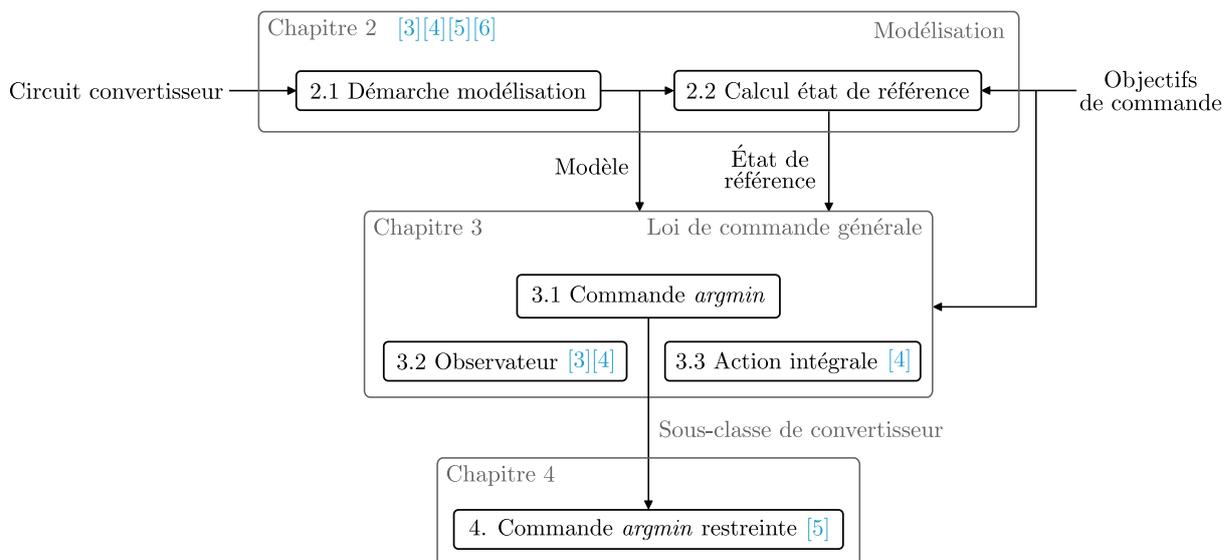


FIGURE 1 – Vue générale de l'approche de la thèse

Chapitre 1

Étude bibliographique

Contenu

Introduction	5
1.1 Modélisation des convertisseurs	7
1.1.1 Notions de modélisation des circuits électriques	7
1.1.2 Différents cadres de modélisation	9
1.2 Solution, équilibre et stabilité	12
1.2.1 Solutions et points d'équilibre	12
1.2.2 Stabilité et méthode de Lyapunov	13
1.2.3 Étude du régime établi	15
1.3 Commande des convertisseurs	18
1.3.1 Méthodes de commande directe	20
1.3.2 Commande <i>argmin</i>	22
1.3.3 Prise en compte des perturbations/incertitudes	24
Conclusion	25

Introduction

L'électronique de puissance est une discipline récente, à mi-chemin entre l'électrotechnique et l'électronique. Son domaine d'étude inclut notamment la conversion de l'énergie électrique, à l'aide de circuits appelés *convertisseurs*. Ces systèmes permettent d'adapter l'énergie électrique entre une source et une charge qui présentent des caractéristiques différentes [7].

Le développement des convertisseurs commutés, également appelés alimentations à découpage, remonte à la seconde moitié du 20ième siècle [7]. Il a été encouragé par les progrès dans le domaine des matériaux semi-conducteurs et la nécessité d'améliorer le rendement de la conversion d'énergie pour travailler à des puissances plus élevées. Le principe de fonctionnement repose sur la commutation à haute fréquence d'interrupteurs pour limiter les pertes. En effet, une utilisation des transistors en régime linéaire impliquerait des pertes importantes étant donné les puissances mises en jeu en électronique de puissance, d'où la nécessité de fonctionner en régime commuté pour conserver un bon rendement. Les convertisseurs sont maintenant présents dans notre quotidien, et sont utilisés aussi bien au niveau de la production (panneaux solaires, éoliennes,...), de la distribution (réseau électrique) que de l'utilisation finale de l'énergie électrique (chargeurs de téléphones, électroménagers, véhicules électriques, industrie, imagerie médicale,...).

Les convertisseurs peuvent être classés en fonction de la nature des signaux d'entrée et de sortie, qui peuvent être continus (DC pour *Direct Current*) ou alternatifs (AC pour *Alternative Current*). La Table 1.1 présente les quatre catégories de convertisseurs et leur représentation macroscopique.

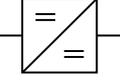
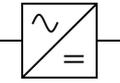
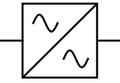
Sortie / Source	Continue (DC)	Alternative (AC)
Continue (DC)	Hacheur 	Onduleur 
Alternative (AC)	Redresseur 	Gradateur ou Transformateur 

TABLE 1.1 – Types de convertisseurs

Globalement, un convertisseur peut être vu comme un système alimenté par une source électrique en entrée, qui impose un courant i_{in} ou une tension v_{in} , et qui alimente une charge caractérisée par une relation entre le courant i_{out} et la tension v_{out} . La commande agit sur l'état des interrupteurs dans le circuit pour moduler les grandeurs électriques. Le système peut subir des perturbations extérieures, telles que des variations de la charge ou de la source d'alimentation. La Figure 1.1 illustre ce cadre général. Les convertisseurs peuvent être qualifiés de directs ou indirects, selon qu'ils agissent directement sur la connexion entre source et charge ou que des éléments de stockage soient utilisés [7].

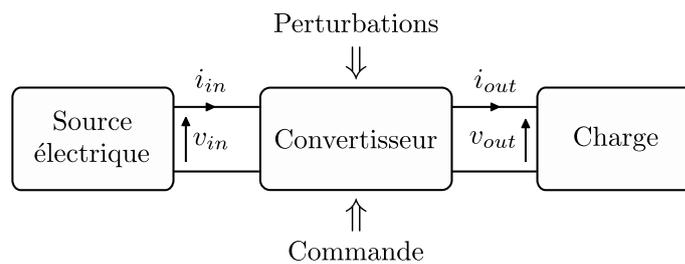


FIGURE 1.1 – Vue générale du système

L'intérêt de la communauté automatique pour la commande des convertisseurs s'est renouvelé récemment avec le développement des applications électriques. Historiquement, la modulation de largeur d'impulsion (MLI ou PWM *Pulse Width Modulation* en anglais), présentée sur la Figure 1.2, est la méthode la plus courante pour piloter les interrupteurs des convertisseurs. Ce signal logique est caractérisé par deux paramètres : sa fréquence f (ou sa période $T = \frac{1}{f}$) et son rapport cyclique, généralement noté α ou d , qui représente la proportion de temps passé à l'état haut sur une période T . Une valeur 0 ou 1 appliquée en entrée d'un interrupteur correspond respectivement à un état ouvert ou fermé.

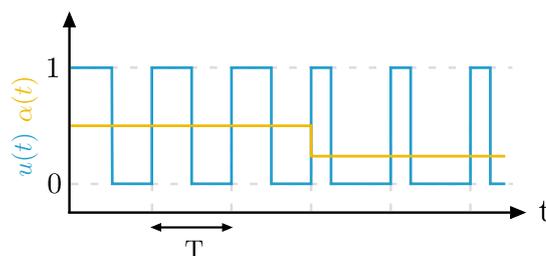


FIGURE 1.2 – Signal MLI pour deux rapports cycliques

L'utilisation de signaux MLI est associée à des modèles *moyens* de convertisseur. Avec ces modèles, les interrupteurs qui commutent à haute fréquence sont approchés par la valeur moyenne du signal qui les commande, soit le rapport cyclique pour un signal MLI. Ce type de modélisation, bien qu'intuitive, ne tient pas compte explicitement de la nature discontinue du fonctionnement des convertisseurs.

Depuis le début du 21ème siècle, le développement de la théorie des systèmes hybrides a ouvert de nouvelles perspectives en permettant de modéliser la nature discontinue des convertisseurs, mais aussi d'envisager des stratégies de commande plus avancées. En particulier, il est possible de concevoir des lois de commande pilotant directement l'état des interrupteurs. Ces stratégies de commande sont dites *directes*, par opposition à l'approche classique qui utilise un signal MLI pour piloter les interrupteurs. Parmi les systèmes hybrides, les convertisseurs font partie de la classe des systèmes affines à commutation. Les récents résultats pour ce type de système semblent prometteurs pour une application aux convertisseurs de puissance [8–22].

Ce chapitre propose une introduction aux notions fondamentales sur les convertisseurs d'énergie électrique commutés, leur modélisation et leur commande, à travers une étude bibliographique. Il est structuré en trois parties :

- Après quelques rappels sur la modélisation des composants électriques, la première partie présente plusieurs cadres de modélisation générale permettant de représenter la dynamique des convertisseurs électriques.
- La deuxième partie présente les notions de solution et de point d'équilibre pour les systèmes affines à commutation, ainsi que les notions de stabilité et la méthode de Lyapunov. En lien avec l'électronique de puissance, nous présentons aussi l'étude du régime établi.
- La troisième partie aborde diverses méthodes de commande pour les convertisseurs. Nous nous focaliserons plus particulièrement sur la commande *argmin* [8], qui est prise comme référence dans les chapitres de commande de cette thèse.

1.1 Modélisation des convertisseurs

1.1.1 Notions de modélisation des circuits électriques

Avant d'introduire différents cadres de modélisation utilisés pour représenter un convertisseur, cette section rappelle quelques éléments de base de modélisation des composants et des circuits électriques. Les principaux composants que l'on rencontre dans les circuits des convertisseurs électriques [23] et leur modélisation idéale sont résumées dans la Table 1.2.

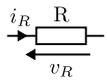
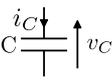
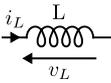
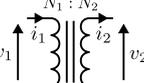
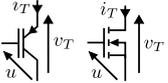
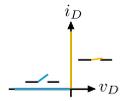
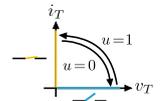
	Résistance	Condensateur	Bobine	Transformateur	Diode	Transistor
Schéma						
Modèle	$v_R = Ri_R$	$C \frac{dv_C}{dt} = i_C$	$L \frac{di_L}{dt} = v_L$	$\frac{N_2}{N_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{i_1}{i_2}$		

TABLE 1.2 – Symbole et modélisation idéale des principaux composants électriques

Selon les hypothèses faites sur les pertes, la précision de la modélisation des composants peut varier. Par exemples, les pertes cuivres dans une bobine peuvent être modélisés par une résistance en série, les pertes par conduction des transistors par une résistance en série ou une source de tension et les pertes dans une capacité par une résistance en série [23].

Les composants semi-conducteurs comme les diodes ou les transistors agissent comme des interrupteurs dans un circuit. En fonction de leur nature, de leur positionnement et de leur association avec d'autres composants semi-conducteurs, ils peuvent fonctionner dans différentes zones du diagramme courant-tension. Comme le passage du courant n'est pas commandé mais résulte de la polarisation de la tension à ses bornes, une diode peut être considérée comme un interrupteur passif. Au contraire, le passage du courant entre les bornes d'un transistor peut être commandé en imposant une tension (ou un courant selon le type de transistor) suffisamment élevée en entrée.

À l'aide des modèles des composants et des lois de Kirchhoff (loi des nœuds/mailles), nous pouvons établir un modèle physique pour un circuit électrique.

Exemple 1.1 Modélisation d'un convertisseur boost

La Figure 1.3 présente le circuit d'un convertisseur *boost*, ou élévateur de tension. Ce convertisseur DC-DC est alimenté par une tension continue v_{in} en entrée. L'ensemble transistor-diode dans le circuit a pour fonction d'autoriser (interrupteur ouvert/ $u = 0$) ou d'interdire (interrupteur fermé/ $u = 1$) l'échange d'énergie entre la bobine L et la capacité C . Ainsi, il existe deux configurations du circuit, modélisées par :

$$\text{Pour } u = 0 \quad \begin{cases} v_{in} = v_L + v_C = L\dot{i}_L + v_C \\ i_L = i_C + i_R = C\dot{v}_C + \frac{v_C}{R} \\ v_{out} = v_C \end{cases} \quad \text{Pour } u = 1 \quad \begin{cases} v_{in} = v_L = L\dot{i}_L \\ 0 = i_C + i_R = C\dot{v}_C + \frac{v_C}{R} \\ v_{out} = v_C \end{cases}$$

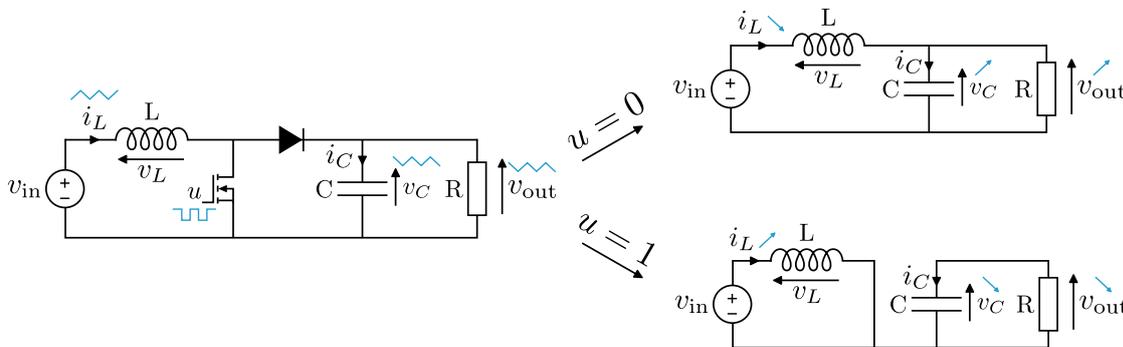


FIGURE 1.3 – Circuit d'un convertisseur boost et ses configurations

L'alternance des phases de charge/décharge des éléments de stockage permet de fournir une tension v_{out} proche du continu à la charge R .

Il existe une troisième configuration possible du circuit, dans le cas où $i_L = 0$. Le convertisseur se trouve alors en mode de conduction discontinue (DCM), par opposition au mode de conduction continue (CCM) dans lequel $i_L > 0$ est toujours vrai [24]. Nous ne considérerons pas le DCM dans la suite de ce manuscrit, il ne sera donc pas non plus abordé dans la suite de ce chapitre.

À travers l'exemple précédent, nous avons vu que le circuit d'un convertisseur n'est pas fixe, car il dépend de l'état des interrupteurs. Pour unifier les modèles des différentes configurations d'un circuit de convertisseur, nous allons voir dans le paragraphe suivant plusieurs cadres de modélisation qui prennent explicitement en compte l'état des interrupteurs dans le modèle.

1.1.2 Différents cadres de modélisation

Un convertisseur est un circuit qui évolue au cours du temps, plus précisément à chaque fois que la position d'un interrupteur change. D'un point de vue modélisation, plusieurs cadres théoriques permettent de représenter l'effet de ces commutations sur le circuit et le comportement des signaux internes.

Modèle bilinéaire

Pour représenter l'effet des commutations sur la dynamique du circuit, le modèle bilinéaire introduit les variables binaires u_i associées à l'état des interrupteurs dans un unique modèle [25]. La bilinéarité vient de la multiplication entre les variables de commande u_i et l'état x .

Definition 1.1 Modèle bilinéaire de convertisseur

De manière générale, un modèle bilinéaire de convertisseur avec m variables de commande s'écrit sous la forme

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + \sum_{i=1}^m u_i A_{u_i})x + (B_0 + \sum_{i=1}^m u_i B_{u_i})v_{\text{in}} \\ y = (C_0 + \sum_{i=1}^m u_i C_{u_i})x \end{cases}$$

où x est le vecteur d'état, y est le vecteur de sortie, v_{in} est le vecteur des sources d'entrée, les u_1, \dots, u_m sont des variables binaires associées aux interrupteurs, et les $A_0, A_{u_i}, B_0, B_{u_i}, C_0, C_{u_i}$ sont des matrices de dimensions appropriées.

Les variables d'états sont en général les courants à travers les bobines et les tensions aux bornes des condensateurs, et les matrices contiennent les paramètres des composants.

Exemple 1.2 Modèle bilinéaire du convertisseur boost

En reprenant l'Exemple 1.1 du convertisseur boost, l'introduction de la variable u dans les équations nous permet d'unifier les deux modèles en un seul :

$$\begin{cases} v_{\text{in}} = L\dot{i}_L + (1-u)v_C \\ (1-u)i_L = C\dot{v}_C + \frac{v_C}{R} \\ v_{\text{out}} = v_C \end{cases}$$

En posant le vecteur d'état $x = \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix}$ et le vecteur de sortie $y = v_{\text{out}}$, nous pouvons écrire le modèle d'état bilinéaire du circuit :

$$\begin{cases} \dot{x} = \left(\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} + u \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \right) x + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} v_{\text{in}} := (A_0 + uA_u)x + B_0v_{\text{in}} \\ y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x \end{cases}$$

Pour simplifier la manipulation des équations, il est possible de normaliser le système afin de manipuler des variables sans dimension par la suite [26].

Exemple 1.3 Normalisation du modèle du convertisseur boost [26]

Pour les équations du convertisseur boost introduites dans l'Exemple 1.2, une étude dimensionnelle montre que le système peut être normalisé en appliquant le changement de coordonnées :

$$z_1 = \frac{i_L}{v_{in}} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad z_2 = \frac{v_C}{v_{in}} \quad \tau = \frac{t}{\sqrt{LC}}$$

Dans les nouvelles coordonnées, le modèle s'écrit :

$$\frac{dz}{d\tau} = \begin{bmatrix} 1 - (1-u)z_2 \\ (1-u)z_1 - \frac{z_2}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{Q} \end{bmatrix} + u \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \right) x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

où $Q := R\sqrt{\frac{C}{L}}$ est le facteur de qualité du circuit.

Modèle moyen

Un modèle moyen s'obtient en supposant une fréquence de commutation infinie des interrupteurs. Dans ce contexte, on ne considère plus la valeur instantanée de l'état des interrupteurs, 0 ouvert ou 1 fermé, mais la valeur moyenne de cet état sur une période de découpage. Ainsi, les variables de commande n'appartiennent plus à l'ensemble $\{0, 1\}$ mais à l'ensemble $[0, 1]$. Cette modélisation est naturelle lorsqu'un signal MLI est utilisé (voir l'introduction de ce chapitre), car elle établit un lien direct entre le rapport cyclique du signal et l'état de l'interrupteur [27]. Elle est également liée à la commande équivalente en mode glissant [26].

On définit la commande moyenne u_{moy} comme la valeur moyenne de la commande sur une période T :

$$u_{\text{moy}+} = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t u(\tau) d\tau$$

Cette approche permet de ne pas avoir à traiter des dynamiques commutées. Les signaux du modèle moyen sont continus, et de plus égaux à la valeur moyenne des signaux du système commuté [25].

Exemple 1.4 Modèle moyen du convertisseur boost

Le modèle moyen du convertisseur boost de l'Exemple 1.2 est

$$\begin{cases} \dot{x}_{\text{moy}} = (A_0 + u_{\text{moy}} A_u) x_{\text{moy}} + B_0 v_{in} \\ y_{\text{moy}} = C_0 x_{\text{moy}} \end{cases}$$

où $u_{\text{moy}} \in [0, 1]$ et $x_{\text{moy}} = \begin{bmatrix} i_{L\text{moy}} & v_{C\text{moy}} \end{bmatrix}^T$.

Pour simplifier davantage le modèle, il peut être linéarisé autour d'un point auquel on souhaite faire fonctionner le système [28]. Avec un modèle linéarisé, toutes les méthodes de commande bien établies pour les systèmes linéaires peuvent être appliquées. Cependant, le modèle et la commande qui en découlent ne sont valables que localement.

Exemple 1.5 Linéarisation du modèle du convertisseur boost

Soit $\begin{bmatrix} i_{Leq} & v_{Ceq} \end{bmatrix}^T$ un point d'équilibre du convertisseur boost, et u_{eq} la commande moyenne associée à ce point. Nous pouvons définir δi , δv et δu les déviations de l'état et la commande par rapport à ces références, soit :

$$i_{Lmoy} = i_{Leq} + \delta i \quad v_{Cmoy} = v_{Ceq} + \delta v \quad u_{moy} = u_{eq} + \delta u$$

Les équations du modèle d'état s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \dot{i}_{Lmoy} = \frac{v_{in}}{L} - (1 - u_{eq} - \delta u) \frac{v_{Ceq} + \delta v}{L} \\ \quad = -(1 - u_{eq}) \delta \frac{v}{L} + \frac{v_{Ceq}}{L} \delta u + \frac{\delta u \delta v}{L} \\ \dot{v}_{Cmoy} = (1 - u_{eq} - \delta u) \frac{i_{Leq} + \delta i}{C} - \frac{v_{Ceq} + \delta v}{RC} \\ \quad = (1 - u_{eq}) \frac{\delta i}{C} - \frac{i_{Leq}}{C} \delta u - \frac{\delta v}{RC} - \frac{\delta u \delta i}{C} \end{cases}$$

Si l'état est suffisamment proche du point de référence, les quantités bilinéaires $\delta u \delta i$ et $\delta u \delta v$ sont négligeables. Nous obtenons donc finalement un modèle linéaire de la déviation de l'état autour du point de référence de la forme :

$$\delta \dot{x} = A_{lin} \delta x + B_{lin} \delta u, \quad \text{où} \quad A_{lin} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-u_{eq}}{L} \\ \frac{1-u_{eq}}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_{lin} = \begin{bmatrix} \frac{v_{Ceq}}{L} \\ -\frac{i_{Leq}}{C} \end{bmatrix}$$

Modèle hybride/affine commuté

La dynamique d'un convertisseur présente à la fois une nature continue (les équations dynamiques des différentes configurations du circuit) et discontinue (le changement de position des interrupteurs). Les convertisseurs sont donc naturellement des systèmes hybrides, et peuvent être modélisés avec ce formalisme [29, 30]. Plus précisément, ils appartiennent à la classe des systèmes affines à commutation [8, 31, 32], qui comprend les systèmes affines par morceaux [33] et les systèmes à relais [34, 35] (où seule la matrice B commute). Un système affine à commutation est caractérisé par un ensemble de sous-systèmes affines, et une loi de commutation (souvent notée σ) qui détermine la commutation entre ces sous-systèmes. Les systèmes affines à commutation sont donc des systèmes hybrides qui ont la particularité de ne pas présenter de sauts dans l'état.

Definition 1.2 Système affine à commutation

Un système affine à commutation constitué de m sous-systèmes est décrit par

$$\begin{cases} \dot{x} = A_\sigma x + B_\sigma \\ y = C_\sigma x \end{cases} \quad (1.1)$$

où $\sigma(t, x) : [0, \infty) \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{K}_m$ est une fonction constante par morceau nommée loi de commutation et $\mathbb{K}_m = \{1, 2, \dots, m\}$ est l'ensemble des entiers de 1 à m . Le sous-système i , caractérisé par les matrices (A_i, B_i, C_i) , est actif à un instant t donné si $\sigma(t, x) = i$.

Exemple 1.6 Modèle affine à commutation du convertisseur boost

Le convertisseur boost présenté dans l'Exemple 1.1 peut être modélisé comme un système affine à commutation avec 2 sous-systèmes, à l'aide des matrices définies dans l'Exemple 1.2 :

- Sous-système 1 : L'interrupteur est ouvert, et $\begin{cases} \dot{x} = A_0x + B_0v_{\text{in}} := A_1x + B_1 \\ y = C_0x := C_1x \end{cases}$
- Sous-système 2 : L'interrupteur est fermé, et $\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + A_u)x + B_0v_{\text{in}} := A_2x + B_2 \\ y = C_0x := C_2x \end{cases}$

Nous pouvons donc écrire un modèle affine à commutation de la forme (1.1) où $\sigma(t, x) : [0, \infty) \times \mathbb{R}^n \rightarrow \{1, 2\}$ est la loi de commutation.

1.2 Solution, équilibre et stabilité

Dans cette section, nous nous intéressons aux solutions et aux points d'équilibre des systèmes affines à commutation. Pour l'étude des points d'équilibres, les notions de stabilité et la méthode de Lyapunov sont rappelées. Avec un point de vue plus proche de l'électronique de puissance, nous présentons également une étude du régime établi d'un convertisseur.

1.2.1 Solutions et points d'équilibre

Nous nous intéressons aux solutions d'un système affine à commutation, modélisé par l'équation

$$\dot{x} = A_\sigma x + B_\sigma := \mathcal{X}(x(t)) \quad (1.2)$$

La fonction \mathcal{X} est discontinue, ses solutions $t \rightarrow x(t)$ ne sont donc pas classiques [36]. On peut définir les solutions au sens de Filippov en associant à l'équation (1.2) l'inclusion différentielle

$$\dot{x} \in \mathcal{F}[\mathcal{X}](x(t)) \quad (1.3)$$

L'idée pour définir les solutions de Filippov est d'introduire un ensemble de directions déterminées par les valeurs du champ de vecteurs \mathcal{X} dans un voisinage de x [36]. Autour des discontinuités, l'enveloppe convexe des trajectoires possibles est considérée [37]. Formellement, $\mathcal{F}[\mathcal{X}](x)$ est une *set-valued map* définie dans notre cas par

$$\mathcal{F}[\mathcal{X}](x) \in \text{conv}\{A_i x + B_i, i \in \mathbb{K}_M\} \quad (1.4)$$

$$= \sum_{i=1}^M \lambda_i (A_i x + B_i), \quad \lambda \in \Lambda_R \quad (1.5)$$

où \mathbb{K}_M est l'ensemble des entiers de 1 à M , M est le nombre de configurations du système, conv est l'enveloppe convexe, et l'ensemble Λ_R est défini par

$$\Lambda_R := \left\{ \lambda \in [0, 1]^M : \sum_{i=1}^M \lambda_i = 1 \right\}$$

Il peut être prouvé que l'ensemble des solutions de (1.2) sont denses dans l'ensemble des solutions de (1.3) avec (1.4) [38, 39]. Cette propriété implique que les trajectoires du système (1.3) peuvent être approchées aussi près que l'on veut par celles du système (1.2), typiquement en commutant à haute fréquence entre les sous-systèmes. L'étude des propriétés de (1.4) est donc pertinente pour comprendre le comportement du système à commutation (1.2). En particulier, contrairement au système (1.2), il est possible de définir les points d'équilibres du système (1.3).

Definition 1.3 Point d'équilibre d'une inclusion différentielle

x_{eq} est un point d'équilibre de l'inclusion différentielle (1.3) si

$$0 \in \mathcal{F}[\mathcal{X}](x_{\text{eq}})$$

A partir de l'équation (1.5), x_{eq} est un point d'équilibre s'il existe $\lambda_{\text{eq}} \in \Lambda_R$ tel que

$$\begin{aligned} 0 &= \sum_{i=1}^M \lambda_{\text{eq}_i} (A_i x_{\text{eq}} + B_i) \\ &= \sum_{i=1}^M \lambda_{\text{eq}_i} A_i x_{\text{eq}} + \sum_{i=1}^M \lambda_{\text{eq}_i} B_i := A_{\text{eq}} x_{\text{eq}} + B_{\text{eq}} \end{aligned}$$

L'ensemble des points d'équilibre est donc défini par :

$$X_{\text{eq}} = \left\{ x_{\text{eq}} \in \mathbb{R}^n \mid \exists \lambda_{\text{eq}} \in \Lambda_R : \sum_{i=1}^M \lambda_{\text{eq}_i} (A_i x_{\text{eq}} + B_i) = 0 \right\} \quad (1.6)$$

De plus, si la matrice A_{eq} est inversible pour un $\lambda_{\text{eq}} \in \Lambda_R$ donné, l'expression de l'unique point d'équilibre correspondant est

$$x_{\text{eq}} = -A_{\text{eq}}^{-1} B_{\text{eq}}$$

Remarque 1.1 Si $\lambda \in \Lambda_R$ est remplacé par $\lambda \in \Lambda_S$ dans la définition (1.5), avec

$$\Lambda_S := \left\{ \lambda \in \{0, 1\}^M : \sum_{i=1}^M \lambda_i = 1 \right\} \quad (1.7)$$

nous retrouvons le système (1.2). Le passage d'une représentation commutée (où $\lambda \in \Lambda_S$) à une représentation continue (où $\lambda \in \Lambda_R$) est la formalisation de l'approche intuitive consistant à utiliser un modèle moyen en électronique, vue dans la section précédente.

Remarque 1.2 Si $\lambda_{\text{eq}} \in \Lambda_S$ (et non $\lambda_{\text{eq}} \in \Lambda_R$ comme dans la définition (1.6)), le point $x_{\text{eq}} \in X_{\text{eq}}$ associé est un point d'équilibre d'un des sous-systèmes du système à commutation.

1.2.2 Stabilité et méthode de Lyapunov

La question de la stabilité est centrale en automatique. Un point d'équilibre est dit stable si toutes les solutions initialisées suffisamment proches de ce point restent proches dans un certain voisinage. La théorie de Lyapunov permet, entre autres, de donner des conditions suffisantes de stabilité au sens de Lyapunov. Considérons le système dynamique autonome

$$\dot{x} = f(x) \quad (1.8)$$

où $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}^n$ est localement Lipschitz sur \mathcal{D} , $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$ est un ensemble qui contient l'origine $x = 0$.

Remarque 1.3 Le système affine à commutation (1.2) est un système autonome de la forme (1.8) si la loi de commutation σ dépend seulement de l'état x (retour d'état).

Definition 1.4 Point d'équilibre

Le point x_{eq} est un point d'équilibre de (1.8) si

$$f(x_{\text{eq}}) = 0$$

L'étude d'un point d'équilibre x_{eq} peut se ramener à l'étude de l'origine $\tilde{x} = 0$ par changement de coordonnées $\tilde{x} = x - x_{\text{eq}}$. Sans perte de généralité, nous étudierons donc la stabilité de l'origine par la suite.

Definition 1.5 Stabilité d'un point d'équilibre [40]

Soit l'origine $x = 0$ un point d'équilibre du système (1.8). Le point est

- **stable**, si pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $\delta = \delta(\varepsilon)$ tel que

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \varepsilon, \forall t \geq 0 \quad (1.9)$$

- **asymptotiquement stable**, s'il est stable et δ peut être choisi tel que

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0 \quad (1.10)$$

- **exponentiellement stable**, s'il existe des constantes positives c, k et λ telles que

$$\|x(t)\| \leq k\|x(0)\|e^{-\lambda t}, \forall \|x(0)\| < c \quad (1.11)$$

- **instable**, s'il n'est pas stable

La méthode de Lyapunov est une approche pseudo-énergétique qui introduit une fonction *candidate de Lyapunov*, souvent notée V , qui doit vérifier certaines propriétés pour prouver la stabilité d'un point d'équilibre. L'« énergie » d'un système est positive, doit être nulle en un point d'équilibre, et décroître dans le temps lorsque l'état est écarté de son équilibre s'il est stable. S'il est possible de trouver une fonction de Lyapunov, la stabilité du point d'équilibre étudié est prouvé sans avoir à calculer les trajectoires du système. La théorie de Lyapunov est donc un outil d'analyse puissant dans l'étude des systèmes non-linéaires.

Théorème 1 (Méthode de Lyapunov [40]) Soit $x = 0$ un point d'équilibre du système (1.8) et $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$ un ensemble contenant $x = 0$. S'il existe une fonction $V : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$ de classe \mathcal{C}^1 telle que

- $V(x)$ est définie positive sur \mathcal{D} , soit $V(0) = 0$ et $V(x) > 0, \forall x \in \mathcal{D} - \{0\}$
- \dot{V} est semi-définie négative, soit $\dot{V}(0) = 0$ et $\dot{V} \leq 0, \forall x \in \mathcal{D}$

alors $x = 0$ est stable. Si de plus :

- \dot{V} est définie négative, soit $\dot{V} < 0, \forall x \in \mathcal{D} - \{0\}$,

alors $x = 0$ est asymptotiquement stable (AS). Si de plus :

- $\mathcal{D} = \mathbb{R}^n$ et $V(x)$ est radialement non-bornée, soit $\|x\| \rightarrow \infty \Rightarrow V(x) \rightarrow \infty$,

alors $x = 0$ est globalement asymptotiquement stable (GAS).

D'autres conditions permettent de prouver la stabilité exponentielle.

Théorème 2 (Fonction de Lyapunov pour la stabilité exponentielle [40]) Soit $x = 0$ un point d'équilibre de (1.8) et $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^n$ un ensemble contenant $x = 0$. S'il existe une fonction $V : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}$ de classe C^1 telle que

$$\begin{aligned} k_1 \|x\|^a &\leq V(x) \leq k_2 \|x\|^a \\ \dot{V} &\leq -k_3 \|x\|^a \end{aligned}$$

pour tout $t \geq 0$ et pour tout $x \in \mathcal{D}$, où a , k_1 , k_2 et k_3 sont des constantes positives, alors $x = 0$ est exponentiellement stable. De plus, si les hypothèses sont satisfaites globalement, alors $x = 0$ est globalement exponentiellement stable.

1.2.3 Étude du régime établi

En électronique de puissance, l'approche courante pour comprendre le comportement d'un convertisseur en régime établi consiste à étudier les valeurs moyennes de ses signaux. Comme la commande des interrupteurs est généralement réalisée avec des signaux MLI de période fixe, les grandeurs électriques sont périodiques en régime établi, et leur valeur moyenne correspond à leur composante continue. Cette étude suppose bien évidemment que le point de fonctionnement autour duquel le système opère est stable.

Remarque 1.4 Les convertisseurs sont généralement conçus de manière à minimiser les oscillations. Leurs amplitudes sont donc souvent faibles devant celles des composantes continues [23]. Les signaux peuvent alors être approximés par leur composante continue.

Une analyse des variations des signaux au cours d'une période montre que les dérivées des signaux continus doivent être en moyenne nulles sur une période pour être en régime établi. Cette condition est similaire à la définition d'un point d'équilibre. L'étude des variations permet également de dimensionner les composants, que ce soit pour minimiser les variations ou pour éviter d'être en régime DCM [23].

L'étude du régime établi permet aussi de trouver la fonction qui donne le gain entrée/sortie moyen en fonction du rapport cyclique. Cette fonction importante pour comprendre la fonction d'un convertisseur est parfois appelée relation statique du convertisseur [23, 26].

Exemple 1.7 Étude du convertisseur buck en régime permanent

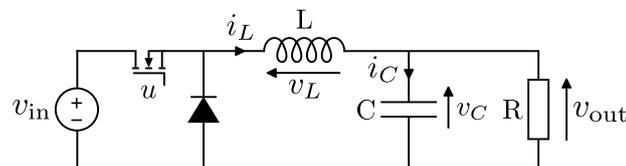


FIGURE 1.4 – Circuit d'un convertisseur buck

Le modèle du convertisseur *buck* (ou abaisseur de tension) présenté sur la Figure 1.4 est

$$\begin{cases} uv_{in} = L\dot{i}_L + v_C \\ i_L = C\dot{v}_C + \frac{v_C}{R} \\ v_{out} = v_C \end{cases}$$

où u est un signal MLI de période T et de rapport cyclique α pour cet exemple.

En régime établi, nous pouvons dans un premier temps considérer que le filtre LC est conçu pour réduire les oscillations de la tension de sortie, donc $\dot{v}_C \simeq 0$ et v_C peut être approximé par sa composante continue, notée \bar{V} par la suite.

Pour étudier le comportement du courant i_L , l'étude est séparée en deux parties : lorsque l'interrupteur est fermé (la bobine se charge), et lorsqu'il est ouvert (la bobine se décharge).

- Lorsque $u = 1$, la dynamique de i_L est approximée par $\dot{i}_L \simeq \frac{v_{in} - \bar{V}}{L}$. En considérant qu'à l'instant initial $t = 0$, une période du signal MLI débute et $u = 1$, le courant à la fin du temps de l'état haut s'exprime

$$i_L(\alpha T) = i_L(0) + \int_0^{\alpha T} \frac{v_{in} - \bar{V}}{L} dt = i_L(0) + \frac{v_{in} - \bar{V}}{L} \alpha T$$

- Lorsque $u = 0$, la dynamique de i_L est approximée par $\dot{i}_L = -\frac{\bar{V}}{L}$. Le courant en fin de période s'écrit alors

$$i_L(T) = i_L(\alpha T) + \int_{\alpha T}^T -\frac{\bar{V}}{L} dt = i_L(\alpha T) - \frac{\bar{V}}{L} (1 - \alpha) T \quad (1.12)$$

La forme d'onde de i_L correspondante est présentée sur la Figure 1.5. On retrouve bien le fait que la bobine se charge puis se décharge au cours d'une période.

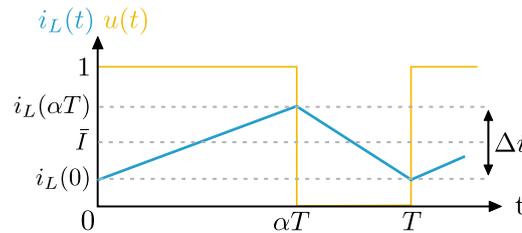


FIGURE 1.5 – Courant dans la bobine sur une période de régime établi

En régime établi, le courant au début et à la fin d'une période sont égaux. La valeur moyenne du courant, notée \bar{I} , est alors constante, comme montrée sur la Figure 1.5. Cette condition permet de trouver \bar{V} la valeur moyenne de v_C :

$$i_L(0) = i_L(T) \Leftrightarrow i_L(\alpha T) - \frac{v_{in} - \bar{V}}{L} \alpha T = i_L(\alpha T) - \frac{\bar{V}}{L} (T - \alpha T)$$

Nous obtenons finalement

$$\bar{V} = \alpha v_{in}$$

Cette relation est appelée relation statique du convertisseur, et donne une image du gain entre l'entrée et la sortie en régime établi, en fonction du rapport cyclique. Elle est représentée sur la Figure 1.6.

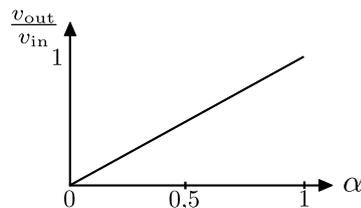


FIGURE 1.6 – Relation statique du convertisseur buck

Le gain est compris entre 0 et 1, nous retrouvons donc le fait que le convertisseur buck est un convertisseur abaisseur de tension.

Remarque 1.5 Le courant à la fin d'une période du signal MLI s'exprime :

$$i_L(T) = i_L(0) + \int_0^T \frac{\dot{i}_L}{L} dt$$

La condition $i_L(T) = i_L(0)$ en régime établi implique donc $\int_0^T \frac{\dot{i}_L}{L} dt = 0$. Nous retrouvons donc le fait que la dérivée du courant doit être en moyenne nulle sur une période en régime établi.

De la même manière, l'équation $C\dot{v}_C = i_L - \frac{v_C}{R}$ implique qu'en régime établi, les valeurs moyennes vérifient

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{R}$$

Nous pouvons aussi exprimer la variation Δi du courant en régime établi (voir sur la Figure 1.5) :

$$\Delta i = i_L(\alpha T) - i_L(0) = \frac{v_{in} - \bar{V}}{L} \alpha T = \frac{v_{in}(1 - \alpha) \alpha T}{L}$$

En inversant l'expression, on peut dimensionner la bobine pour obtenir une variation du courant donnée. Il faut également s'assurer que la relation

$$\bar{I} - \frac{\Delta I}{2} > 0$$

soit vérifiée pour que le convertisseur reste en régime CCM.

Remarque 1.6 Lorsque la fréquence de commutation de l'interrupteur tend vers l'infini ($T \rightarrow 0$), l'expression des oscillations montre que leur amplitude tend vers 0. Le signal devient dans ce cas constant, égal à sa composante continue. On retrouve ainsi le lien entre le modèle moyen et le modèle commuté.

Si l'objectif est seulement d'étudier les valeurs moyennes des signaux, nous pouvons considérer le modèle moyen d'un convertisseur. Les valeurs moyennes à l'équilibre et la relation statique sont alors retrouvées en résolvant les équations pour $\dot{x} = 0$.

Exemple 1.8 Étude du convertisseur boost en régime permanent

Pour un modèle moyen de convertisseur boost (voir Exemple 1.2) auquel on impose u_{moy_e} constant, un régime établi est atteint après un certain temps. En régime établi, $\dot{x} = 0$, donc la tension moyenne $v_{C_{\text{moy}_e}}$ et le courant moyen $i_{L_{\text{moy}_e}}$ atteignent des valeurs constantes. Les équations du système vérifient alors :

$$\begin{cases} v_{in} = 0 + (1 - u_{\text{moy}_e})v_{C_{\text{moy}_e}} \\ (1 - u_{\text{moy}_e})i_{L_{\text{moy}_e}} = 0 + \frac{v_{C_{\text{moy}_e}}}{R} \\ v_{out} = v_{C_{\text{moy}_e}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_{C_{\text{moy}_e}} = \frac{v_{in}}{1 - u_{\text{moy}_e}} \\ i_{L_{\text{moy}_e}} = \frac{v_{in}}{R(1 - u_{\text{moy}_e})^2} \\ \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{1}{1 - u_{\text{moy}_e}} \end{cases}$$

La dernière égalité donne la relation statique d'un convertisseur boost, représentée sur la Figure 1.7.

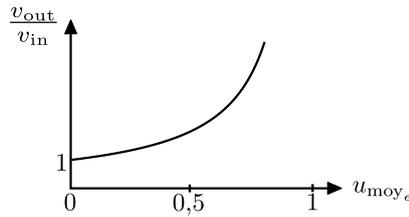


FIGURE 1.7 – Relation statique du convertisseur boost

On observe que le gain est supérieur ou égal à 1, en accord avec la fonction d'élévateur de tension d'un convertisseur boost.

1.3 Commande des convertisseurs

Les stratégies de commande des convertisseurs sont séparées en deux catégories : indirecte ou directe, selon qu'un signal MLI soit utilisé ou non pour piloter les interrupteurs.

L'objectif de commande principal pour un convertisseur de puissance dépend de sa nature :

- Si la sortie est continue (DC), l'objectif sera de réguler la sortie à une référence constante.
- Si la sortie est alternative (AC), l'objectif sera de faire suivre une référence sinusoïdale à la sortie.

Dans les deux cas, le problème peut se ramener, par changement de coordonnées, à la stabilisation de l'origine de l'erreur $e := x - x_{ref}$ entre l'état et sa référence. L'objectif est donc de déterminer u le vecteur qui contient les variables associées aux interrupteurs, tel que le point $e = 0$ soit asymptotiquement stable au sens de Filippov, c'est-à-dire

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

Remarque 1.7 Ici, l'analyse de stabilité se fait en considérant les solutions du système au sens de Filippov, car l'état converge vers sa référence pour une fréquence de commutation infinie. En pratique, comme la fréquence de commutation est limitée, le système atteint un cycle limite proche du point de référence [16, 41, 42].

Parmi les nombreux résultats sur la commande des convertisseurs publiés dans la littérature, nous pouvons distinguer trois catégories selon le type de modèle utilisé pour la conception, comme présenté dans la Table 1.3.

Les commandes proposées à partir d'un modèle moyen ou linéarisé s'implémentent généralement avec des signaux MLI. Dans la plupart des cas, les algorithmes de commande génèrent un rapport cyclique continu, un signal MLI est ensuite généré par comparaison à un signal triangulaire ou en dents de scie appelé porteuse, comme montré sur la Figure 1.8.

Modèle linéarisé	Modèle moyen	Modèle à commutation
PID [23, 28, 43]	Current Mode [44]	Sliding Mode [43, 45–57]
State feedback [28, 45, 58]	Voltage Mode [59]	Predictive [60–72]
LQR [73]	Lyapunov-based [48, 74, 75]	min switching [8, 14, 21, 76, 77]
Passive [28]	Passivity based [45, 74, 78, 79]	[11, 13, 16, 80, 81]
Gain scheduling [82, 83]	Optimal [84, 85]	Relay [10, 20, 86]
	State feedback [87]	Hybrid [9, 41, 88, 89]
	Feedback Linearisation [45]	
	Fuzzy logic [90, 91]	
	Non-linear techniques [92]	
	Optimal [93]	
	Vector-based [46, 94]	
	Control allocation [95]	

TABLE 1.3 – Liste des méthodes de commande appliquées aux convertisseurs dans la littérature

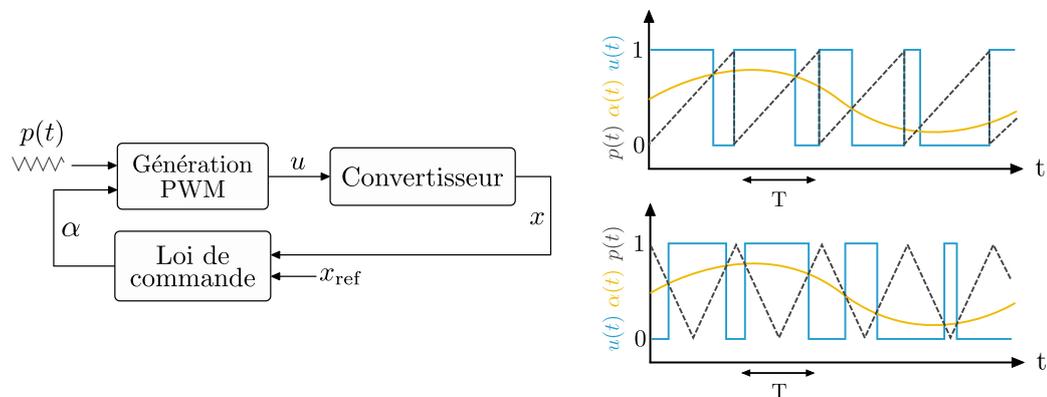


FIGURE 1.8 – Schéma général de commande avec signal de commande MLI (gauche) et génération d'un signal MLI à rapport cyclique variable, avec une porteuse en dents de scie (droite-haut) ou triangulaire (droite-bas)

L'utilisation de signaux MLI présente un avantage pour l'implémentation numérique des commandes. En effet, pour une période d'horloge donnée, en prenant en compte le temps de mesure, de calcul et d'actualisation de la commande, l'utilisation d'un signal MLI permet de faire commuter les interrupteurs à une fréquence supérieure comparée à une commande directe. Les oscillations des signaux sont donc réduites (voir étude du régime établi). De plus, les commandes directes peuvent générer des signaux de commande à fréquence variable, ce qui complique l'implémentation et le choix des composants dans la phase de dimensionnement du circuit (voir [96, Ch.1] pour une étude plus complète).

Les lois de commande proposées pour des modèles à commutation sont par nature des commandes directes. On retrouve trois grandes familles :

- Mode glissant
- Commande prédictive
- Min-switching

Remarque 1.8 Les approches à relais et hybride peuvent être vues comme des méthodes par modes glissants ou min-switching dans la plupart des cas rencontrés dans cette littérature. Il existe des exceptions comme [41, 97] qui utilise le formalisme hybride pour décrire le signal MLI de la commande implémentée.

1.3.1 Méthodes de commande directe

Dans cette section, nous présentons les familles de loi de commande directe proposées dans la littérature. La commande *argmin* fera l'objet d'une section plus détaillée, car elle constitue un résultat essentiel dans notre travail.

Commande prédictive

La commande prédictive (MPC pour *Model Predictive Control* en anglais) se base sur la connaissance du modèle pour prédire le comportement futur du système. Sous l'hypothèse qu'il existe un nombre fini de commandes possibles, un algorithme prédit l'évolution du système pour chacune de ces commandes. Il décide ensuite de la meilleure commande à appliquer en minimisant un critère à partir des prédictions [61]. Le principe est résumé sur la Figure 1.9.

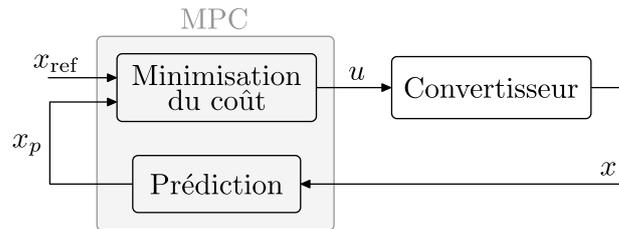


FIGURE 1.9 – Schéma de la commande prédictive

Pour un convertisseur, de nombreux critères à minimiser sont utilisables dans la fonction coût. Entre autres : l'erreur entre état et référence [62–64], l'erreur entre puissance active et une référence [63, 65–67], la différence entre deux grandeurs à équilibrer [63, 64], la puissance réactive [63, 65, 66], la fréquence de commutation [63, 68, 69], les harmoniques [70] et les oscillations [71].

Plusieurs objectifs de commande peuvent être pris en compte dans la fonction de coût [71]. Dans ce cas, la priorité entre les critères est gérée à l'aide de poids [61, 63], mais le lien entre ces poids et le comportement du système n'est pas évident. La méthode s'applique facilement à un grand nombre de convertisseurs, y compris les plus complexes comme les convertisseurs multiniveaux [62, 64, 70]. Cependant, la puissance de calcul nécessaire pour faire les prédictions est une limite à l'implémentation de cette méthode pour des systèmes avec de fortes contraintes temps-réel comme les convertisseurs [61]. De plus, la stabilité et la robustesse aux perturbations et incertitudes d'un système avec ce type de commande n'est pas trivial, et généralement non étudiées.

Commande par mode glissant

La commande par mode glissant est une méthode répandue pour la commande des convertisseurs. Cette loi de commande commutée permet de faire évoluer les trajectoires du système sur une surface définie dans l'espace d'état, jusqu'au point de fonctionnement souhaité [98]. La mise en place de ce type de loi de commande présente deux éléments importants :

- La synthèse de la surface de glissement et de la dynamique associée en boucle fermée
- La définition d'une commande qui rend la surface attractive

Pour m variables de commande, par approche directe, la surface de glissement S est définie comme l'intersection de m surfaces S_i définies à partir de fonctions $s_i(x)$ telles que [99]

$$S = \bigcap_{i=1}^m S_i$$

$$S_i = \{x \in \mathbb{R}^n \mid s_i(x) = 0\}, \quad i = 1, \dots, m$$

Pour que la surface soit attractive, l'inégalité $s(x)^T \dot{s}(x) < 0$ doit être respectée pour tout x dans l'espace d'état, où

$$s(x) = \begin{bmatrix} s_1(x) & \dots & s_m(x) \end{bmatrix}^T$$

Une fois la surface S atteinte, l'évolution du système doit se faire sur celle-ci, jusqu'au point d'équilibre. Ce principe est illustré sur la Figure 1.10a.

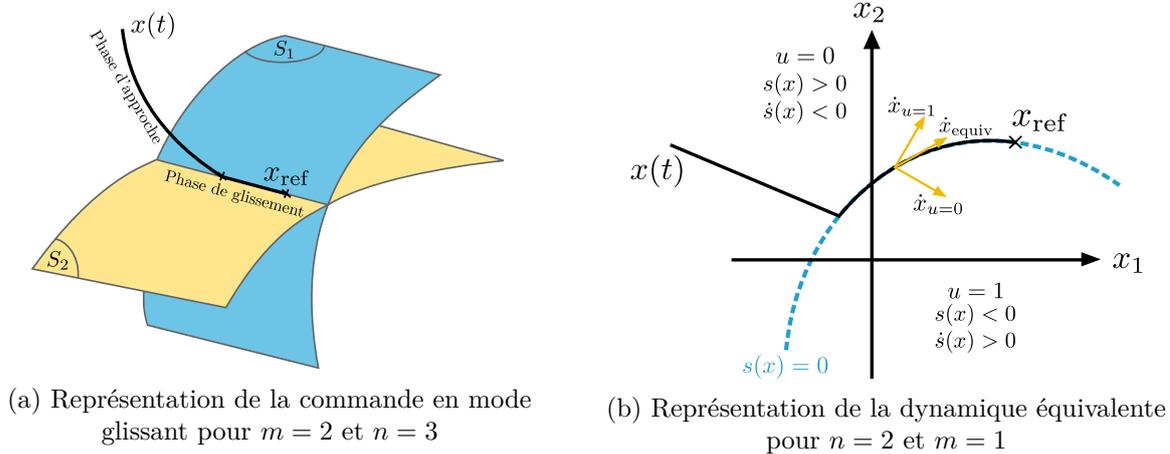


FIGURE 1.10 – Représentation graphique de la commande par mode glissant

Pour un convertisseur, les commandes u_i ne peuvent prendre que les valeurs 0 ou 1. Pour mettre en place la commande, il faut donc déterminer des fonctions s_i qui déterminent

$$u_i = \begin{cases} 0 & \text{si } s_i(x) > 0 \\ 1 & \text{si } s_i(x) < 0 \end{cases}, \quad i = 1, \dots, m$$

Différentes surfaces de glissement peuvent permettre de stabiliser un même point d'équilibre, mais la dynamique du système en boucle fermée sera différente. Elle s'analyse avec la méthode de la commande équivalente, qui est la commande moyennée résolvant $\dot{s} = 0$. Pour les convertisseurs, il est nécessaire que la commande équivalente vérifie $u_{\text{equiv}} \in [0, 1]^m$. De plus, la dynamique équivalente définie à partir de la commande équivalente du système est la tangente à la surface S [38], comme montrée sur la Figure 1.10b.

Pour la régulation de la tension de sortie d'un convertisseur, on parle pour un mode glissant de commande directe/indirecte si la surface de glissement est définie à partir de la référence de tension de sortie ou la référence correspondante en courant respectivement [49].

Exemple 1.9 Commande par mode glissant du convertisseur boost

Pour le convertisseur boost, la commande par mode glissant directe est instable [49]. Il faut donc utiliser une méthode indirecte, à partir d'une référence du courant dans la bobine correspondant à la tension de sortie souhaitée. Soit i_{ref} cette référence. Soit la surface

$$S : \{x \in \mathbb{R}^2 \mid s(x) = 0\}, \quad s(x) = i_L - i_{\text{ref}}$$

Pour étudier la stabilité de la surface, la fonction de Lyapunov candidate $V(s) = \frac{1}{2}s^2$ est introduite. Elle vérifie bien $V(0) = 0$ et $V(s) > 0$ pour $s \neq 0$. Sa dérivée est $\dot{V}(s) = \frac{\partial V}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial t} = s\dot{s}$.

Pour que $\dot{V}(s) < 0$, (et donc $s\dot{s} < 0$), il faut donc

$$\begin{cases} \dot{s} < 0 & \text{si } s(x) > 0 \\ \dot{s} = 0 & \text{si } s(x) = 0 \\ \dot{s} > 0 & \text{si } s(x) < 0 \end{cases}$$

La dérivée temporelle de $s(x)$ est :

$$\dot{s}(x) = \dot{i}_L = \frac{v_{\text{in}} - (1 - u)v_C}{L} \quad (1.13)$$

La commande équivalente u_{equiv} correspondante à $\dot{s}(x) = 0$ est donc

$$u_{\text{equiv}} = 1 - \frac{v_{\text{in}}}{v_{C\text{ref}}}$$

où $v_{C\text{ref}} > v_{\text{in}}$ est la valeur de tension de référence, donc $u_{\text{equiv}} \in [0, 1]$. Si $u > u_{\text{equiv}}$, alors $\dot{s}(x) > 0$, et inversement. La commande u ne peut cependant prendre que les valeurs 0 ou 1. Pour rendre le système stable en respectant la contrainte $\dot{V}(s) < 0$, il faut donc imposer :

$$\begin{cases} u = 0 & \text{si } s(x) > 0 \\ u = 1 & \text{si } s(x) < 0 \end{cases}$$

La loi de commande peut se réécrire plus simplement

$$u = \frac{1 - \text{sign}(s)}{2}$$

où nous reconnaissons une partie constante et une partie commutée.

La littérature concernant la commande par mode glissant des convertisseurs est vaste, avec de nombreuses extensions proposées [100, 101]. Parmi elles, on trouve l'adaptation de la surface de glissement pour une meilleure robustesse aux perturbations et incertitudes [43, 47, 51], l'implémentation avec PWM [55], des surfaces non-linéaire [102], des observateurs [103] ainsi que l'utilisation de plusieurs surfaces de glissement [53].

Cette méthode de commande est relativement simple à mettre en œuvre, mais elle est sujette au phénomène de réticence qui implique de fortes pertes. Il peut cependant être atténué, avec une commande par hystérésis par exemple. De plus, le choix d'une surface de glissement et le réglage des gains permettant d'obtenir un comportement désiré peuvent rendre l'application de cette méthode complexe, surtout pour des exemples de grandes tailles.

1.3.2 Commande *argmin*

La commande *argmin* constitue le résultat fondamental à partir duquel une partie du travail de cette thèse a été développée. Cette approche est issue de la littérature sur les systèmes affines à commutation (voir modèle (1.1)) et se base sur la méthode de Lyapunov pour synthétiser la commande.

Le principe de la loi de commande *argmin* est de choisir comme sous-système actif celui qui minimise la dérivée d'une fonction de Lyapunov de la forme $V = e^T P e$ pour stabiliser l'origine de l'erreur $e = x - x_{\text{ref}}$. Cette stratégie n'est pas suffisante pour assurer la stabilité, il faut de plus s'assurer que la valeur minimale soit toujours négative. Pour cela, nous devons ajouter des conditions sur la matrice P , liées à la stabilité quadratique.

Proposition 1.1 (LMI pour la stabilité quadratique [104, 105]) Soit le système polytopique

$$\dot{x} = A(t)x, \quad A(t) \in \text{conv}\{A_1, \dots, A_m\}$$

Une condition suffisante pour assurer la stabilité asymptotique de l'origine est l'existence d'une fonction quadratique $V(x) = x^T P x$ qui remplit les conditions pour être une fonction de Lyapunov, où $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est une matrice symétrique définie positive. Une condition suffisante sur la matrice P est de satisfaire les inégalités matricielles linéaires (LMI) :

$$A_i^T P + A_i P + 2Q_C < 0, \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (1.14)$$

où $Q_C \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est une matrice symétrique définie positive arbitraire.

La stabilité quadratique et les conditions (1.14) peuvent être interprétées comme l'existence d'une fonction de Lyapunov quadratique commune à tous les sous-systèmes, qui définissent les sommets d'un polytope. Cette propriété est nécessaire pour prouver la stabilité du système affine à commutation en boucle fermée avec la loi de commande *argmin*.

Théorème 3 (Commande *argmin* (adaptée de [8])) Considérons le système affine à commutation (1.1). Soit $e := x - x_{\text{ref}}$ l'erreur entre l'état et un état de référence admissible, tel que $x_{\text{ref}} \in X_{\text{eq}}$ défini par (1.6). Pour une matrice Q_C symétrique définie positive donnée, s'il existe une matrice P symétrique définie positive telle que les LMIs (1.14) soient satisfaites, alors la loi de commande

$$\sigma^* \in \underset{\sigma \in \mathbb{K}_M}{\text{argmin}} e^T P (A_\sigma x + B_\sigma) \quad (1.15)$$

rend l'origine de e asymptotiquement stable au sens de Filippov.

Preuve

Soit une fonction candidate de Lyapunov $V(e) = \frac{1}{2} e^T P e$, où la matrice $P = P^T > 0$ satisfait les conditions LMIs (1.14). La fonction vérifie $V(0) = 0$ et $V(e) > 0$ pour tout $e \neq 0$, et est évidemment radialement non-bornée. Sa dérivée temporelle est

$$\dot{V}(e) = e^T P (A_\sigma x + B_\sigma)$$

Par définition de l'ensemble X_{eq} , $x_{\text{ref}} \in X_{\text{eq}}$ implique qu'il existe $\lambda_{\text{eq}} \in \Lambda_R$ tel que

$$0 = \sum_{i=1}^M \lambda_{\text{eq}_i} (A_i x_{\text{ref}} + B_i) = A_{\text{eq}} x_{\text{ref}} + B_{\text{eq}}$$

Avec la loi de commande (1.15), par construction et par linéarité, l'inégalité

$$e^T P (A_{\sigma^*} x + B_{\sigma^*}) \leq e^T P (A_{\text{eq}} x + B_{\text{eq}})$$

est vérifiée. Nous pouvons donc majorer \dot{V} telle que

$$\dot{V}(e) \leq e^T P (A_{\text{eq}} x + B_{\text{eq}}) = e^T P (A_{\text{eq}} x + B_{\text{eq}} - A_{\text{eq}} x_{\text{ref}} - B_{\text{eq}}) = e^T P A_{\text{eq}} e$$

A partir des conditions LMI (1.14), nous obtenons finalement

$$\dot{V}(e) \leq -e^T Q_C e < 0$$

car Q_C est symétrique définie positive. Comme l'état ne subit pas de saut, on conclut que l'origine est asymptotiquement stable au sens de Filipov (voir Remarque 1.7). ■

Remarque 1.9 Ici, pour un point de référence x_{ref} donné et une matrice $Q_C = Q_C^T > 0$ donnée, il est suffisant de trouver une matrice $P = P^T > 0$ satisfaisant

$$A_{\text{eq}}^T P + P A_{\text{eq}} + 2Q_C < 0 \quad (1.16)$$

pour arriver à la même conclusion [31]. Nous remarquons que (1.14) implique (1.16), mais pas l'inverse.

La commande *argmin* peut être interprétée comme une forme de commande par mode glissant, dont la surface de glissement est implicitement définie [31]. La conception de la surface de glissement est ainsi systématique pour n'importe quel exemple, car elle dépend uniquement de la résolution des conditions LMIs (1.14) ou (1.16) qui peuvent être résolues avec des outils numériques efficaces [106]. Les surfaces de glissement sont explicitement définies par [16, 35]

$$\langle V(e), (A_i - A_j)x + b_i - b_j \rangle = 0, \quad i, j \in \{1, \dots, m\}$$

D'autres résultats complètent celui du Théorème 3, dont notamment :

- *Limitation de la fréquence de commutations* : Pour empêcher une fréquence de commutation infinie au niveau de la surface de glissement ou du point de référence (phénomène de Zeno), il est possible de mettre en place une commande avec hystérésis [21] ou de procéder à une régulation temporelle ou spatiale [15, 107, 108].
- *Résultats basés sur l'existence d'une commande continue stabilisante* : l'existence d'une commande continue stabilisant le système permet de se passer de la contrainte (1.16) [12] [35]. La stabilité globale peut être prouvée à l'aide de fonction de Lyapunov de type Lur'e [109].
- *Contrôlabilité des sous-systèmes* : Dans [86], une loi de commande type *argmin* est proposée en se basant sur la contrôlabilité des sous-systèmes, donc l'existence d'un retour d'état $u = Kx$ stabilisant tous les sous-systèmes. Cependant, le convertisseur étudié est le buck, qui a un modèle linéaire, ce qui facilite sa commande.
- *Matrice à l'équilibre non-inversible* : [18] considère le cas où le point d'équilibre ne peut pas être défini à partir de l'inversibilité de la matrice à l'équilibre A_{eq} .

1.3.3 Prise en compte des perturbations/incertitudes

La loi *argmin* présentée part de l'hypothèse que le point d'équilibre et le modèle sont parfaitement connus. Cependant, une étude plus réaliste doit considérer qu'un convertisseur peut être affecté par des perturbations ou que le modèle présente des incertitudes. Un convertisseur subit principalement des perturbations au niveau de la charge en sortie et de la tension d'alimentation [23]. Si les perturbations sont inconnues, le point d'équilibre à atteindre n'est alors plus connu.

De nombreuses publications prennent en compte des incertitudes/perturbations sur le modèle pour plus de robustesse du contrôleur. Les principales méthodes proposées sont :

- *Action intégrale* : Une boucle avec un intégrateur est ajoutée au schéma de commande, ou un modèle augmenté est construit [20, 45, 80, 85, 86]
- *Commande adaptative* : Les commandes sont ajustées pour les rendre robustes aux incertitudes, en se basant sur l'estimation des paramètres inconnus [11, 13, 14, 45, 47, 51, 74, 77, 81]
- *Commande robuste avec des conditions LMI* : La résolution de LMI sur les sommets d'un polytope définissant les incertitudes permet d'assurer la stabilité d'un contrôleur pour un ensemble de paramètres [58, 73, 85]

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les notions essentielles de modélisation et commande des convertisseurs. Après avoir rappelé les éléments de modélisation des circuits électriques, nous avons introduit plusieurs cadres de modélisation permettant de représenter les convertisseurs électriques. Parmi eux, le formalisme des systèmes affines à commutation a l'avantage de prendre explicitement en compte la nature commutée des convertisseurs.

Après avoir introduit les notions de solutions, point d'équilibre et stabilité pour cette classe de système, les méthodes de commande proposées dans la littérature pour les convertisseurs ont été résumées. Parmi les méthodes de commande directe, nous nous sommes particulièrement intéressés à la loi de commande *argmin*, issu de la littérature sur les systèmes affines à commutation. Sa forme générale permet de considérer des problèmes de stabilisation ou de poursuite selon la référence donnée, et les convertisseurs sont des exemples d'application déjà présentés.

Généralement, la littérature présente les convertisseurs comme une application de la commande *argmin*, sans s'attarder sur les problématiques inhérentes à ces systèmes qui peuvent compliquer son implémentation. En particulier,

- Les exemples proposés sont souvent simples par rapport à la diversité des convertisseurs existants.
- La connaissance du point d'équilibre à atteindre est souvent admise, sans lien avec un objectif de commande.
- En lien avec le point précédent, plusieurs commandes et points d'équilibre peuvent permettre d'atteindre une même sortie désirée. C'est notamment le cas même pour des exemples de convertisseurs aussi simples que le boost si des imperfections sont prises en compte dans la modélisation du circuit.
- La définition des trajectoires de référence pour les convertisseurs ayant une entrée/sortie alternative est délicate, et peu considérée dans la littérature des systèmes affines à commutation.
- L'obtention du modèle d'un convertisseur dans le cadre de modélisation des systèmes affines à commutation est peu discuté, alors qu'il devient difficile à appréhender dès que le nombre d'interrupteurs augmente.

Le chapitre suivant prend en compte les remarques ci-dessus pour proposer une démarche générale de modélisation des convertisseurs électriques. La démarche vise à écrire, de façon systématique, le modèle d'un convertisseur sous la forme d'un système affine à commutation, à partir des équations électriques du circuit. Des outils sont également proposés pour définir les états de référence d'un convertisseur à partir d'un objectif de commande.

Chapitre 2

Démarche générale de modélisation

Contenu

Introduction	27
2.1 Du modèle physique au modèle affine à commutation	28
2.1.1 Modèle physique	28
2.1.2 Passage à un modèle affine à commutation	37
2.1.3 Comparaison des deux modèles	40
2.1.4 Lien entre topologie de circuit et classe de modèle	41
2.1.5 Exemples	42
2.2 Méthodes de détermination de l'état de référence	47
2.2.1 Définitions	48
2.2.2 Méthode pour les convertisseurs DC-DC	48
2.2.3 Méthode pour les convertisseurs DC-AC ou AC-DC	54
2.2.4 Évolution en présence de perturbations d'un point de référence	57
Conclusion	59

Introduction

En vue de proposer une méthodologie générale pour la commande directe des convertisseurs électriques, nous considérerons le formalisme des systèmes affines à commutation pour modéliser la nature commutée des convertisseurs.

Dans la littérature, les convertisseurs sont généralement considérés comme des applications des résultats pour les systèmes affines à commutation. Cependant, le manque de méthodologie pour obtenir le modèle d'un convertisseur dans ce formalisme rend difficile l'application de tels résultats théoriques, en particulier lorsque le nombre d'interrupteurs dans le circuit augmente. Par ailleurs, le calcul d'un état de référence n'est généralement pas discuté.

Dans la littérature, la méthode de référence pour modéliser des convertisseurs est celle de [27]. Elle permet d'obtenir un modèle moyen ou linéarisé de convertisseur commandé par un signal MLI, mais aussi de représenter les modèles obtenus sous forme de circuit équivalent. Cette méthode ne prend donc pas en compte les commutations. [110] propose une méthode systématique de décomposition d'un circuit, et de modélisation basée sur un réseau de pétri, à des fins de simulation. Le modèle obtenu n'est cependant pas adapté pour l'application des résultats concernant les systèmes affines à commutation qui nous intéresse dans cette thèse.

Dans ce chapitre, nous proposons donc une méthode permettant d'obtenir systématiquement le modèle d'un convertisseur dans le cadre des systèmes affines à commutation à partir des équations électriques décrivant le circuit. Le développement de cette méthode s'est appuyé sur [1, 2] qui formalise une première version de celle-ci. Les étapes de la méthode sont résumées sur la Figure 2.1.

Pour appliquer cette méthode, nous posons deux hypothèses principales :

- Le convertisseur fonctionne toujours en mode de conduction continue (CCM)
- L'état des interrupteurs peut être modélisé à l'aide de variables binaires

La première hypothèse permet d'écartier le cas où le courant principal du convertisseur devient nul, ce qui génère des configurations supplémentaires du circuit que l'on ne peut pas activer avec une loi de commande. La deuxième hypothèse signifie que l'on considère que les interrupteurs commutent instantanément, et sont donc soit ouverts, soit fermés.

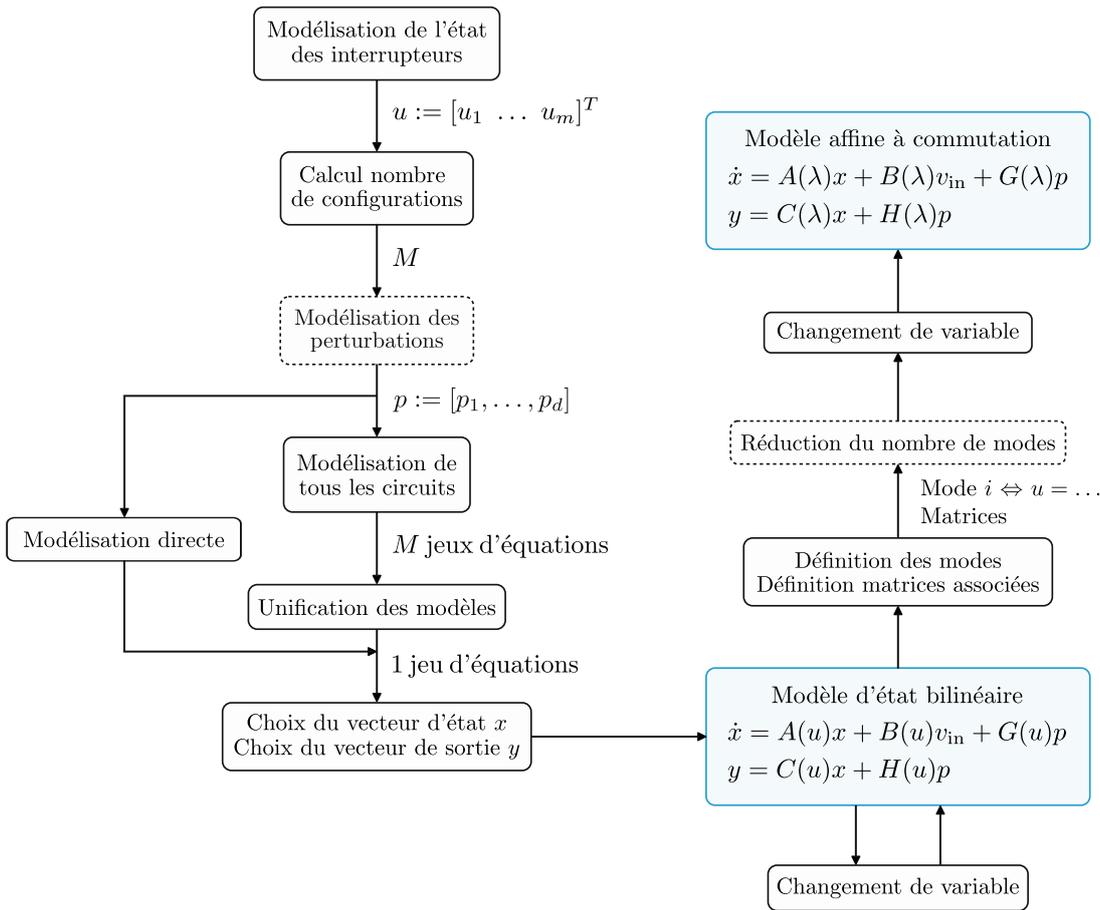


FIGURE 2.1 – Schéma général de la méthode proposée dans la Section 2.1

Dans la Section 2.2, nous proposons des outils pour déterminer l'état de référence à partir d'objectifs de commande, en examinant séparément les cas des convertisseurs DC-DC et des convertisseurs DC-AC et AC-DC.

2.1 Du modèle physique au modèle affine à commutation

2.1.1 Modèle physique

Nous décrivons ici la première partie de la méthode, qui correspond à la partie gauche de la Figure 2.1. Les principales étapes sont :

- Modéliser l'état des interrupteurs et déterminer le nombre de configurations du circuit
- (Modéliser les perturbations/incertitudes)
- Écrire les équations de tous les circuits possibles à l'aide des lois de Kirchoffs

- Intégrer la modélisation des interrupteurs aux équations
- Choisir les variables d'état pour obtenir un modèle d'état bilinéaire

Nous illustrerons les étapes à l'aide de l'exemple d'un convertisseur buck-boost non inverseur.

Modélisation des interrupteurs et nombre de configurations

Dans le Chapitre 1, nous avons évoqué la possibilité de représenter l'état d'un interrupteur avec une variable binaire. Pour modéliser l'état des interrupteurs d'un circuit, une approche directe consisterait donc à attribuer une variable binaire à chacun d'entre eux. Toutefois, une analyse plus approfondie permet souvent une modélisation plus fine en regroupant plusieurs interrupteurs sous une même variable.

La Table 2.1 présente des représentations fonctionnelles d'interrupteurs, ainsi que des exemples de leur implémentation avec des composants semi-conducteurs. Le choix d'une réalisation dépend des caractéristiques courant-tension demandées au convertisseur [7]. Les variables binaires représentant l'état des interrupteurs sont également indiquées sur les exemples de la Table 2.1, où $\bar{u} = 1 - u$.

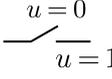
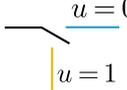
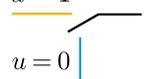
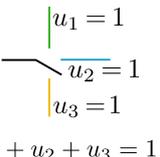
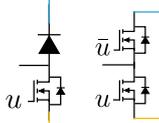
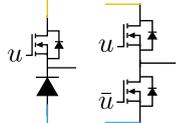
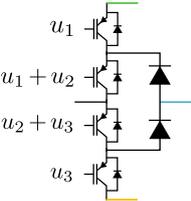
Exemples de représentation fonctionnelle				
Exemples de réalisation avec des composants semi-conducteurs				

TABLE 2.1 – Exemples de représentation fonctionnelle d'interrupteurs et leur réalisation, et variables binaires associées

Un exemple courant est celui de la cellule de commutation, qui correspond à la deuxième et à la troisième colonne de la Table 2.1. Cette structure est particulièrement utile pour respecter les règles d'alternance des sources [7], en permettant de connecter deux sources de natures différentes. Les deux interrupteurs ne doivent pas être fermés ou ouverts simultanément, sous peine de créer un court-circuit (risqué pour les sources de tension et les capacités) ou un circuit ouvert (risqué pour les sources de courant et les inductances). Les états des deux interrupteurs ne sont donc pas indépendants, une seule variable commune peut être utilisée pour les modéliser.

La quatrième colonne de la Table 2.1 présente l'exemple d'un interrupteur à trois positions. Une seule variable binaire ne suffit pas à modéliser son état, trois variables u_1 , u_2 et u_3 sont donc utilisées. Ces variables doivent être contraintes entre elles ($u_1 + u_2 + u_3 = 1$) pour représenter correctement le fonctionnement de la structure.

Exemple 2.1 Interrupteurs du convertisseur buck-boost non inverseur

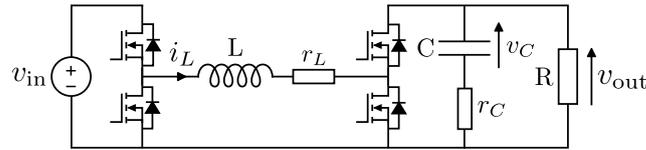


FIGURE 2.2 – Circuit d'un convertisseur buck-boost non inverseur

La Figure 2.2 présente le circuit d'un convertisseur buck-boost non inverseur alimentant une charge résistive R . Ce convertisseur permet de produire une tension de sortie v_{out} supérieure ou inférieure à la tension d'entrée v_{in} . Dans cet exemple, nous supposons que l'inductance L et la capacité C ne sont pas parfaites, en leur ajoutant une résistance parasite r_L et r_C respectivement.

La Figure 2.3 illustre, de haut en bas, l'identification des cellules de commutation, leur représentation fonctionnelle, ainsi que l'association des variables binaires u_1 et u_2 aux composants, déduites de cette analyse.

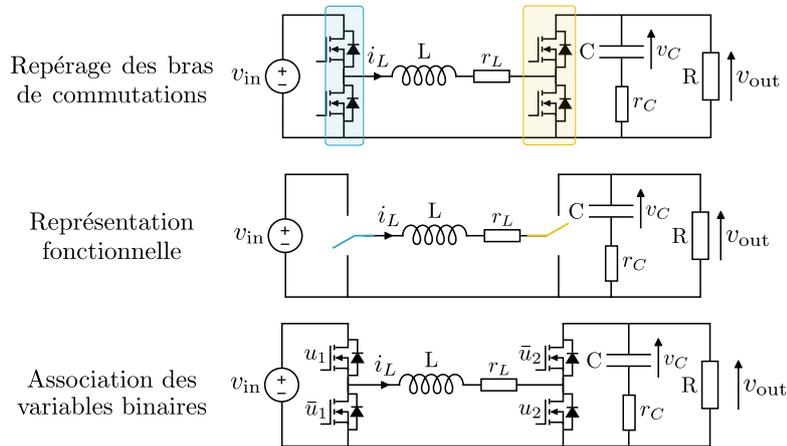


FIGURE 2.3 – Processus d'association des variables binaires sur le convertisseur buck-boost non inverseur

Une fois les variables binaires associées aux interrupteurs, nous pouvons déduire le nombre de configurations M possibles d'un circuit de convertisseur. Généralement :

$$M = 2^m$$

où m est le nombre de variables binaires utilisées pour modéliser l'état des interrupteurs. Si des contraintes existent entre les variables (voir Table 2.1), ce nombre est réduit, tel que

$$M = 2^m - \text{nombre de configurations interdites}$$

Exemple 2.2 Nombre de configurations d'un convertisseur buck-boost non inverseur

Dans l'Exemple 2.1, $m = 2$ car deux variables binaires sont nécessaires pour représenter l'état des interrupteurs. Il n'existe pas de contrainte entre ces variables, donc $M = 2^2 = 4$.

Modélisation des perturbations

Un convertisseur peut être affecté par des perturbations, principalement sur les tensions d'entrée et sur les charges en sortie. Il convient alors de les modéliser pour les prendre en compte lors de la phase de conception d'une loi de commande.

La modélisation d'une perturbation sur une tension d'entrée peut se faire en ajoutant directement une variable de perturbation à la valeur nominale, comme illustrée sur la Figure 2.4, où la perturbation est notée p_1 .



FIGURE 2.4 – Modélisation d'une perturbation sur des sources de tension

La modélisation d'une perturbation sur une charge est moins directe. Nous allons discuter le cas d'une charge résistive, de résistance nominale R , qui subit une perturbation et devient $R + \Delta R$. Nous distinguons deux cas :

- Une tension v_{out} est imposée. Dans le cas nominal, la charge consomme un courant $i_0 = \frac{v_{out}}{R}$. Dans le cas perturbé, elle consomme un courant $i = \frac{v_{out}}{R + \Delta R} = i_0 + p_2$ pour $p_2 = -v_{out} \frac{\Delta R}{R(R + \Delta R)}$. On peut donc modéliser la variation de résistance par une source de courant en parallèle de la charge, notée ici p_2
- Un courant i_{out} est imposé. Dans le cas nominal, la tension à ses bornes est $v_0 = Ri_{out}$. Dans le cas perturbé, la tension aux bornes de la résistance est $v = (R + \Delta R)i_{out} = v_0 + p_2$ pour $p_2 = \Delta Ri_{out}$. On peut donc modéliser la variation de résistance par une source de tension en série avec la charge.

La modélisation de la variation de résistance avec des sources de tensions ou de courants est résumée sur la Figure 2.5.

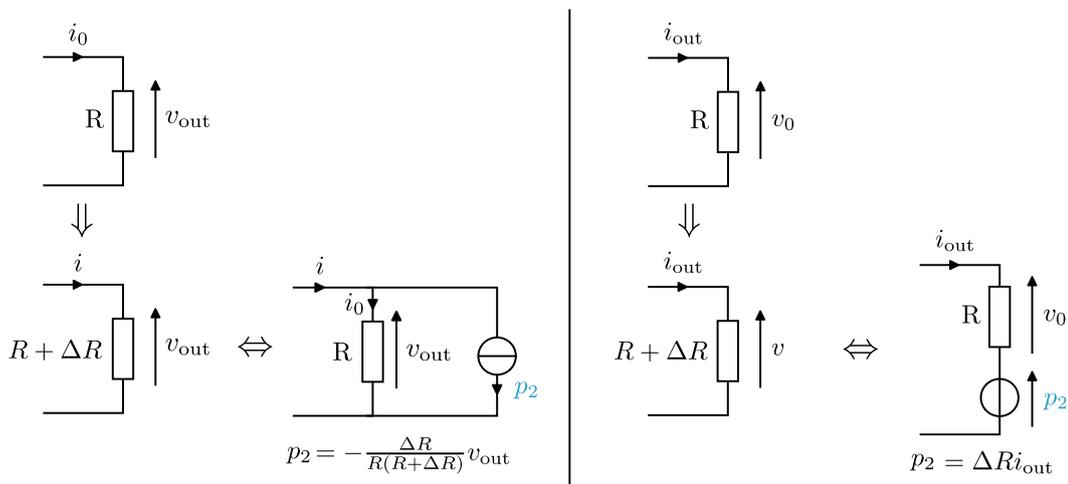


FIGURE 2.5 – Modélisation d'une perturbation sur une charge résistive, pour une tension (gauche) ou un courant (droite) imposés

Cette approche peut être généralisée à d'autres types de charge, et se trouve par exemple dans [14]. Les perturbations peuvent également servir à modéliser des charges non linéaires, qui ne peuvent sinon pas être prises en compte dans le cadre de la modélisation proposée.

Exemple 2.3 Convertisseur boost avec charge de puissance constante

La Figure 2.6 représente le circuit d'un convertisseur boost avec une charge à puissance constante P (CPL pour *Constant Power Load*).

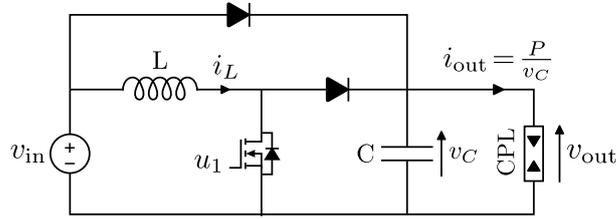


FIGURE 2.6 – Circuit d'un convertisseur boost avec charge de puissance constante

Le courant $i_{\text{out}} = \frac{P}{v_C}$ traversant la charge varie de manière non linéaire par rapport à la tension v_C , et ne peut donc pas être représenté avec un modèle bilinéaire ou affine à commutation. Une solution est alors d'introduire une perturbation $p_1 = i_{\text{out}}$ pour pouvoir modéliser ce convertisseur avec la méthode proposée.

Écriture du modèle des circuits

Un modèle physique de chaque configuration possible du circuit s'obtient à l'aide des lois de Kirchhoff. Ces modèles permettront de déduire un modèle unifié du convertisseur.

Exemple 2.4 Obtention des modèles physiques d'un convertisseur buck-boost non inverseur

Le convertisseur buck-boost présenté dans l'Exemple 2.1 possède quatre configurations différentes en fonction de l'état des interrupteurs. En prenant en compte des perturbations sur la tension d'entrée et sur la charge en sortie, la Figure 2.7 présente le modèle de chaque circuit obtenu en appliquant les lois de Kirchhoff.

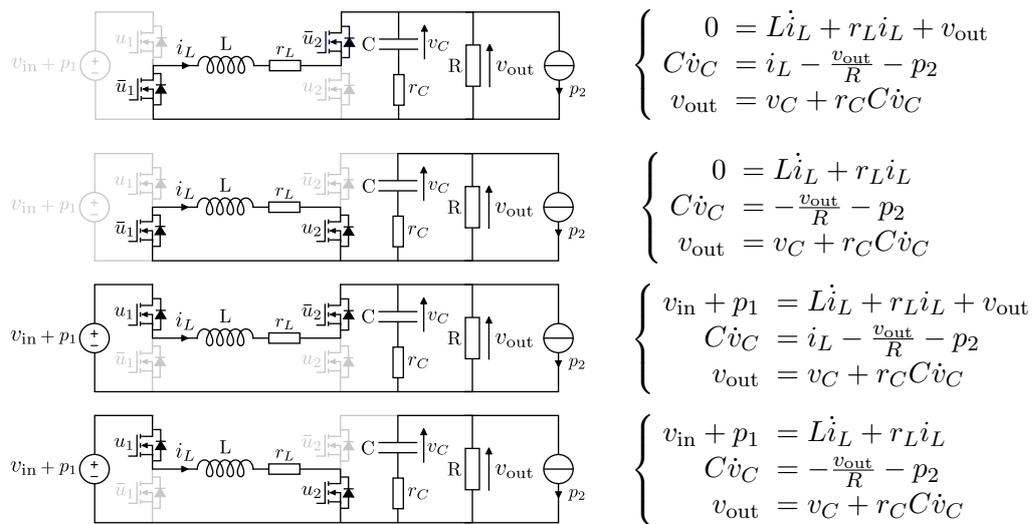


FIGURE 2.7 – Configurations du circuit d'un convertisseur buck-boost non inverseur, et les modèles associés

Intégration de la modélisation des interrupteurs

En observant les différences entre les modèles, nous pouvons identifier l'effet des interrupteurs sur les équations. Cet effet est représenté en introduisant les variables de commandes u_i associées aux interrupteurs dans les équations.

Exemple 2.5 Modèle unifié d'un convertisseur buck-boost non inverseur

En développant les quatre modèles de l'Exemple 2.4, nous obtenons les modèles suivants :

$$\begin{aligned}
 (u_1 = 0, u_2 = 0) & \begin{cases} 0 = L\dot{i}_L + (r_L + \alpha r_C)i_L + \alpha v_C - \alpha r_C p_2 \\ C\dot{v}_C = \alpha i_L - \frac{\alpha}{R}v_C - \alpha p_2 \\ v_{\text{out}} = \alpha v_C + \alpha r_C i_L - \alpha r_C p_2 \end{cases} \\
 (u_1 = 0, u_2 = 1) & \begin{cases} 0 = L\dot{i}_L + r_L i_L \\ C\dot{v}_C = -\frac{\alpha}{R}v_C - \alpha p_2 \\ v_{\text{out}} = \alpha v_C - \alpha r_C p_2 \end{cases} \\
 (u_1 = 1, u_2 = 0) & \begin{cases} v_{\text{in}} + p_1 = L\dot{i}_L + (r_L + \alpha r_C)i_L + \alpha v_C - \alpha r_C p_2 \\ C\dot{v}_C = \alpha i_L - \frac{\alpha}{R}v_C - \alpha p_2 \\ v_{\text{out}} = \alpha v_C + \alpha r_C i_L - \alpha r_C p_2 \end{cases} \\
 (u_1 = 1, u_2 = 1) & \begin{cases} v_{\text{in}} + p_1 = L\dot{i}_L + r_L i_L \\ C\dot{v}_C = -\frac{\alpha}{R}v_C - \alpha p_2 \\ v_{\text{out}} = \alpha v_C - \alpha r_C p_2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

où $\alpha = \frac{R}{R+r_C}$. Les termes qui n'apparaissent dans les équations que lorsque $u_1 = 1$ ou $u_2 = 0$ sont repérés en jaune et en bleu respectivement. En incorporant ces variables dans les équations, nous obtenons un modèle unifié :

$$\begin{cases} u_1(v_{\text{in}} + p_1) = L\dot{i}_L + (r_L + \bar{u}_2 \alpha r_C)i_L + \bar{u}_2 \alpha v_C - \bar{u}_2 \alpha r_C p_2 \\ C\dot{v}_C = \bar{u}_2 \alpha i_L - \frac{\alpha}{R}v_C - \alpha p_2 \\ v_{\text{out}} = \alpha v_C + \bar{u}_2 \alpha r_C i_L - \alpha r_C p_2 \end{cases}$$

Pour unifier les modèles, une autre méthode consiste à les sommer après les avoir multipliés par la combinaison de variables binaires égale à 1 qui leur est associée. Par exemple pour un système avec une seule variable de commande u_1 :

$$\text{Modèle unifié} = (1 - u_1) \times (\text{Modèle pour } u_1 = 0) + u_1 \times (\text{Modèle pour } u_1 = 1)$$

Exemple 2.6 Unification du modèle d'un convertisseur boost

Pour le convertisseur boost de l'Exemple 1.1, les modèles des deux configurations sont

$$\text{Pour } u_1 = 0 \begin{cases} v_{\text{in}} = L\dot{i}_L + v_C \\ i_L = C\dot{v}_C + \frac{v_C}{R} \\ v_{\text{out}} = v_C \end{cases} \quad \text{Pour } u_1 = 1 \begin{cases} v_{\text{in}} = L\dot{i}_L \\ 0 = C\dot{v}_C + \frac{v_C}{R} \\ v_{\text{out}} = v_C \end{cases}$$

Le modèle unifié est donc

$$\begin{cases} (1 - u_1)v_{\text{in}} + u_1 v_{\text{in}} = (1 - u_1)(L\dot{i}_L + v_C) + u_1(L\dot{i}_L) \\ (1 - u_1)i_L = (1 - u_1)(C\dot{v}_C + \frac{v_C}{R}) + u_1(C\dot{v}_C + \frac{v_C}{R}) \\ v_{\text{out}} = (1 - u_1)v_C + u_1 v_C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_{\text{in}} = L\dot{i}_L + (1 - u_1)v_C \\ (1 - u_1)i_L = C\dot{v}_C + \frac{v_C}{R} \\ v_{\text{out}} = v_C \end{cases}$$

Modélisation directe

Une alternative plus directe consiste à écrire un modèle unifié en observant le rôle des interrupteurs dans le circuit. Cette approche permet de se passer de l'écriture des modèles de toutes les configurations possibles.

Exemple 2.7 Modélisation directe d'un convertisseur buck-boost non inverseur

Pour le convertisseur buck-boost non inverseur de l'Exemple 2.4, on observe que la première cellule de commutation relie la tension d'entrée v_{in} à la bobine L , tandis que la deuxième cellule connecte la bobine L au condensateur C , la charge R et la source de courant p_2 , comme illustré sur la Figure 2.8.

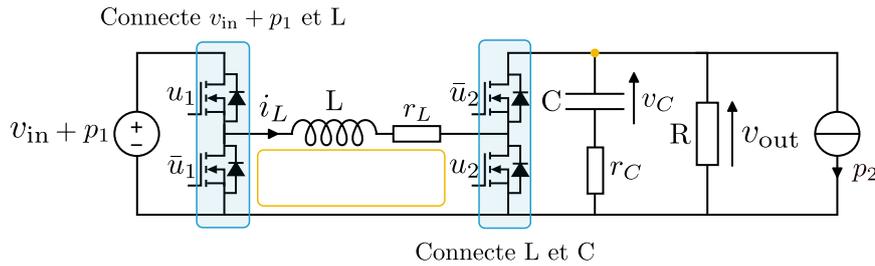


FIGURE 2.8 – Fonction des cellules de commutation dans le circuit d'un convertisseur buck-boost non inverseur

Les cellules de commutation ont donc un impact sur la maille et le nœud indiqués en jaune sur la Figure 2.8. Dans la maille, la tension $v_{in} + p_1$ ne sera présente que si $u_1 = 1$, tandis que la tension $v_C + r_C C \dot{v}_C$ n'apparaîtra que si $u_2 = 0$. Au niveau du nœud, le courant i_L n'apparaîtra que si $u_2 = 0$. La tension de sortie reste toujours égale à $v_{out} = v_C + r_C C \dot{v}_C$. Ainsi, par application des lois de Kirchhoff, un modèle unifié est

$$\begin{cases} u_1(v_{in} + p_1) = L\dot{i}_L + r_L i_L + \bar{u}_2 v_{out} \\ \bar{u}_2 i_L = C\dot{v}_C + \frac{v_{out}}{R} + p_2 \\ v_{out} = v_C + r_C C \dot{v}_C \end{cases}$$

Attention : L'écriture d'un modèle avec cette méthode peut faire apparaître une expression polynomiale des u_i lorsque les équations sont développées. Cependant $0^n = 0$ et $1^n = 1$, donc les puissances qui apparaissent sur les u_i peuvent et doivent être retirées pour obtenir un modèle correct.

Exemple 2.8 Suite Exemple 2.7

En manipulant les équations obtenues dans l'Exemple 2.7 pour isoler $L\dot{i}_L$, $C\dot{v}_C$ et v_{out} à gauche, nous obtenons

$$\begin{cases} L\dot{i}_L = u_1(v_{in} + p_1) - (r_L + \bar{u}_2^2 \alpha r_C) i_L - \bar{u}_2 \alpha v_C + \bar{u}_2 \alpha r_C p_2 \\ C\dot{v}_C = \bar{u}_2 \alpha i_L - \frac{\alpha}{R} v_C - \alpha p_2 \\ v_{out} = \alpha v_C + \bar{u}_2 \alpha r_C i_L - \alpha r_C p_2 \end{cases}$$

Un terme \bar{u}_2^2 apparaît dans la première équation, contrairement au modèle obtenu dans l'Exemple 2.5 avec la méthode détaillée. Ce terme doit être remplacé par \bar{u}_2 pour obtenir le modèle recherché.

Obtention d'un modèle d'état bilinéaire

Finalement, en choisissant un vecteur d'état x et un vecteur de sortie y , nous obtenons un modèle d'état bilinéaire de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = \left(A_0 + \sum_{i=1}^m u_i A_{u_i} \right) x + \left(B_0 + \sum_{i=1}^m u_i B_{u_i} \right) v_{\text{in}} + \left(G_0 + \sum_{i=1}^m u_i G_{u_i} \right) p \\ y = \left(C_0 + \sum_{i=1}^m u_i C_{u_i} \right) x + \left(H_0 + \sum_{i=1}^m u_i H_{u_i} \right) p \end{cases} \quad (2.1)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $y \in \mathbb{R}^q$ est le vecteur de sortie, $v_{\text{in}} \in \mathbb{R}^l$ est le vecteur des sources d'entrée, $u = [u_1 \dots u_m]^T \in \{0, 1\}^m$ est le vecteur de commande et $p \in \mathbb{R}^d$ est le vecteur des perturbations.

Remarque 2.1 La notation i_{in} peut être utilisée à la place de v_{in} si les sources en entrée sont des sources de courant.

Nous pouvons obtenir un modèle plus compacte en définissant les matrices

$$\left[\begin{array}{c|c|c} A(u) & B(u) & G(u) \\ \hline C(u) & & H(u) \end{array} \right] := \left[\begin{array}{c|c|c} A_0 + \sum_{i=1}^m u_i A_{u_i} & B_0 + \sum_{i=1}^m u_i B_{u_i} & G_0 + \sum_{i=1}^m u_i G_{u_i} \\ \hline C_0 + \sum_{i=1}^m u_i C_{u_i} & & H_0 + \sum_{i=1}^m u_i H_{u_i} \end{array} \right]$$

Le modèle s'écrit alors :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(u)x + B(u)v_{\text{in}} + G(u)p \\ y = C(u)x + H(u)p \end{cases} \quad (2.2)$$

Pour un circuit électrique, il est admis que les tensions aux bornes des condensateurs et les courants qui traversent les bobines sont des choix judicieux de variable d'état, car leurs dérivées apparaissent naturellement dans la modélisation des composants associés (voir Chapitre 1).

Exemple 2.9 Modèle d'état d'un convertisseur buck-boost non inverseur

Pour l'Exemple 2.5, nous choisissons comme vecteur d'état $x = [i_L \ v_C]^T$ et comme vecteur de sortie $y = v_{\text{out}}$. Le modèle d'état du convertisseur est alors :

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + u_2 A_{u_2})x + u_1 B_{u_1} v_{\text{in}} + (G_0 + u_1 G_{u_1} + u_2 G_{u_2})p \\ y = (C_0 + u_2 C_{u_2})x + H_0 p \end{cases}$$

où

$$\begin{aligned} A_0 &= \begin{bmatrix} \frac{-r_L - \alpha r_C}{L} & -\frac{\alpha}{L} \\ \frac{\alpha}{C} & -\frac{\alpha}{RC} \end{bmatrix} & A_{u_2} &= \begin{bmatrix} \frac{\alpha r_C}{L} & \frac{\alpha}{L} \\ -\frac{\alpha}{C} & 0 \end{bmatrix} & B_{u_1} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} & C_0 &= [\alpha r_C \quad \alpha] \\ C_{u_2} &= [-\alpha r_C \quad 0] & G_0 &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{\alpha r_C}{L} \\ 0 & -\frac{\alpha}{C} \end{bmatrix} & G_{u_1} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & G_{u_2} &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\alpha r_C}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & H_0 &= [0 \quad -\alpha r_C] \end{aligned}$$

Dans certains cas, les objectifs de commande rendent un autre choix de variable d'état plus intéressant. Nous pouvons alors procéder à un changement de variable pour faciliter la synthèse de l'état de référence et de la commande par la suite.

Exemple 2.10 Buck entrelacé

La Figure 2.9 présente le circuit d'un convertisseur buck entrelacé à deux branches. Cette topologie correspond à deux convertisseurs buck en parallèle, alimentés par la même source de tension v_{in} et alimentant la même charge RC . Par rapport à un convertisseur buck classique, cette topologie permet de réduire le courant qui passe par l'inductance en le répartissant entre plusieurs branches.

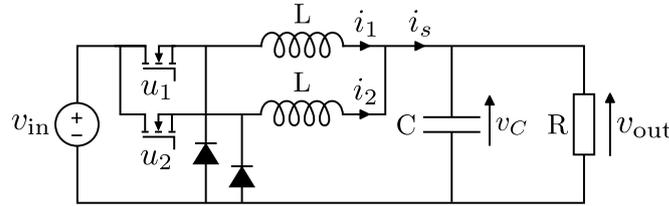


FIGURE 2.9 – Circuit d'un buck entrelacé

La méthode proposée dans ce chapitre permet d'écrire un premier modèle en prenant comme vecteur d'état $x = [i_1 \ i_2 \ v_C]^T$. Cependant, les objectifs de commande pour ce type de convertisseur sont généralement :

- Réguler la tension de sortie v_{out} , qui est fonction de la somme $i_1 + i_2$
- Répartir le courant entre les branches, tel que $i_1 = i_2$

Un changement de variable intéressant pour traiter le problème de commande est donc $x = [i_s \ i_d \ v_C]^T$, où $i_s = i_1 + i_2$ et $i_d = i_1 - i_2$.

Dans le cadre de la modélisation d'un convertisseur avec alimentation/charge triphasées, il est possible de réduire le nombre de variables d'état sous certaines hypothèses. Un changement de variable d'état est alors effectué à l'aide la transformée de Clarke-Concordia.

Definition 2.1 Transformée de Clarke-Concordia et puissances instantanées [111]

Soit x_a, x_b et x_c trois signaux triphasés équilibrés, soit

$$x_a + x_b + x_c = 0$$

Prenons par exemple trois signaux triphasés x_a, x_b et x_c donnés par

$$x_a = E \cos(\omega t) \quad x_b = E \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad x_c = E \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

où ω est une pulsation, t le temps et E une amplitude.

Comme il existe une relation entre les trois grandeurs, deux signaux suffisent pour représenter l'évolution du système. La transformée de Clarke-Concordia définit les grandeurs x_α, x_β et x_γ telles que

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_\gamma \end{bmatrix} = \underbrace{\sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}}_c \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$$

Sous l'hypothèse d'équilibre des signaux, $x_\gamma = 0$, x_α et x_β sont donc suffisant pour décrire le système.

Remarque 2.2 La transformée de Clarke-Concordia réduite ne définit que les signaux x_α et x_β à partir des deux premières lignes de \mathcal{C} .

Pour les signaux donnés comme exemple précédemment,

$$x_\alpha = \sqrt{\frac{3}{2}}E \cos(\omega t) \quad x_\beta = \sqrt{\frac{3}{2}}E \sin(\omega t)$$

La transformation \mathcal{C} est une rotation, donc $\mathcal{C}^{-1} = \mathcal{C}^T$. De plus, elle change l'amplitude des signaux mais conserve les puissances. Ainsi, les puissances active et réactive calculées dans les nouvelles coordonnées sont identiques à celles calculées dans les coordonnées d'origine.

Dans les coordonnées $\alpha\beta$, la puissance instantanée active p_a et la puissance instantanée réactive q_r d'une source triphasée caractérisée par des tensions e_α , e_β et des courants associés i_α , i_β sont définies par

$$\begin{bmatrix} p_a \\ q_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta \\ -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix}$$

2.1.2 Passage à un modèle affine à commutation

A partir du modèle bilinéaire (2.2) établi dans la section précédente, nous pouvons obtenir un modèle affine à commutation en définissant les configurations du circuit comme sous-systèmes. Ces configurations sont définies à partir des variables u_i , ce qui permet d'obtenir le modèle par changement de variable.

Définition des modes et des matrices associées

Pour obtenir un modèle affine à commutation, il est nécessaire de définir les sous-systèmes du modèle. Intuitivement, pour un convertisseur, ces sous-systèmes, parfois appelés modes, correspondent aux différentes configurations possibles du circuit. Pour rendre cette définition systématique, nous proposons de classer les combinaisons des variables u_i qui définissent ces configurations dans l'ordre binaire, et de leur attribuer un numéro de modes selon ce même ordre.

Pour m variables u_i et donc $M = 2^m$ combinaisons différentes de celles-ci, les premières colonnes de la Table 2.2 donnent les combinaisons ordonnées de ces variables et le numéro de mode associé [3].

Mode (i)	u_1	u_2	\dots	u_{m-1}	u_m	λ_i	A_{λ_i}
1	0	0	\dots	0	0	$(1 - u_1) \dots (1 - u_m)$	0
2	0	0	\dots	0	1	$(1 - u_1) \dots (1 - u_{m-1})u_m$	A_{u_m}
3	0	0	\dots	1	0	$(1 - u_1) \dots u_{m-1}(1 - u_m)$	$A_{u_{m-1}}$
4	0	0	\dots	1	1	$(1 - u_1) \dots u_{m-1}u_m$	$A_{u_{m-1}} + A_{u_m}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$2^m - 1$	1	1	\dots	1	0	$u_1 u_2 \dots u_{m-1}(1 - u_m)$	$A_{u_1} + \dots + A_{u_{m-1}}$
2^m	1	1	\dots	1	1	$u_1 u_2 \dots u_{m-1} u_m$	$A_{u_1} + \dots + A_{u_m}$

TABLE 2.2 – Modes et changement de variables

Pour obtenir un modèle affine à commutation, nous devons également introduire de nouvelles variables de commande qui permettent d'activer un mode spécifique. Ces nouvelles variables de commande, notées λ_i , sont également binaires. $\lambda_i = 0/1$ indique alors que le mode i est inactif/actif. Seule une des variables λ_i peut être égale à 1 à la fois, telle que

$$\lambda \in \Lambda_S, \quad \Lambda_S = \left\{ \lambda \in \{0, 1\}^M : \sum_{i=1}^M \lambda_i = 1 \right\} \quad (2.3)$$

Les variables λ_i sont définies à partir des variables u_i , comme indiqué dans la deuxième partie de la Table 2.2.

La définition des matrices associées à chaque mode découle directement de la définition de ces modes. Les matrices A_{λ_j} , B_{λ_j} , C_{λ_j} , G_{λ_j} et H_{λ_j} sont la somme des matrices A_{u_i} , B_{u_i} , C_{u_i} , G_{u_i} et H_{u_i} pour lesquelles $u_i = 1$ pour le mode j , comme illustré dans la deuxième partie de la Table 2.2 (le principe est donné pour les matrices A_{λ_i} , mais les autres matrices suivent le même principe).

Exemple 2.11 Définition des modes et des matrices d'un convertisseur buck-boost non inverseur

Les modes et les changements de variables pour le convertisseur buck-boost de l'Exemple 2.9 sont donnés dans la Table 2.3.

Mode (i)	u_1	u_2	λ_i	A_{λ_i}	B_{λ_i}	G_{λ_i}	C_{λ_i}	H_{λ_i}
1	0	0	$(1 - u_1)(1 - u_2)$	0	0	0	0	0
2	0	1	$(1 - u_1)u_2$	A_{u_2}	0	G_{u_2}	C_{u_2}	0
3	1	0	$u_1(1 - u_2)$	0	B_{u_1}	G_{u_1}	0	0
4	1	1	u_1u_2	A_{u_2}	B_{u_1}	$G_{u_1} + G_{u_2}$	C_{u_2}	0

TABLE 2.3 – Changement de variable pour le buck-boost non-inverseur

Après changement de variable, le modèle affine à commutation du convertisseur buck-boost non-inverseur s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + \lambda_2 A_{\lambda_2} + \lambda_4 A_{\lambda_4})x + (\lambda_3 B_{\lambda_3} + \lambda_4 B_{\lambda_4})v_{in} + (G_0 + \lambda_2 G_{\lambda_2} + \lambda_3 G_{\lambda_3} + \lambda_4 G_{\lambda_4})p \\ y = (C_0 + \lambda_2 C_{\lambda_2} + \lambda_4 C_{\lambda_4})x + H_0 p \end{cases}$$

La nouvelle variable de commande est $\lambda \in \Lambda_S$, $\Lambda_S = \{\lambda \in \{0, 1\}^4 : \sum_{i=1}^4 \lambda_i = 1\}$. La commande u correspondante à une commande λ donnée se retrouve à partir de la Table 2.3. Par exemple, $\lambda_3 = u_1(1 - u_2)$. Si $\lambda_3 = 1$, soit $\lambda = [0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$, alors $u = [1 \ 0]$ d'après la Table 2.3.

Réduction du nombre de modes

Dans certain cas, nous pouvons simplifier le modèle en retirant des modes qui ne sont pas utilisés pour commander le système (par exemple s'il présente des redondances). Dans ce cas, le nombre total de configurations est réduit à :

$$M = 2^m - \text{nombre de configurations interdites} - \text{nombre de configurations non utilisées}$$

Les modes doivent alors être redéfinis pour rester cohérent.

Exemple 2.12 Pont en H

Le convertisseur pont en H présenté sur la Figure 2.10 permet d'inverser la polarité aux bornes d'une charge, à l'aide de deux cellules de commutation.

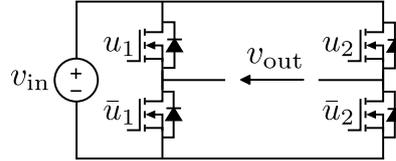


FIGURE 2.10 – Circuit d'un convertisseur Pont en H

Avec les notations de la Figure 2.10, le circuit présente $M = 2^2 = 4$ modes, donnés dans la Table 2.4, où la tension v_{out} obtenue pour chaque mode est aussi indiquée.

Mode (i)	u_1	u_2	Valeur v_{out}
1	0	0	0
2	0	1	$-v_{in}$
3	1	0	v_{in}
4	1	1	0

TABLE 2.4 – Modes du pont en H et tension de sortie associée

Si l'objectif de commande est seulement d'inverser la polarité de la tension en sortie, seuls les modes 2 et 3 sont nécessaires. Dans ce cas, les modes sont redéfinis comme indiqué dans la Table 2.5, et le nombre total de modes est réduit à $M = 2$.

Mode (i)	u_1	u_2	Valeur v_{out}
1	0	1	$-v_{in}$
2	1	0	v_{in}

TABLE 2.5 – Modes du pont en H et tension de sortie pour une commande unipolaire

Obtention du modèle affine à commutation

Avec les modes, les variables et les matrices définis précédemment, le système sous forme affine à commutation s'exprime :

$$\begin{cases} \dot{x} = \left(A_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i A_{\lambda_i} \right) x + \left(B_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i B_{\lambda_i} \right) v_{in} + \left(G_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i G_{\lambda_i} \right) p \\ y = \left(C_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i C_{\lambda_i} \right) x + \left(H_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i H_{\lambda_i} \right) p \end{cases} \quad (2.4)$$

Sous cette forme, le vecteur $\lambda = [\lambda_1 \ \dots \ \lambda_M]^T \in \Lambda_S$ représente les nouvelles variables de commande. Lorsque $\lambda_i = 1$, le mode numéro i est actif, et les matrices associées sont $(A_0 + A_{\lambda_i}, B_0 + B_{\lambda_i}, G_0 + G_{\lambda_i}, C_0 + C_{\lambda_i}, H_0 + H_{\lambda_i})$.

Remarque 2.3 La propriété $\sum_{i=1}^M \lambda_i = 1$ permet de réécrire le système sous la forme

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^M \lambda_i \left((A_0 + A_{\lambda_i})x + (B_0 + B_{\lambda_i})v_{\text{in}} + (G_0 + G_{\lambda_i})p \right) \\ y = \sum_{i=1}^M \lambda_i \left((C_0 + C_{\lambda_i})x + (H_0 + H_{\lambda_i})p \right) \end{cases} \quad (2.5)$$

Nous reconnaissons ici un système affine à commutation de la forme

$$\begin{cases} \dot{x} = A_\sigma x + B_\sigma v_{\text{in}} + G_\sigma p \\ y = C_\sigma x + H_\sigma p \end{cases} \quad (2.6)$$

où les matrices $(A_i, B_i, G_i, C_i, H_i)$ sont définies par $(A_0 + A_{\lambda_i}, B_0 + B_{\lambda_i}, G_0 + G_{\lambda_i}, C_0 + C_{\lambda_i}, H_0 + H_{\lambda_i})$ et $\sigma(t, x) : [0, \infty) \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{K}_M$ est la loi de commutation.

Un modèle plus compact est obtenu en définissant les matrices

$$\left[\begin{array}{c|c|c} A(\lambda) & B(\lambda) & G(\lambda) \\ \hline C(\lambda) & & H(\lambda) \end{array} \right] := \left[\begin{array}{c|c|c} A_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i A_{\lambda_i} & B_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i B_{\lambda_i} & G_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i G_{\lambda_i} \\ \hline C_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i C_{\lambda_i} & & H_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i H_{\lambda_i} \end{array} \right]$$

Le modèle s'écrit alors :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\lambda)x + B(\lambda)v_{\text{in}} + G(\lambda)p \\ y = C(\lambda)x + H(\lambda)p \end{cases} \quad (2.7)$$

2.1.3 Comparaison des deux modèles

Au cours de cette section, nous avons obtenu deux modèles généraux pour les convertisseurs. Le premier est un modèle d'état bilinéaire, où les variables de commande notées u_i sont directement liées à l'état des interrupteurs du circuit. Le second est un modèle affine à commutation, où les variables de commande notées λ_i sont associées à l'activation des configurations préalablement définies du circuit. La Table 2.6 compare ces deux modèles.

Critère	Modèle bilinéaire	Modèle affine à commutation
Modélisation	Proche de la physique	Met en avant la nature commutée
Commande	États des interrupteurs	Un mode
Vecteur de commande	$u \in \{0, 1\}^m$	$\lambda \in \Lambda_S \subset \{0, 1\}^{2^m - \dots}$

TABLE 2.6 – Comparaison des deux types de modèles

De plus, nous pouvons faire les commentaires suivants sur les modèles :

- Le modèle bilinéaire a l'avantage d'être plus proche de la physique du système et de l'implémentation de la commande, car les variables u_i sont directement liées à l'état des interrupteurs.
- Le modèle affine à commutation devient intéressant lorsque le nombre de variables de commande augmente. En effet, gérer un grand nombre de variables binaires découplées localement peut devenir complexe. L'approche système affine à commutation permet de choisir directement une configuration du circuit, offrant ainsi une vision plus globale du système.

- La taille du vecteur de commande est plus importante dans le cadre commuté, mais il reste facile de revenir à la commande en u_i en utilisant la table de correspondance entre les deux modèles.
- Le modèle affine à commutation permet de faire abstraction des redondances dans les états des interrupteurs en retirant les modes inutilisés.

2.1.4 Lien entre topologie de circuit et classe de modèle

Nous pouvons classer les modèles affines à commutation des convertisseurs en trois catégories :

- Seule la matrice « A » commute
- Seule la matrice « B » commute
- Les deux matrices « A » et « B » commutent

L'appartenance d'un convertisseur à l'une de ces familles est liée à la topologie de son circuit, et plus particulièrement la position des interrupteurs dans celui-ci.

La matrice dynamique commute lorsque le rôle d'un interrupteur est de permettre ou non l'échange d'énergie entre des éléments de stockage, comme dans le cas du convertisseur boost. La matrice $A(u)$ contient alors des termes commutés, liés à l'échange d'énergie entre les éléments de stockage concernés.

Exemple 2.13 Echange d'énergie dans un convertisseur boost

Dans un convertisseur boost, l'état des interrupteurs permet ou non l'échange d'énergie entre l'inductance L et la capacité C , comme illustré sur la Figure 2.11.

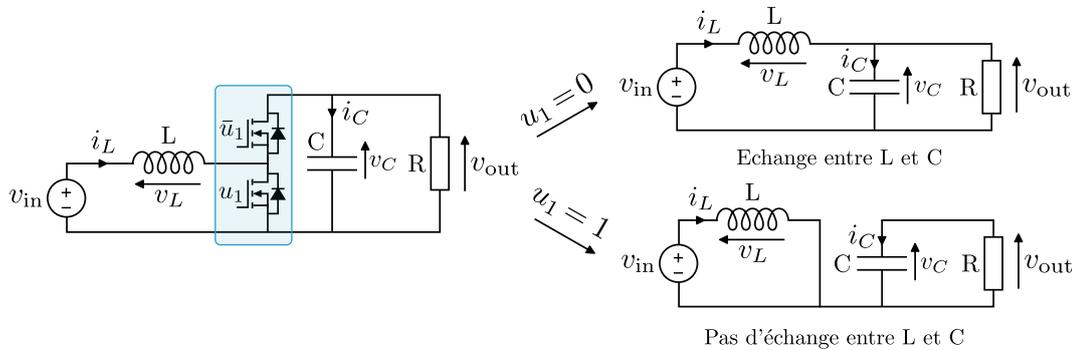


FIGURE 2.11 – Échange d'énergie dans un convertisseur boost

Par conséquent, des termes dépendant de la variable u_1 apparaissent dans la matrice dynamique $A(u)$ du modèle d'état du circuit, sur la ligne liée au courant i_L et la colonne liée à la tension v_C , et inversement :

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\bar{u}_1 \frac{1}{L} \\ \bar{u}_1 \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} v_{in} = A(u_1)x + B_0 v_{in}$$

Les termes sont de signes opposés car l'inductance L donne de l'énergie à la capacité C qui la reçoit.

De manière similaire, la commutation de la matrice de commande est associée à la présence d'interrupteurs permettant de connecter ou de couper une source d'entrée au reste du circuit,

comme dans le convertisseur buck. Un terme commuté se trouve alors dans la matrice $B(u)$, sur la ligne de l'élément de stockage qui reçoit l'énergie de la source d'entrée.

Exemple 2.14 Commutation de la tension d'entrée dans un convertisseur buck

Dans un convertisseur buck, les interrupteurs permettent ou non à la source de tension v_{in} de charger l'inductance L , comme illustrée sur la Figure 2.12. Ainsi, un terme dépendant de la variable u_1 apparaît sur la ligne liée à i_L dans la matrice $B(u)$ du modèle d'état du circuit :

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} v_{in} = A_0 x + B(u_1) v_{in}$$

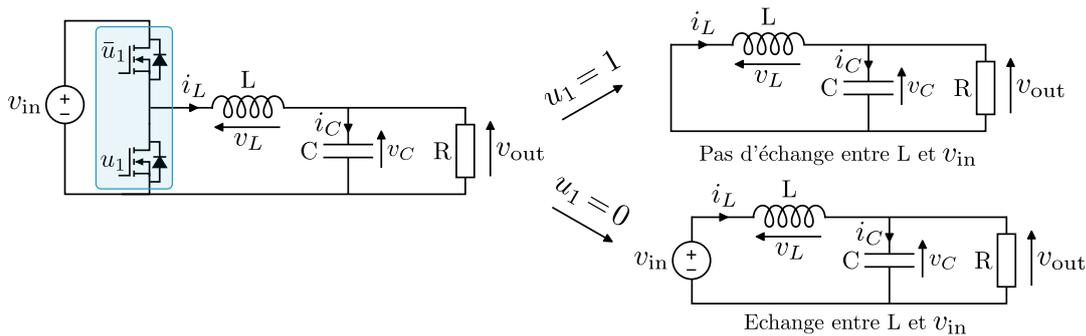


FIGURE 2.12 – Échange d'énergie dans un convertisseur buck

Les deux matrices commutent si des interrupteurs avec les deux fonctions présentées ci-dessus se trouvent dans le circuit, comme pour le convertisseur buck-boost.

La résolution des LMIs pour la synthèse de la commande *argmin* dépend de la classe de modèle du convertisseur. Par exemple, si la matrice A ne commute pas, une seule LMI est à tester pour la stabilité quadratique (1.14), qui sera faisable si la matrice A_0 est Hurwitz.

2.1.5 Exemples

Cette section présente plusieurs exemples d'application de la méthode.

Convertisseurs résonants

Les convertisseurs résonants exploitent le phénomène de résonance d'une partie du circuit pour produire des signaux alternatifs de haute amplitude avec des pertes réduites, offrant ainsi un rendement élevé. En fonctionnant proche de la fréquence de résonance, le facteur de puissance est également élevé.

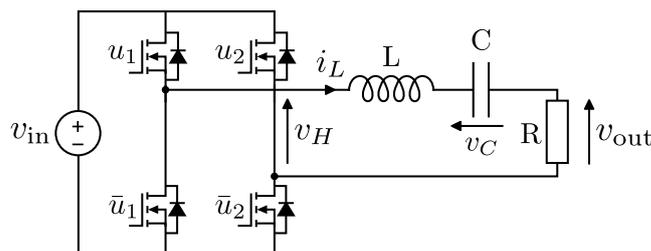


FIGURE 2.13 – Circuit d'un convertisseur résonant série

Le circuit d'un convertisseur résonant série est illustré sur la Figure 2.13. Il comprend un pont en H en entrée, alimenté par la source de tension v_{in} , et produit une tension v_H telle que $v_H = (u_1 - u_2)v_{\text{in}}$. La tension v_H alimente un circuit résonant composé d'une inductance L , d'une capacité C et d'une charge de résistance R .

Seule la tension v_H dépend de l'état des interrupteurs, le modèle physique obtenu à l'aide des lois de Kirchoffs est donc :

$$\begin{cases} v_H = (u_1 - u_2)v_{\text{in}} = L\dot{i}_L + v_C + Ri_L \\ C\dot{v}_C = i_L \\ v_{\text{out}} = Ri_L \end{cases}$$

En définissant comme vecteur d'état $x = [i_L \quad v_C]^T$ et comme vecteur de sortie $y = v_{\text{out}} = Ri_L$, nous obtenons le modèle d'état linéaire :

$$\begin{cases} \dot{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}}_{A_0} x + \left(u_1 \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ L \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_{u_1}} + u_2 \underbrace{\begin{bmatrix} -1 \\ L \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_{u_2}} \right) v_{\text{in}} \\ y = \underbrace{\begin{bmatrix} R & 0 \end{bmatrix}}_{C_0} x \end{cases}$$

Remarque 2.4 Le système peut être normalisé en posant $z_1 = \frac{v_C}{v_{\text{in}}}$ et $z_2 = \frac{i_L}{v_{\text{in}}}\sqrt{\frac{L}{C}}$, le modèle devient alors

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & -\beta \end{bmatrix} z + (u_1 - u_2) \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \end{bmatrix}$$

où

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad \beta = \frac{R}{L}$$

sont respectivement la fréquence caractéristique et la dissipation interne du circuit résonant. Ce changement de variable met en avant la nature résonante du système, mais aussi le rôle dissipatif de la charge [6].

Si le pont en H est commandé sur trois niveaux, les quatre modes du convertisseur, les valeurs des u_i et les matrices associées sont données dans la Table 2.7.

Mode (i)	u_1	u_2	A_{λ_i}	B_{λ_i}	C_{λ_i}
1	0	0	0	0	0
2	0	1	0	B_{u_2}	0
3	1	0	0	B_{u_1}	0
4	1	1	0	$B_{u_1} + B_{u_2}$	0

TABLE 2.7 – Modes et matrices associées du convertisseur résonant série

Après changement de variable, le modèle affine à commutation du convertisseur est :

$$\begin{cases} \dot{x} = A_0 x + \sum_{i=1}^4 \lambda_i B_{\lambda_i} v_{\text{in}} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

où $\lambda = [\lambda_1 \quad \dots \quad \lambda_4]^T \in \Lambda_S$ est le nouveau vecteur de commande.

Flying Capacitor

Le convertisseur *flying capacitor* est un convertisseur multiniveaux introduit dans les années 1990 [112, 113]. Il utilise des capacités en parallèle pour répartir la tension imposée entre plusieurs interrupteurs, ce qui permet de travailler avec une tension d'alimentation plus élevée. Le circuit du convertisseur avec trois cellules fonctionnant comme un hacheur est présenté sur la Figure 2.14.

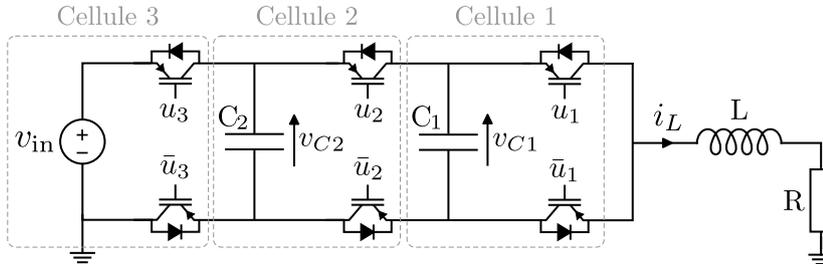


FIGURE 2.14 – Circuit d'un convertisseur Flying Capacitor à trois cellules

Chaque paire d'interrupteurs est associée à une variable de commande et à son inverse. Dans cet exemple, il n'existe a priori aucune contrainte entre les interrupteurs, donc le nombre de configurations possibles est de $M = 2^3 = 8$. Les huit configurations du circuit sont représentées sur la Figure 2.15.

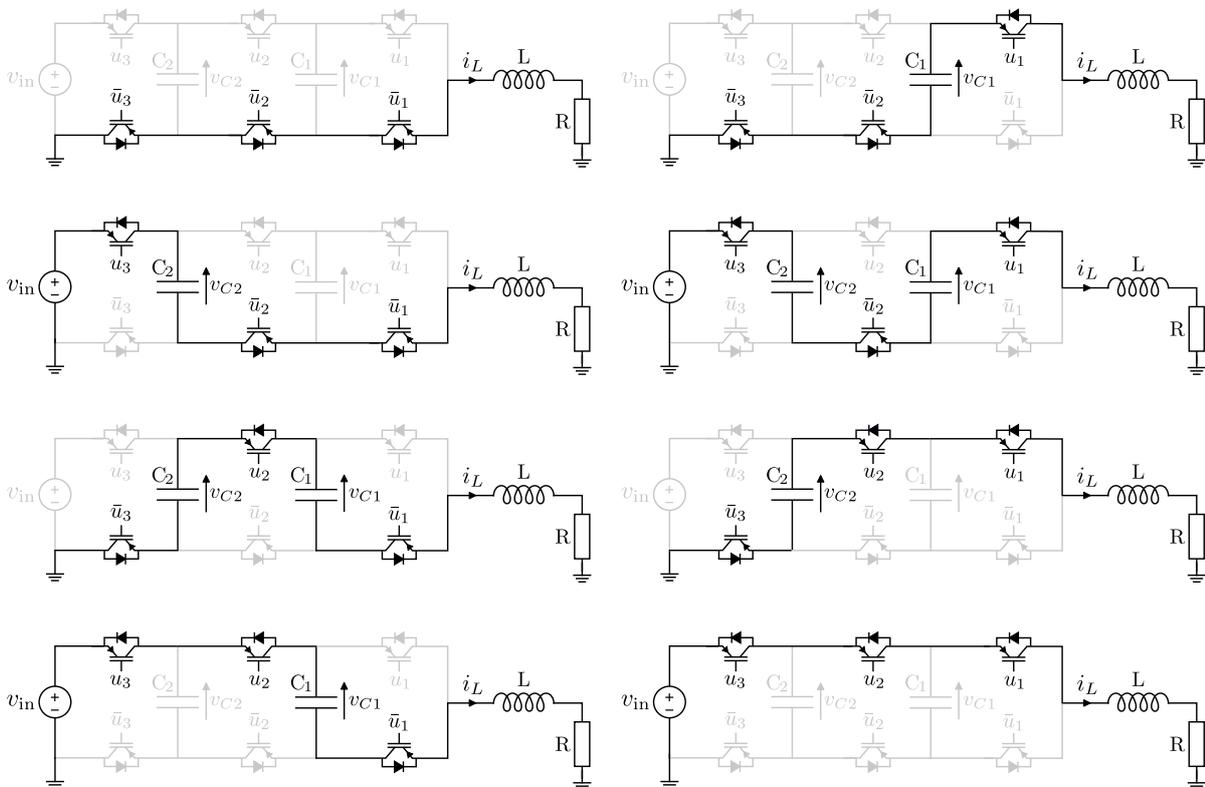


FIGURE 2.15 – Configurations du convertisseur flying capacitor à 3 cellules

Les modèles associées sont

$$\begin{array}{l}
 u = (0, 0, 0) \\
 u = (0, 0, 1) \\
 u = (0, 1, 0) \\
 u = (0, 1, 1)
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 C_1 \dot{v}_{C_1} = 0 \\
 C_2 \dot{v}_{C_2} = 0 \\
 L \dot{i}_L + R i_L = 0 \\
 C_1 \dot{v}_{C_1} = 0 \\
 C_2 \dot{v}_{C_2} = i_L \\
 L \dot{i}_L + R i_L = v_{in} - v_{C_2} \\
 C_1 \dot{v}_{C_1} = i_L \\
 C_2 \dot{v}_{C_2} = -i_L \\
 L \dot{i}_L + R i_L = -v_{C_1} + v_{C_2} \\
 C_1 \dot{v}_{C_1} = i_L \\
 C_2 \dot{v}_{C_2} = 0 \\
 L \dot{i}_L + R i_L = v_{in} - v_{C_1}
 \end{array} \right.
 \quad
 \begin{array}{l}
 u = (1, 0, 0) \\
 u = (1, 0, 1) \\
 u = (1, 1, 0) \\
 u = (1, 1, 1)
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 C_1 \dot{v}_{C_1} = -i_L \\
 C_2 \dot{v}_{C_2} = 0 \\
 L \dot{i}_L + R i_L = v_{C_1} \\
 C_1 \dot{v}_{C_1} = -i_L \\
 C_2 \dot{v}_{C_2} = i_L \\
 L \dot{i}_L + R i_L = v_{in} + v_{C_1} - v_{C_2} \\
 C_1 \dot{v}_{C_1} = 0 \\
 C_2 \dot{v}_{C_2} = -i_L \\
 L \dot{i}_L + R i_L = v_{C_2} \\
 C_1 \dot{v}_{C_1} = 0 \\
 C_2 \dot{v}_{C_2} = 0 \\
 L \dot{i}_L + R i_L = v_{in}
 \end{array} \right.$$

On constate que la tension d'entrée v_{in} n'apparaît dans les équations que lorsque $u_3 = 1$. De plus, les tensions aux bornes des capacités n'apparaissent (et ont une dynamique non nulle) que lorsque les interrupteurs autour ont une position différente. Le signe des termes dépend du placement de la cellule active par rapport à une capacité donnée. Avec ces observations, nous obtenons le modèle

$$\left\{ \begin{array}{l}
 C_1 \dot{v}_{C_1} = (u_2 - u_1) i_L \\
 C_2 \dot{v}_{C_2} = (u_3 - u_2) i_L \\
 L \dot{i}_L + R i_L = u_3 v_{in} + (u_1 - u_2) v_{C_1} + (u_2 - u_3) v_{C_2}
 \end{array} \right.$$

Remarque 2.5 Pour un convertisseur flying capacitor à n_c cellules, le modèle unifié est

$$\left\{ \begin{array}{l}
 C_i \dot{v}_{C_i} = (u_{i+1} - u_i) i_L \quad i = 1, \dots, n_c - 1 \\
 L \dot{i}_L + R i_L = u_{n_c} v_{in} + \sum_{i=1}^{n_c-1} (u_i - u_{i+1}) v_{C_i}
 \end{array} \right.$$

Pour $x = [v_{C_1} \ v_{C_2} \ i_L]^T$ et $y = i_L$, nous obtenons un modèle d'état de la forme

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \dot{x} = (A_0 + \sum_{i=1}^3 u_i A_{u_i}) x + u_3 B_{u_3} v_{in} \\
 y = C_0 x
 \end{array} \right.$$

où

$$A_0 + \sum_{i=1}^3 u_i A_{u_i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{u_2 - u_1}{C_1} \\ 0 & 0 & \frac{u_3 - u_2}{C_2} \\ \frac{u_1 - u_2}{L} & \frac{u_2 - u_3}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \quad B_{u_3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad C_0 = [0 \ 0 \ 1]$$

Les modes, valeurs des variables u_i et matrices associées permettant d'écrire un modèle affine à commutation du convertisseur flying capacitor sont donnés dans la Table 2.8, par application directe de la Table 2.2. Après changement de variables, le modèle affine à commutation du convertisseur s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \dot{x} = (A_0 + \sum_{i=1}^8 \lambda_i A_{\lambda_i}) x + \sum_{i=1}^8 \lambda_i B_{\lambda_i} v_{in} \\
 y = C_0 x
 \end{array} \right.$$

où $\lambda = [\lambda_1 \ \dots \ \lambda_8]^T \in \Lambda_S$ est le nouveau vecteur de commande.

Mode (i)	u_1	u_2	u_3	A_{λ_i}	B_{λ_i}	C_{λ_i}
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	1	A_{u_3}	B_{u_3}	0
3	0	1	0	A_{u_2}	0	0
4	0	1	1	$A_{u_2} + A_{u_3}$	B_{u_3}	0
5	1	0	0	A_{u_1}	0	0
6	1	0	1	$A_{u_1} + A_{u_3}$	B_{u_3}	0
7	1	1	0	$A_{u_1} + A_{u_2}$	0	0
8	1	1	1	$A_{u_1} + A_{u_2} + A_{u_3}$	B_{u_3}	0

TABLE 2.8 – Modes et matrices associés au convertisseur flying capacitor à 3 cellules

Half-bridge boost PFC

Un convertisseur *half-bridge boost* PFC (*Power Factor Correction*) est un redresseur utilisé dans un circuit pour améliorer le facteur de puissance [114, 115]. Le circuit correspond à celui d'un boost, avec une tension d'entrée sinusoïdale et un demi pont en H en sortie, comme illustré sur la Figure 2.16.

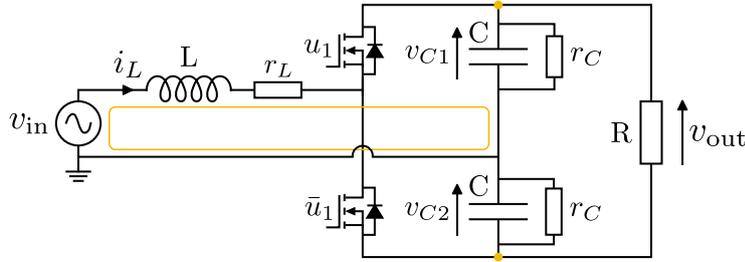


FIGURE 2.16 – Circuit d'un convertisseur half-bridge boost PFC

Le circuit comporte une cellule de commutation, qui relie la bobine L à l'une des deux capacités en sortie. Les capacités sont connectées à la charge R en sortie. La cellule a donc un impact sur la maille et les nœuds répertés en jaune sur la Figure 2.16. À partir de ces observations, nous pouvons directement écrire un modèle en appliquant les lois de Kirchoffs :

$$\begin{cases} v_{in} = L\dot{i}_L + u_1 v_{C1} - \bar{u}_1 v_{C2} - r_L i_L \\ u_1 i_L = \frac{v_{C1}}{r_C} + \frac{v_{out}}{R} + C\dot{v}_{C1} \\ 0 = \bar{u}_1 i_L + \frac{v_{out}}{R} + \frac{v_{C2}}{r_C} + C\dot{v}_{C2} \\ v_{out} = v_{C1} + v_{C2} \end{cases}$$

Pour $x = [i_L \ v_{C1} \ v_{C2}]^T$ et $y = v_{out}$, on obtient le modèle d'état bilinéaire :

$$\begin{cases} \dot{x} = \left(\begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & -\frac{1}{C} \left(\frac{R+r_C}{Rr_C} \right) & -\frac{1}{RC} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{C} \left(\frac{R+r_C}{Rr_C} \right) \end{bmatrix} + u_1 \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) x + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_{in} \\ y = [0 \ 1 \ 1] x \end{cases}$$

Cependant, les objectifs de commande pour ce convertisseur sont généralement de réguler la tension aux bornes de la charge à une valeur souhaitée, tout en répartissant équitablement la tension entre les capacités. Un changement de variable intéressant pour prendre en compte ces objectifs est donc $x = [i_L \ v_+ \ v_-]^T$, où $v_+ = v_{C1} + v_{C2}$ et $v_- = v_{C1} - v_{C2}$.

Après changement de variable, le modèle d'état bilinéaire devient :

$$\begin{cases} \dot{x} = \left(\underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{rL}{L} & \frac{1}{2L} & -\frac{1}{2L} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{R_{\text{eq}}C} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{r_C C} \end{bmatrix}}_{A_0} + u_1 \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ \frac{2}{C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_{u_1}} \right) x + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{B_0} v_{\text{in}} \\ y = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{C_0} x \end{cases}$$

où $R_{\text{eq}} = \frac{Rr_C}{R+2r_C}$. Les modes et matrices associées permettant d'obtenir le modèle affine à commutation sont donnés dans la Table 2.9.

Mode (i)	u_1	A_{λ_i}	B_{λ_i}	C_{λ_i}
1	0	0	0	0
2	1	A_{u_1}	0	0

TABLE 2.9 – Modes et matrices associées du convertisseur half-bridge boost

Après changement de variable, un modèle affine à commutation du convertisseur est :

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + \sum_{i=1}^2 \lambda_i A_{\lambda_i})x + B_0 v_{\text{in}} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

2.2 Méthodes de détermination de l'état de référence

Dans le processus de mise en place d'une loi de commande, il est nécessaire de définir au préalable l'état de référence vers lequel on souhaite faire converger l'état du convertisseur. Cette référence peut être un point pour un convertisseur DC-DC avec des perturbations constantes, ou une trajectoire dans les autres cas.

Dans la littérature sur les systèmes affines à commutation, il est souvent supposé que l'état à atteindre et la commande associée à l'équilibre sont connus a priori. Cependant, la détermination de cet état est un problème difficile, surtout lorsqu'un objectif en sortie est spécifié. Dans [116], ce problème est abordé, et deux méthodes sont proposées : l'une pour vérifier qu'un point donné est effectivement un point d'équilibre du système tout en recherchant la commande associée, et l'autre pour trouver un point d'équilibre qui satisfait une contrainte en sortie. La seconde méthode repose sur un algorithme génétique combiné à de l'optimisation convexe.

Dans la première partie de ce chapitre, deux modèles généraux ont été introduits pour modéliser les convertisseurs. Pour déterminer l'état de référence, nous proposons d'utiliser le modèle bilinéaire, car il comporte moins de variables de commande (m) que le modèle affine à commutation (2^m au maximum). De plus, l'état de référence est identique pour les deux modèles. Ce choix simplifie le problème par rapport au cadre général des systèmes affines à commutation (tel que considéré dans [116]), et nous aborderons le problème en considérant les objectifs de commande spécifiques aux convertisseurs.

2.2.1 Définitions

Nous donnons ici les définitions de point d'équilibre et de trajectoire admissible de référence pour un système de la forme :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \left(A_0 + \sum_{i=1}^m u_i A_{u_i} \right) x + \left(B_0 + \sum_{i=1}^m u_i B_{u_i} \right) v_{\text{in}} + \left(G_0 + \sum_{i=1}^m u_i G_{u_i} \right) p \\ &= A(u)x + B(u)v_{\text{in}} + G(u)p\end{aligned}$$

où $u \in \{0, 1\}^m$.

La notion de point d'équilibre n'a pas de sens pour un système commuté, mais elle en a un pour la représentation moyenne de celui-ci, où $u \in [0, 1]^m$. x_{eq} est un point d'équilibre du système moyen si $x_{\text{eq}} \in X_{\text{eq}}$, où

$$X_{\text{eq}} = \{x_{\text{eq}} \in \mathbb{R}^n \mid \exists u_{\text{eq}} \in [0, 1]^m : A(u_{\text{eq}})x_{\text{eq}} + B(u_{\text{eq}})v_{\text{in}} + G(u_{\text{eq}})p = 0\} \quad (2.8)$$

De la même manière, x_{traj} est une trajectoire admissible du système moyen si $x_{\text{traj}}(t) \in X_{\text{traj}}$, où

$$\begin{aligned}X_{\text{traj}} &= \left\{ x_{\text{traj}} : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^n \mid \exists u_{\text{traj}} : [0, \infty) \rightarrow [0, 1]^m : \right. \\ &\quad \left. \dot{x}_{\text{traj}} = A(u_{\text{traj}})x_{\text{traj}} + B(u_{\text{traj}})v_{\text{in}} + G(u_{\text{traj}})p \right\} \quad (2.9)\end{aligned}$$

Remarque 2.6 Les points d'équilibres sont un cas particuliers des trajectoires admissibles où $\dot{x}_{\text{traj}} = 0$, ainsi $\{t \mapsto x_{\text{eq}} : x_{\text{eq}} \in X_{\text{eq}}\} \subset X_{\text{traj}}$.

2.2.2 Méthode pour les convertisseurs DC-DC

Pour les convertisseurs DC-DC, l'objectif principal est de fournir une tension et un courant constants à une charge à partir d'une source constante. Dans ce cas, en régime établi, les signaux du circuit sont en moyenne constants (voir Section 1.2.3). Par conséquent, l'état de référence d'un convertisseur DC-DC est un point d'équilibre du modèle moyen de ce convertisseur, si les perturbations qui l'affectent sont constantes, ce que nous allons considérer dans cette section.

En général, une valeur spécifique y_{ref} est demandée en sortie du convertisseur. Le calcul du point d'équilibre de référence du système, noté $x_{\text{ref}} \in X_{\text{eq}}$, doit donc se faire de manière à garantir que la sortie associée corresponde à la référence donnée, soit :

$$y_{\text{ref}} = C(u_{\text{ref}})x_{\text{ref}} + H(u_{\text{ref}})p \quad (2.10)$$

où $u_{\text{ref}} \in [0, 1]^m$ est la commande à l'équilibre associée à x_{ref} .

La question qui se pose alors est : *Comment déterminer x_{ref} en connaissant y_{ref} ?* Nous allons dans un premier temps tenter d'apporter une réponse dans le cas où la matrice $A(u_{\text{ref}})$ est inversible et p est connu, puis nous considérerons le cas où $A(u_{\text{ref}})$ n'est pas inversible.

Méthode pour $A(u_{\text{ref}})$ inversible

La recherche d'un point d'équilibre tel que l'égalité (2.10) soit satisfaite revient à trouver les solutions $(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}})$ de $\phi(x, u) = 0$, où $\phi : \mathbb{R}^n \times [0, 1]^m \rightarrow \mathbb{R}^{n+q}$ est donnée par :

$$\phi(x, u) = \begin{bmatrix} A(u)x + B(u)v_{\text{in}} + G(u)p \\ C(u)x + H(u)p - y_{\text{ref}} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Si $A(u_{\text{ref}})$ est inversible, l'égalité $\phi(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}}) = 0$ conduit à

$$\begin{cases} x_{\text{ref}} = -A(u_{\text{ref}})^{-1} \left(B(u_{\text{ref}})v_{\text{in}} + G(u_{\text{ref}})p \right) \\ y_{\text{ref}} = -C(u_{\text{ref}})A(u_{\text{ref}})^{-1}B(u_{\text{ref}})v_{\text{in}} + \left(H(u_{\text{ref}}) - C(u_{\text{ref}})A(u_{\text{ref}})^{-1}G(u_{\text{ref}}) \right)p \end{cases} \quad (2.12)$$

Remarque 2.7 Pour $p = 0$, la relation statique (ou le gain) du convertisseur est donnée par $-C(u_{\text{ref}})A(u_{\text{ref}})^{-1}B(u_{\text{ref}})$, à partir de la deuxième équation de 2.12.

Les solutions u_{ref} sont liées à la deuxième équation de 2.12, tandis que x_{ref} est une fonction de u_{ref} , donnée par la première équation. Ainsi, résoudre la deuxième équation est suffisant pour déterminer la paire $(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}})$. Dans le cas où $q = 1$, puisque l'inverse de $A(u_{\text{ref}})$ intervient, l'expression est généralement une fraction rationnelle, telle que

$$y_{\text{ref}} = f(u_{\text{ref}_1}, \dots, u_{\text{ref}_m}) = \frac{f_1(u_{\text{ref}_1}, \dots, u_{\text{ref}_m})}{f_2(u_{\text{ref}_1}, \dots, u_{\text{ref}_m})}$$

où f_1 et f_2 sont des polynômes en u_{ref} , dont les coefficients dépendent des composants du circuit, de v_{in} et de p . Les valeurs de u_{ref} qui assurent $y = y_{\text{ref}}$ en régime établi sont donc les racines de

$$y_{\text{ref}}f_2(u_{\text{ref}_1}, \dots, u_{\text{ref}_m}) - f_1(u_{\text{ref}_1}, \dots, u_{\text{ref}_m}) = 0 \quad (2.13)$$

Remarque 2.8 Le polynôme $f_2(u_{\text{ref}_1}, \dots, u_{\text{ref}_m})$ est lié au déterminant de $A(u_{\text{ref}})$, donc l'hypothèse sur l'inversibilité de $A(u_{\text{ref}})$ implique $f_2 \neq 0$.

Exemple 2.15 Etat de référence pour convertisseur boost avec perturbation

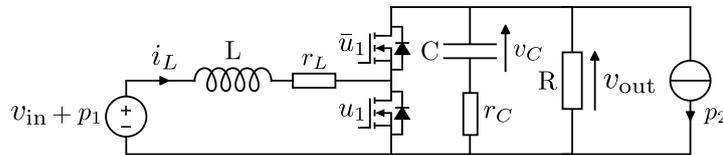


FIGURE 2.17 – Circuit d'un convertisseur boost avec perturbations

Le circuit d'un convertisseur boost, tenant compte des perturbations en entrée et en sortie ainsi que des imperfections des composants, est donnée sur la Figure 2.17.

Pour cet exemple et $\alpha = \frac{R}{R+r_C}$, la condition $\phi(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}}) = 0$ implique :

$$\begin{cases} 0 = v_{\text{in}} + p_1 - (r_L \bar{u}_{\text{ref}_1} \alpha r_C) i_{L\text{ref}} - \bar{u}_{\text{ref}_1} \alpha v_{C\text{ref}} + \bar{u}_{\text{ref}_1} \alpha r_C p_2 \\ 0 = \bar{u}_{\text{ref}_1} \alpha i_{L\text{ref}} - \frac{\alpha}{R} v_{C\text{ref}} - \alpha p_2 \\ 0 = \alpha v_{C\text{ref}} + \bar{u}_{\text{ref}_1} \alpha r_C i_{L\text{ref}} - \alpha r_C p_2 - y_{\text{ref}} \end{cases}$$

Après inversion, nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} i_{L\text{ref}} \\ v_{C\text{ref}} \\ y_{\text{ref}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_{\text{in}} + p_1 + \bar{u}_{\text{ref}1} R p_2}{r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}1} + \alpha R \bar{u}_{\text{ref}1}^2} \\ \frac{\bar{u}_{\text{ref}1} R (v_{\text{in}} + p_1) - R p_2 (r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}1} - \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}1}^2)}{r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}1} + \alpha R \bar{u}_{\text{ref}1}^2} \\ \frac{\bar{u}_{\text{ref}1} R (v_{\text{in}} + p_1) - R p_2 (r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}1} - \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}1}^2)}{r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}1} + \alpha R \bar{u}_{\text{ref}1}^2} \end{bmatrix}$$

Nous remarquons que $v_{C\text{ref}} = y_{\text{ref}}$, ce qui fixe directement une partie de l'état de référence. Les u_{ref} recherchés sont solutions de

$$y_{\text{ref}} = \frac{R \bar{u}_{\text{ref}1} (v_{\text{in}} + p_1) - R p_2 (r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}1} - \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}1}^2)}{r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}1} + \alpha R \bar{u}_{\text{ref}1}^2} \quad (2.14)$$

soit les racines du polynôme

$$y_{\text{ref}} (r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}1} + \alpha R \bar{u}_{\text{ref}1}^2) - (R \bar{u}_{\text{ref}1} (v_{\text{in}} + p_1) - R p_2 (r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}1} - \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}1}^2))$$

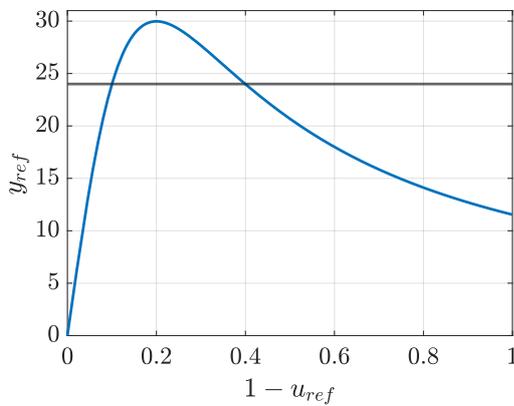
Comme il s'agit d'un polynôme du second degré, les solutions analytiques sont :

$$\bar{u}_{\text{ref}1} = \frac{R (v_{\text{in}} + p_1) - \alpha r_C (y_{\text{ref}} + R p_2)}{2 \alpha R (y_{\text{ref}} - r_C p_2)} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4 r_L \alpha R (y_{\text{ref}} + R p_2) (y_{\text{ref}} - r_C p_2)}{(\alpha r_C (y_{\text{ref}} + R p_2) - R (v_{\text{in}} + p_1))^2}} \right) \quad (2.15)$$

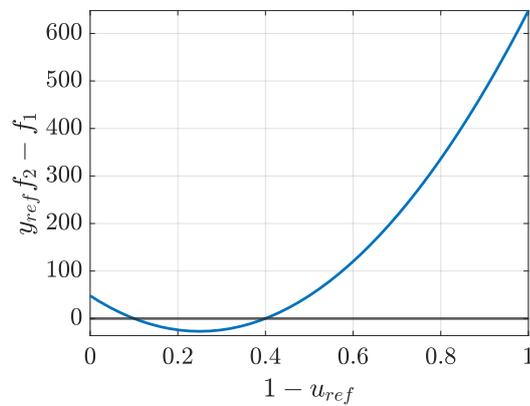
Il existe deux solutions, nous pouvons choisir la solution qui minimise le courant dans l'inductance.

Remarque 2.9 Si les composants sont considérés parfaits, soit $r_L = r_C = 0$, une unique paire $(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}})$ est solution pour un y_{ref} donné.

Pour $p_1 = p_2 = 0$, $y_{\text{ref}} = 24\text{V}$, $v_{\text{in}} = 12\text{V}$, $R = 50\Omega$, $L = 100\mu\text{H}$, $C = 47\mu\text{F}$, $r_L = 2\Omega$ et $r_C = 0.02\Omega$, les Figures 2.18a et 2.18b montrent les équations à résoudre pour trouver u_{ref} .



(a) Equation (2.14)



(b) Equation (2.15)

FIGURE 2.18 – Tracés des équations à résoudre pour le convertisseur boost

Pour des cas simples comme le convertisseur boost, il est possible de résoudre analytiquement les équations. Cependant, pour un nombre plus important de variables u_{ref_i} à déterminer, il peut exister une infinité de solutions à l'équation $\phi(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}}) = 0$. Dans ce cas, l'utilisation d'un critère d'optimisation peut permettre d'en sélectionner une.

Pour résoudre l'équation (2.13) qui a les mêmes solutions que $\phi(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}}) = 0$, l'Algorithme 1 est proposé. Il permet de discrétiser l'ensemble des u_{ref} solutions de (2.13). Le principe consiste à fixer toutes les composantes de u_{ref} sauf une, pour obtenir un polynôme à une seule variable plus facile à résoudre. Cette opération est répétée pour un ensemble fini de valeurs des u_{ref_i} fixées, comprises dans l'intervalle $[0, 1]$. En libérant à tour de rôle les composantes de u_{ref} pour effectuer les mêmes opérations, nous obtenons un ensemble discret de solutions de (2.13).

Algorithm 1 Trouver les u_{ref} tel que $y = y_{\text{ref}}$ à l'équilibre

Require: $A_0, A_{u_1}, \dots, A_{u_m}, B_0, B_{u_1}, \dots, B_{u_m}, G_0, G_{u_1}, \dots, G_{u_m}, C_0, C_{u_1}, \dots, C_{u_m}, H_0, H_{u_1}, \dots, H_{u_m}$

Require: $v_{\text{in}}, p, y_{\text{ref}}$

$A(u_{\text{ref}}) \leftarrow A_0 + \sum_{i=1}^m u_{\text{ref}_i} A_{u_i}, B(u_{\text{ref}}) \leftarrow B_0 + \sum_{i=1}^m u_{\text{ref}_i} B_{u_i}, G(u_{\text{ref}}) \leftarrow G_0 + \sum_{i=1}^m u_{\text{ref}_i} G_{u_i}$

$C(u_{\text{ref}}) \leftarrow C_0 + \sum_{i=1}^m u_{\text{ref}_i} C_{u_i}, H(u_{\text{ref}}) \leftarrow H_0 + \sum_{i=1}^m u_{\text{ref}_i} H_{u_i}$

$f(u_{\text{ref}}) \leftarrow -C(u_{\text{ref}})A(u_{\text{ref}})^{-1}B(u_{\text{ref}})v_{\text{in}} + \left(H(u_{\text{ref}}) - C(u_{\text{ref}})A(u_{\text{ref}})^{-1}G(u_{\text{ref}})\right)p$

$f_1(u_{\text{ref}}) \leftarrow$ numérateur de f

$f_2(u_{\text{ref}}) \leftarrow$ dénominateur de f

Définir les valeurs à tester pour chaque u_{ref_i}

for $i = 1 \dots m$ **do**

while Toutes les combinaisons de u_{ref} sauf u_{ref_i} n'ont pas été testé **do**

$u_{\text{ref}_1}, \dots, u_{\text{ref}_{i-1}}, u_{\text{ref}_{i+1}}, \dots, u_{\text{ref}_m} \leftarrow$ valeurs fixes

$u_{\text{ref}_i} \leftarrow$ racines de $y_{\text{ref}}f_2(u_{\text{ref}}) - f_1(u_{\text{ref}})$

if u_{ref_i} réelles ET $u_{\text{ref}_i} \in [0, 1]$ **then**

 Renvoyer les valeurs de u_{ref}

end if

end while

end for

Exemple 2.16 Etat de référence du convertisseur buck-boost non inverseur

Prenons l'exemple du convertisseur buck-boost non-inverseur avec perturbation (voir Exemple 2.9). Après inversion de l'expression $\phi(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}}) = 0$, nous obtenons

$$\begin{bmatrix} i_{L\text{ref}} \\ v_{C\text{ref}} \\ y_{\text{ref}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{u_{\text{ref}_1}(v_{\text{in}} + p_1) + \bar{u}_{\text{ref}_2}Rp_2}{r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2} + \alpha R \bar{u}_{\text{ref}_2}^2} \\ \frac{u_{\text{ref}_1} \bar{u}_{\text{ref}_2} R(v_{\text{in}} + p_1) - Rp_2(r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2} - \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2}^2)}{r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2} + \alpha R \bar{u}_{\text{ref}_2}^2} \\ \frac{u_{\text{ref}_1} \bar{u}_{\text{ref}_2} R(v_{\text{in}} + p_1) - Rp_2(r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2} - \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2}^2)}{r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2} + \alpha R \bar{u}_{\text{ref}_2}^2} \end{bmatrix}$$

Les $(u_{\text{ref}_1}, u_{\text{ref}_2})$ recherchés sont solutions de

$$y_{\text{ref}} = \frac{u_{\text{ref}_1} \bar{u}_{\text{ref}_2} R(v_{\text{in}} + p_1) - Rp_2(r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2} - \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2}^2)}{r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2} + \alpha R \bar{u}_{\text{ref}_2}^2} \quad (2.16)$$

soit les racines du polynôme

$$y_{\text{ref}}(r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2} + \alpha R \bar{u}_{\text{ref}_2}^2) - (R u_{\text{ref}_1} \bar{u}_{\text{ref}_2} (v_{\text{in}} + p_1) - R p_2 (r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2} - \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2}^2)) \quad (2.17)$$

Il existe une infinités de solution à cette équation.

Pour $p_1 = p_2 = 0$, $y_{\text{ref}} = 20\text{V}$, $v_{\text{in}} = 10\text{V}$, $R = 100\Omega$, $L = 220\mu\text{H}$, $C = 22\mu\text{F}$, $r_L = 0.3\Omega$ et $r_C = 0.02\Omega$, les fonctions (2.16) et (2.17) sont tracées sur les Figure 2.19a et 2.19b. Le contour (2.17)=0 et sa reconstitution avec l'Algorithme 1 sont tracés sur les Figure 2.19c et 2.19d pour un pas de 0.02 entre les valeurs de u_{ref_i} . Parmi les points d'équilibre calculés, le courant le plus faible $i_{L_{\text{ref}_{\text{min}}}} = 0.405\text{A}$ est obtenu pour $u_{\text{ref}_1} = 1$ et $1 - u_{\text{ref}_2} = 0.4938$.

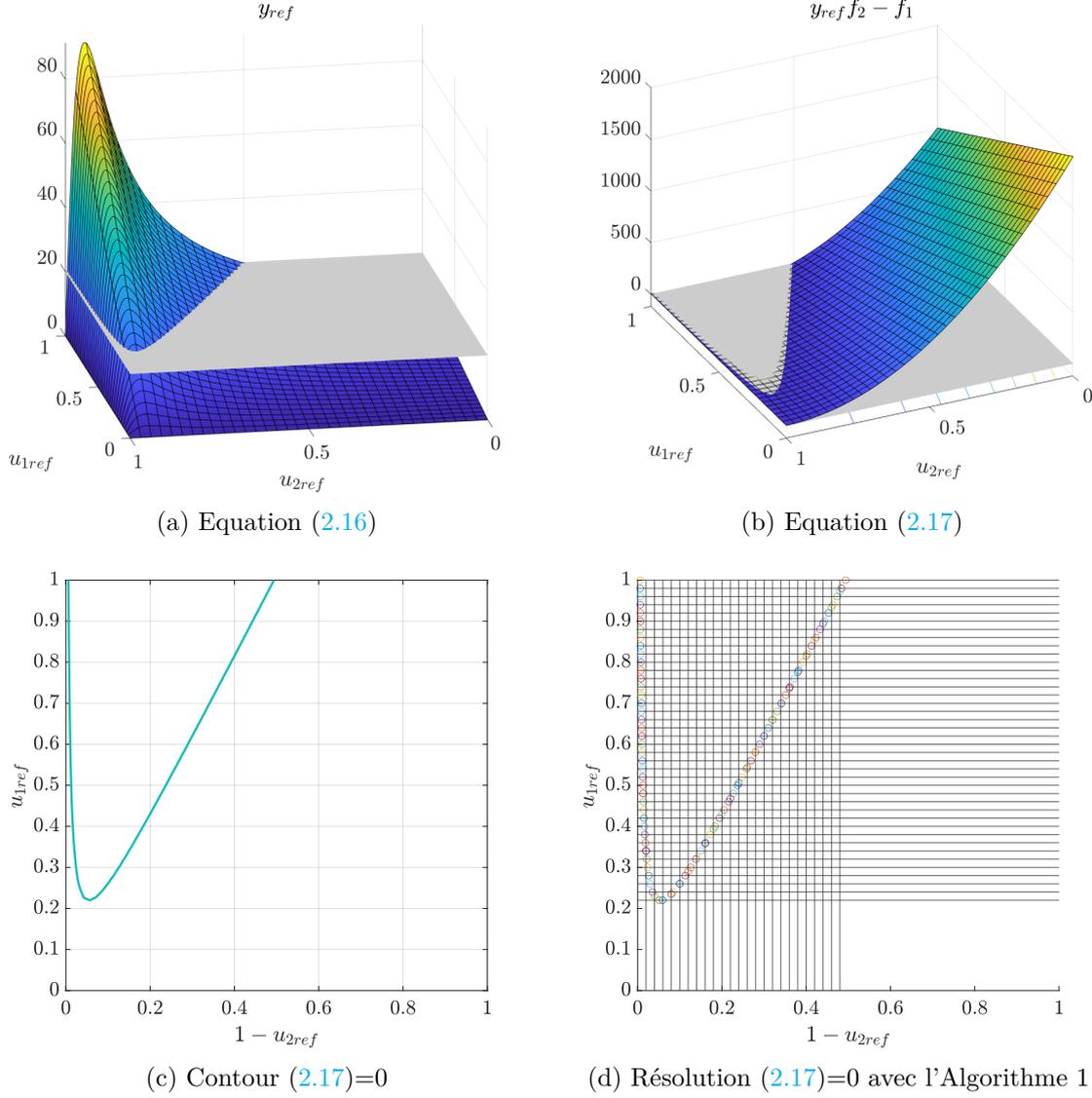


FIGURE 2.19 – Tracé des équations à résoudre pour le Buck-Boost et contour (2.17)=0

Remarque 2.10 L'équation (2.17) établit la relation entre u_{ref_1} et u_{ref_2} :

$$u_{\text{ref}_1} = \frac{(r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2})(y_{\text{ref}} + R p_2) + (y_{\text{ref}} - r_C p_2) \alpha R \bar{u}_{\text{ref}_2}^2}{R \bar{u}_{\text{ref}_2} (v_{\text{in}} + p_1)}$$

Méthode pour $A(u_{\text{ref}})$ non inversible

Dans le cas où $A(u_{\text{ref}})$ n'est pas inversible, plusieurs points x_{ref} peuvent être associées à une valeur de u_{ref} donnée. Ce cas est souvent observé avec les convertisseurs multiniveaux, car la redondance dans leur circuit permet d'obtenir la même sortie pour des conditions différentes. Malgré la non-inversibilité de la matrice $A(u_{\text{ref}})$, il est toujours possible de résoudre partiellement la condition $\phi(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}}) = 0$ au cas par cas.

Exemple 2.17 Etat de référence du convertisseur flying capacitor

Pour l'exemple du convertisseur flying capacitor à trois cellules présenté dans la première partie de la Section 2.1.5, la condition $\phi(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}}) = 0$ équivaut à

$$\begin{cases} 0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{u_{\text{ref}2} - u_{\text{ref}1}}{C_1} \\ 0 & 0 & \frac{u_{\text{ref}3} - u_{\text{ref}2}}{C_2} \\ \frac{u_{\text{ref}1} - u_{\text{ref}2}}{L} & \frac{u_{\text{ref}2} - u_{\text{ref}3}}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} x_{\text{ref}} + u_{\text{ref}3} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} v_{\text{in}} \\ 0 = i_{L\text{ref}} - y_{\text{ref}} \end{cases}$$

La matrice $A(u_{\text{ref}})$ n'est pas inversible pour toutes valeurs de u_{ref} . Cependant, en regardant les équations en détail nous remarquons que

$$\phi(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = \frac{u_{\text{ref}2} - u_{\text{ref}1}}{C_1} i_{L\text{ref}} \\ 0 = \frac{u_{\text{ref}3} - u_{\text{ref}2}}{C_2} i_{L\text{ref}} \\ 0 = \frac{u_{\text{ref}1} - u_{\text{ref}2}}{L} v_{C1\text{ref}} + \frac{u_{\text{ref}2} - u_{\text{ref}3}}{L} v_{C2\text{ref}} - \frac{R}{L} i_{L\text{ref}} + u_{\text{ref}3} \frac{1}{L} v_{\text{in}} \\ 0 = i_{L\text{ref}} - y_{\text{ref}} \end{cases}$$

ce qui implique :

$$\begin{cases} u_{\text{ref}2} = u_{\text{ref}1} \\ u_{\text{ref}3} = u_{\text{ref}2} \\ i_{L\text{ref}} = \frac{u_{\text{ref}3} v_{\text{in}}}{R} = y_{\text{ref}} \end{cases}$$

En régime établi, pour obtenir $y = y_{\text{ref}}$, nous savons donc qu'il faut que

$$u_{\text{ref}1} = u_{\text{ref}2} = u_{\text{ref}3} = \frac{R y_{\text{ref}}}{v_{\text{in}}} \quad \text{et} \quad i_{L\text{ref}} = y_{\text{ref}}$$

Cependant, nous n'avons aucune contrainte sur $v_{C1\text{ref}}$ et $v_{C2\text{ref}}$, qui peuvent donc être choisis librement.

La connaissance des normes pour le système étudié peut aider à fixer les valeurs manquantes.

Exemple 2.18 Tensions de référence du convertisseur flying capacitor

Pour le convertisseur flying capacitor, les standards demandent que les tensions aux bornes des interrupteurs soient toutes égales pour équilibrer les contraintes entre les cellules. Ainsi, pour n_c cellules, les tensions aux bornes des capacités désirées sont

$$v_{C_i\text{ref}} = i \frac{v_{\text{in}}}{n_c} \quad \text{pour } i = 1, \dots, n_c - 1$$

L'introduction d'autres objectifs de commande peut également aider à déterminer des valeurs libres de l'état de référence.

Exemple 2.19 Etat de référence d'un convertisseur buck entrelacé

Pour le convertisseur buck entrelacé de l'Exemple 2.10, pour $x = [i_s \ i_d \ v_C]^T$ où $i_s = i_1 + i_2$ et $i_d = i_1 - i_2$, et $y = v_{\text{out}} = v_C$, le modèle d'état bilinéaire est

$$\begin{cases} \dot{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{2}{L} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}}_{A_0} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{u_1+u_2}{L} \\ \frac{u_1-u_2}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_{B(u)} v_{\text{in}} \\ y = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C_0} x \end{cases}$$

La matrice A_0 n'est pas inversible, donc nous devons regarder les équations en détail pour résoudre partiellement la condition $\phi(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}}) = 0$:

$$\phi(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = -\frac{2}{L}v_{C\text{ref}} + \frac{u_{\text{ref}1}+u_{\text{ref}2}}{L}v_{\text{in}} \\ 0 = \frac{u_{\text{ref}1}-u_{\text{ref}2}}{L}v_{\text{in}} \\ 0 = \frac{i_{s\text{ref}}}{C} - \frac{v_{C\text{ref}}}{RC} \\ 0 = v_{C\text{ref}} - y_{\text{ref}} \end{cases}$$

Nous obtenons les conditions suivantes :

$$\begin{cases} v_{C\text{ref}} = \frac{u_{\text{ref}1} + u_{\text{ref}2}}{2}v_{\text{in}} = y_{\text{ref}} \\ u_{\text{ref}1} = u_{\text{ref}2} \\ i_{s\text{ref}} = \frac{v_{C\text{ref}}}{R} \end{cases}$$

En régime établi, pour avoir $y = y_{\text{ref}}$, nous savons donc qu'il faut que

$$u_{\text{ref}1} = u_{\text{ref}2} = \frac{y_{\text{ref}}}{v_{\text{in}}} \quad , \quad i_{s\text{ref}} = \frac{y_{\text{ref}}}{R} \quad \text{et} \quad v_{C\text{ref}} = y_{\text{ref}}$$

Aucune contrainte ne concerne $i_{d\text{ref}}$, qui peut donc être choisi librement. Cependant, la prise en compte de l'objectif d'équilibrer les courants entre les branches du convertisseur conduit directement à $i_{d\text{ref}} = 0$.

2.2.3 Méthode pour les convertisseurs DC-AC ou AC-DC

Pour les convertisseurs DC-AC et AC-DC, les états de référence sont des trajectoires, a priori périodiques étant donné que les signaux d'entrée ou de sortie sont sinusoïdaux. Pour déterminer ces trajectoires, nous proposons deux méthodes :

- Résoudre le système $\phi(x_{\text{ref}}(t), u_{\text{ref}}(t)) = [\dot{x}_{\text{ref}} \ 0]^T$ directement à partir de la connaissance de l'objectif y_{ref}
- Exploiter l'équilibre des puissances et la connaissances de plusieurs objectifs de commande

Résolution directe

Cette méthode est appropriée pour les structures de convertisseurs simples. Nous allons l'illustrer avec l'exemple du convertisseur résonant série présenté dans la Section 2.1.5.

Exemple 2.20 Trajectoire de référence du convertisseur résonant série

Les équations qui définissent ce convertisseur sont :

$$\begin{cases} v_H = (u_1 - u_2)v_{in} = Li_L + v_C + Ri_L \\ C\dot{v}_C = i_L \\ v_{out} = Ri_L = y \end{cases}$$

L'objectif de commande est défini par $y_{ref} = M \cos(\omega t)$, où ω est une pulsation en rad/s , t est le temps en s et M est une amplitude en V . En remplaçant y par y_{ref} dans le modèle du système, nous obtenons

$$\begin{cases} i_{Lref} = \frac{M}{R} \cos(\omega t) \\ \dot{v}_{Cref} = \frac{M}{RC} \cos(\omega t) \Rightarrow v_{Cref} = \frac{M}{RC\omega} \sin(\omega t) \\ v_{Href} = (u_{ref1} - u_{ref2})v_{in} = \frac{M}{R} \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega \right) \sin(\omega t) + M \cos(\omega t) \end{cases}$$

Nous obtenons directement l'état de référence, cependant $u_{ref}(t)$ n'est pas complètement défini. Il faut de plus vérifier que la trajectoire de référence v_{Href} est comprise dans l'intervalle $[-v_{in}, v_{in}]$ pour être admissible.

Remarque 2.11 *En général, nous souhaitons faire fonctionner le convertisseur résonant à sa fréquence caractéristique, donnée par $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$. Dans ce cas, la référence de tension d'entrée v_{Href} et de sortie y_{ref} sont égales. Il faut donc respecter $M \leq v_{in}$ pour que y_{ref} soit admissible.*

Équilibre de puissance

L'équilibre des puissances d'un convertisseur est une relation vérifiée à tout instant par le système, qui s'écrit

$$P_{sources} = P_{stockées} + P_{pertes} + P_{charge}$$

où les P_* sont les puissances instantanées fournies par la source, stockées dans les capacités et inductances, perdues dans les imperfections des composants et consommées par la charge respectivement. La puissance instantanée d'un dipôle électrique à un instant t est le produit de la tension à ses bornes et du courant qui le traverse. En particulier, pour une bobine et un condensateur :

$$P_L = Li_L \dot{i}_L \quad P_C = C\dot{v}_C v_C$$

L'équation d'équilibre des puissances est donc généralement une équation différentielle non-linéaire, que l'on peut noter $F(x, \dot{x}, u, v_{in}) = 0$. Nous pouvons facilement écrire les puissances instantanées des éléments de stockage à partir du modèle d'état d'un convertisseur, et ainsi retrouver le reste de l'expression [3, 4].

Exemple 2.21 Équilibre des puissances d'un convertisseur half-bridge boost PFC

Pour l'exemple du convertisseur half-bridge boost PFC présenté dans la Section 2.1.5, l'équilibre des puissances retrouvé à partir du modèle d'état bilinéaire est :

$$Li_L\dot{i}_L + C(\dot{v}_{C_1}v_{C_1} + \dot{v}_{C_2}v_{C_2}) = Li_L\dot{i}_L + \frac{C}{2}(\dot{v}_+v_+ + \dot{v}_-v_-) \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} &= v_{in}i_L - r_L i_L^2 + \frac{1-2u}{2}v_+i_L - \frac{1}{2}v_-i_L \\ &\quad + \frac{2u-1}{2}v_+i_L - \frac{v_+^2}{2R_{eq}} + \frac{i_L v_-}{2} - \frac{v_-^2}{2r_C} \\ &= v_{in}i_L - r_L i_L^2 - \frac{v_-^2}{2r_C} - \frac{v_+^2}{2R_{eq}} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Remarque 2.12 En réécrivant l'équation, nous reconnaissons

$$\underbrace{Li_L\dot{i}_L}_{P_L} + \underbrace{C\dot{v}_{C_1}v_{C_1}}_{P_{C_1}} + \underbrace{C\dot{v}_{C_2}v_{C_2}}_{P_{C_2}} = \underbrace{v_{in}i_L}_{P_{source}} - \underbrace{r_L i_L^2}_{P_{pertes L}} - \underbrace{\frac{v_{C_1}^2}{r_C}}_{P_{pertes C_1}} - \underbrace{\frac{v_{C_2}^2}{r_C}}_{P_{pertes C_2}} - \underbrace{\frac{v_+^2}{R}}_{P_{charge}}$$

Un état de référence doit respecter l'équilibre des puissances pour être admissible. En se basant sur la connaissance de plusieurs objectifs de commande, l'équilibre des puissances peut permettre de déterminer un paramètre manquant de l'état de référence souhaité pour notre convertisseur [4].

Pendant, le comportement souhaité peut-être trop contraignant pour être une trajectoire admissible du système. Dans ce cas, l'équilibre des puissances peut aider à déterminer un état de référence approché, qui respecte les objectifs demandés en moyenne sur une période [3].

Exemple 2.22 Etat de référence d'un convertisseur half-bridge boost PFC

Pour le convertisseur half-bridge boost PFC, il existe plusieurs objectifs de commande :

- L'objectif principal est d'améliorer le facteur de puissance d'un circuit, qui est maximal quand le courant et la tension en entrée sont en phase. Pour une entrée alternative de la forme $v_{in} = V_{AC} \sin(\omega t)$, où V_{AC} est une amplitude en V , ω est une pulsation en rad/s et t est le temps, on souhaite donc un courant dans l'inductance de la forme $i_{Lref} = I \sin(\omega t)$, où l'amplitude I_{AC} en A doit être déterminée.
- Un deuxième objectif de commande est de réguler la tension de sortie v_+ à une valeur donnée y_{ref} .
- Un dernier objectif est d'équilibrer les tensions aux bornes des capacités, tel que $v_- = 0$

En prenant en compte les objectifs de commande, l'état de référence est de la forme

$$x_{ref} = \begin{bmatrix} I_{AC} \sin(\omega t) \\ y_{ref} \\ 0 \end{bmatrix}$$

où I_{AC} doit être déterminé. L'équilibre des puissances 2.18 évalué à l'état de référence est :

$$LI_{AC}^2 \omega \sin(\omega t) \cos(\omega t) = I_{AC} V_{AC} \sin^2(\omega t) - r_L I_{AC}^2 \sin^2(\omega t) - \frac{y_{\text{ref}}^2}{2R_{\text{eq}}}$$

Il n'existe pas de constante I_{AC} qui vérifie cette équation, la référence souhaitée est donc trop restrictive. Cependant, nous pouvons trouver une valeur de I_{AC} pour laquelle la référence vérifie l'équilibre des puissances en moyenne sur une période, en intégrant la relation entre $t = 0$ et $t = \frac{2\pi}{\omega}$. En effectuant cette intégration, nous obtenons :

$$0 = \frac{I_{AC}}{2} (V_{AC} - r_L I_{AC}) - \frac{y_{\text{ref}}^2}{2R_{\text{eq}}} \Leftrightarrow I_{AC} = \frac{V_{AC}}{2r_L} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4r_L y_{\text{ref}}^2}{V_{AC}^2 R_{\text{eq}}}} \right)$$

La plus petite des deux solutions peut être sélectionnée pour minimiser le courant circulant dans la bobine et, par conséquent, les pertes associées.

2.2.4 Évolution en présence de perturbations d'un point de référence

Dans l'objectif de réguler la sortie, nous nous intéressons dans cette section à l'évolution d'un point de référence nominal connu lorsque des perturbations constantes affectent le système. Par point de référence nominal, nous entendons une solution $(x_{\text{ref}_0}, u_{\text{ref}_0})$, pour $p = 0$, v_{in} et y_{ref} données, de l'équation $\phi(x_{\text{ref}_0}, u_{\text{ref}_0}, 0) = 0$, où $\phi : \mathbb{R}^n \times [0, 1]^m \times \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^{n+q}$ est défini par

$$\phi(x, u, p) = \begin{bmatrix} A(u)x + B(u)v_{\text{in}} + G(u)p \\ C(u)x + H(u)p - y_{\text{ref}} \end{bmatrix}.$$

Nous nous intéressons donc à caractériser un point $(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}})$, solution de $\phi(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}}, p) = 0$, qui est un nouveau point de référence du système lorsque une perturbation $p \neq 0$ l'affecte, à partir de la connaissance de $(x_{\text{ref}_0}, u_{\text{ref}_0})$.

Pour que la sortie y puisse être régulée autour de sa référence y_{ref} à l'aide du vecteur de commande u , l'hypothèse suivante est généralement nécessaire.

Hypothèse 2.1 *Le nombre de variables de commande est supérieur ou égal au nombre de sorties à réguler, soit*

$$m \geq q$$

Il est clair que l'évolution d'un point d'équilibre pour la variation d'un paramètre implique la Jacobienne de la fonction ϕ , noté J_ϕ , et donnée par :

$$J_\phi(x, u, p) := \begin{bmatrix} A(u) & \bar{A}(x) + \bar{B}v_{\text{in}} + \bar{G}(p) & G(u) \\ C(u) & \bar{C}(x) + \bar{H}(p) & H(u) \end{bmatrix}$$

où

$$\begin{bmatrix} \bar{A}(x) & \bar{G}(p) \\ \bar{C}(x) & \bar{H}(p) \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} A_1 x & \cdots & A_m x & | & G_1 p & \cdots & G_m p \\ C_1 x & \cdots & C_m x & | & H_1 p & \cdots & H_m p \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} := \begin{bmatrix} B_1 & \cdots & B_m \end{bmatrix}$$

A partir de cette définition, nous notons la Jacobienne partielle de ϕ par rapport à (x, u) et p respectivement, par $M : \mathbb{R}^n \times [0, 1]^m \times \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^{(n+q) \times (n+m)}$, et $\sigma : [0, 1]^m \rightarrow \mathbb{R}^{(n+q) \times d}$. Ces fonctions sont caractérisées par

$$\begin{aligned}
[M(x, u, p) \mid \sigma(u)] &:= \left[\begin{array}{c|c} J_{(x,u)}\phi(x, u, p) & J_p\phi(x, u, p) \end{array} \right] \\
&:= \left[\begin{array}{cc|c} A(u) & \bar{A}(x) + \bar{B} + \bar{G}(p) & G(u) \\ C(u) & \bar{C}(x) + \bar{H}(p) & H(u) \end{array} \right]
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Pour définir le point de référence avec perturbation, nous avons besoin de connaître un point de référence x_{ref_0} sans perturbation, associé à la commande u_{ref_0} . Pour que le point de référence avec perturbation existe, l'hypothèse suivante est introduite pour imposer une condition de rang au point nominal.

Hypothèse 2.2 *Le point nominal $(x_{\text{ref}_0}, u_{\text{ref}_0})$ satisfait la condition de rang :*

$$\text{rang} \left(\left[\begin{array}{cc} \frac{\partial \phi}{\partial x}(x_{\text{ref}_0}, u_{\text{ref}_0}, 0) & \frac{\partial \phi}{\partial u}(x_{\text{ref}_0}, u_{\text{ref}_0}, 0) \end{array} \right] \right) = n + q \tag{2.21}$$

Autrement dit, la matrice M évaluée au point nominal est de rang plein. De plus, il existe un ensemble non-vide \mathcal{Y} , tel que pour tout $y_{\text{ref}} \in \mathcal{Y}$, il existe une paire $(x_{\text{ref}_0}, u_{\text{ref}_0})$ satisfaisant $\phi(x_{\text{ref}_0}, u_{\text{ref}_0}, 0) = 0$ et la condition de rang (2.21).

La proposition suivante formule l'existence de fonctions de p qui déterminent la référence perturbée et la commande associée $(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}})$ recherchées, à partir des hypothèses introduites dans cette section.

Proposition 2.1 *Sous les Hypothèses 2.1, 2.2, pour $y_{\text{ref}} \in \mathcal{Y}$, il existe un ensemble \mathcal{P} non vide tel que $0 \in \text{int}(\mathcal{P})$ et des fonctions C^1 notées $(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}}) : \mathcal{P} \rightarrow \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$, satisfaisant $u_{\text{ref}}(p) \in [0, 1]^m$, $\forall p \in \mathcal{P}$, telles que*

$$\phi(x_{\text{ref}}(p), u_{\text{ref}}(p), p) = 0, \quad \forall p \in \mathcal{P} \tag{2.22}$$

et

$$\text{rang} \left(M(x_{\text{ref}}(p), u_{\text{ref}}(p), p) \right) = n + q, \quad \forall p \in \mathcal{P}. \tag{2.23}$$

Preuve

La preuve suit principalement les arguments de la preuve du Théorème [117, Th 1B.1], avec une formulation *set-valued*. La nature *set-valued* du problème vient du fait que les solutions

$$S : p \rightarrow \{x \in \mathbb{R}^n, u \in [0, 1]^m \mid \phi(x, u, p) = 0\}$$

sont *set-valued*. Dans la suite de cette preuve, nous montrons qu'il existe une sélection *single-valued* de S , de classe \mathcal{C}_1 autour d'un voisinage \mathcal{P} de $p = 0$. Pour cela, définissons $M_0 = M(x_{\text{ref}_0}, u_{\text{ref}_0}, 0) \in \mathbb{R}^{(n+q) \times (n+m)}$, et $M_0^\perp \in \mathbb{R}^{(n+m) \times (m-q)}$ comme n'importe quel complément orthogonal de M_0^T . Introduisons alors l'état $\nu := [M_0^T \ M_0^\perp]^{-1} \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n+m}$, tel que $\nu_{\text{ref}_0} := [M_0^T \ M_0^\perp]^{-1} \begin{bmatrix} x_{\text{ref}_0} \\ u_{\text{ref}_0} \end{bmatrix}$.

Définissons la fonction

$$g(p, \nu) = \begin{bmatrix} \phi \left(\begin{bmatrix} M_0 & M_0^\perp \end{bmatrix} \nu, p \right) \\ (M_0^\perp)^T \begin{bmatrix} M_0^T & M_0^\perp \end{bmatrix} (\nu - \nu_{\text{ref}_0}) \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

qui satisfait clairement

$$g(0, \nu_{\text{ref}_0}) = \begin{bmatrix} \phi(x_{\text{ref}_0}, u_{\text{ref}_0}, 0) \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.25)$$

$$J_\nu g(p, \nu) = \begin{bmatrix} J_{(x,u)} \phi(x, u, p) \\ (M_0^\perp)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_0^T & M_0^\perp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \left(\begin{bmatrix} M_0^T & M_0^\perp \\ (M_0^\perp)^T \end{bmatrix} \nu, p \right) \\ (M_0^\perp)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_0^T & M_0^\perp \end{bmatrix}$$

Au point $(x_{\text{ref}_0}, u_{\text{ref}_0}, 0)$, on a de plus

$$J_\nu g(0, \nu_{\text{ref}_0}) = \begin{bmatrix} M_0 \\ (M_0^\perp)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_0^T & M_0^\perp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_0 M_0^T & 0 \\ 0 & \mathbb{I}_{m-q} \end{bmatrix}$$

qui est une matrice définie positive car la matrice M_0 est de rang plein. Ainsi, $J_\nu g$ est localement définie positive, dans un voisinage de $(x_{\text{ref}_0}, u_{\text{ref}_0}, 0)$. A l'aide de la propriété (2.25), l'application du théorème de la fonction implicite [117, Th1.B1] à la fonction implicite $g : \mathbb{R}^{n+m} \times \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^{n+m}$ permet d'obtenir une sélection s_g , tel que $g(p, s_g(p)) = 0$ pour tout $p \in \mathcal{P}$, où $\mathcal{P} \subset \mathbb{R}^d$ est un voisinage de l'origine. On peut finalement sélectionner les fonctions

$$\begin{bmatrix} x_{\text{ref}}(p) \\ u_{\text{ref}}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_0^T & M_0^\perp \end{bmatrix} s_g(p)$$

Pour cette sélection, l'équation (2.22) est vérifié car pour tout $p \in \mathcal{P}$,

$$\phi(x_{\text{ref}}(p), u_{\text{ref}}(p), p) = \phi \left(\begin{bmatrix} M_0^T & M_0^\perp \end{bmatrix} s_g(p), p \right) = g_1(p, s_g(p)) = 0$$

où g_1 représente les $n + q$ premières composantes de la fonction g . De plus, la propriété (2.23) est assurée par continuité et l'Hypothèse 2.2, en réduisant possiblement l'ensemble \mathcal{P} . Finalement, en remarquant que $g(0, s_g(0)) = 0$, on a par l'unicité de l'inverse de g que $s_g(0) = \nu_{\text{ref}} = \begin{bmatrix} M_0^T & M_0^\perp \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x_{\text{ref}_0} \\ u_{\text{ref}_0} \end{bmatrix}$, et ainsi nous obtenons

$$\begin{bmatrix} x_{\text{ref}}(0) \\ u_{\text{ref}}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_0^T & M_0^\perp \end{bmatrix} s_g(0) = \begin{bmatrix} M_0^T & M_0^\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_0^T & M_0^\perp \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x_{\text{ref}_0} \\ u_{\text{ref}_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{\text{ref}_0} \\ u_{\text{ref}_0} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

■

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une méthode systématique de modélisation des convertisseurs électriques, allant du modèle physique du circuit à des modèles génériques de convertisseur exploitables pour appliquer des méthodes d'automatique. Elle permet d'obtenir deux types de modèle d'état :

- Un modèle bilinéaire, offrant une représentation plus proche de la physique du système
- Un modèle affine à commutation, offrant une vision plus globale d'un convertisseur, notamment en ce qui concerne sa commande.

L'objectif était de proposer une démarche facilitant l'obtention de tels modèles à partir des lois classiques de modélisation des circuit électriques et de la Table 2.2. Nous avons de plus illustré la méthode avec de nombreux exemples, couvrant plusieurs catégories de convertisseurs, ce qui montre le caractère général de la démarche. L'Annexe B donne une liste plus complète de modèle de convertisseur obtenu avec la méthode proposée.

Dans le premier chapitre, nous avons souligné l'intérêt de la commande *argmin* pour la commande des systèmes affines à commutation, auxquelles appartiennent les convertisseurs. Cependant, l'utilisation de ce résultat nécessite la connaissance d'un état de référence souhaité pour le système en régime établi. Ainsi, dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons présenté des méthodes pour déterminer cet état de référence à partir de la connaissance d'une référence en sortie. Une méthode générale et un algorithme ont été proposés pour les convertisseurs DC-DC dont la matrice dynamique est inversible, et des exemples de résolutions au cas par cas ont été proposés pour les autres cas. Pour les convertisseurs DC-AC ou AC-DC, l'équation d'équilibre des puissances a été mise en avant comme outil facilitant la définition d'une trajectoire de référence. Nous avons également exploré l'effet des perturbations sur un point de référence connu, en démontrant l'existence d'un nouveau point d'équilibre assurant la condition $y = y_{\text{ref}}$ sous certaines conditions portant sur le point de référence sans perturbations.

Dans le prochain chapitre, nous aborderons la commande des convertisseurs en présence de perturbation, en proposant des lois de commande basées sur la commande *argmin* présentée dans la Section 1.3.2. Les modèles généraux mis en avant dans ce chapitre seront utilisées pour établir les lois de commande, ce qui assure un certain niveau de généralité.

Chapitre 3

Observateur et action intégrale

Contenu

Introduction	61
3.1 Formalisation du problème de commande	62
3.1.1 Rappel des modèles et commande <i>argmin</i> associée	62
3.1.2 Problème de commande	65
3.1.3 Observateur d'état	66
3.1.4 Commande	67
3.1.5 Application au Buck-boost non-inverseur	69
3.2 Compensation par action intégrale	73
3.2.1 Schéma de commande et calcul du gain	73
3.2.2 Application au NPC	74
Conclusion	84

Introduction

La loi de commande de type *argmin* présentée dans la Section 1.3.2 peut être interprétée comme une commande par mode glissant. Les surfaces de glissement sont définies implicitement à partir de la matrice P obtenue par conditions LMIs. Ainsi, la méthode de synthèse de cette loi de commande permet de s'affranchir de la recherche des surfaces de glissement, et s'applique à de nombreux systèmes. Cette méthode nous semble donc pertinente pour proposer une démarche générale de commande des convertisseurs.

Il est possible de minimiser une fonction autre que la dérivée d'une fonction de Lyapunov quadratique pour mettre en place une loi de commutation de type *argmin* [10, 12, 35, 118, 119], mais nous faisons le choix dans ce manuscrit de se restreindre à ce cas-là. Ce choix permet d'utiliser systématiquement le même type de condition LMIs pour synthétiser la commande, ce qui facilite la formalisation d'une méthode générale.

La formulation de la loi de commande *argmin* (1.15) fait l'hypothèse que :

- L'état est complètement connu et disponible pour calculer la commande
- L'état de référence à atteindre est complètement connu
- Le système n'est affecté par aucune perturbation extérieure

Ce cadre de travail est peu réaliste pour une application à des convertisseurs, qui peuvent en pratique ne pas remplir ces hypothèses. Avec toujours l'objectif de proposer une méthode générale de commande des convertisseurs, ce chapitre présente des contributions qui complètent le résultat général de la loi de commande de type *argmin* telle que proposée dans [8]. Le but est de considérer les cas où le système est affecté par des perturbations extérieures et/ou où l'état n'est pas complètement connu. En particulier, nous devons prendre en compte le fait que si les perturbations ne sont pas mesurées, le point de référence ne peut pas être calculé.

Après avoir rappelé la commande de type *argmin* dite « classique » formulée pour le modèle bilinéaire et le modèle affine à commutation introduit dans le chapitre précédent, les contributions sont présentées en deux parties.

- La première partie est dédiée à l'introduction d'un observateur d'état permettant de le reconstruire, et à la formulation de la loi de commande dans le cas où les perturbations sont mesurées.
- La deuxième partie propose l'ajout d'une action intégrale au schéma de commande pour rejeter des perturbations extérieures non mesurées. L'action intégrale agit sur l'état de référence qui devient inconnu dans ce contexte.

3.1 Formalisation du problème de commande

3.1.1 Rappel des modèles et commande *argmin* associée

On considère la classe des systèmes affines à commutation modélisés par

$$\begin{cases} \dot{x} &= A(\lambda)x + B(\lambda)v_{\text{in}} + G(\lambda)p \\ y &= C(\lambda)x + H(\lambda)p \\ y_{\text{m}} &= C_{\text{m}}(\lambda)x + H_{\text{m}}(\lambda)p \end{cases} \quad (3.1)$$

ou sous forme bilinéaire par

$$\begin{cases} \dot{x} &= A(u)x + B(u)v_{\text{in}} + G(u)p \\ y &= C(u)x + H(u)p \\ y_{\text{m}} &= C_{\text{m}}(u)x + H_{\text{m}}(u)p \end{cases} \quad (3.2)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $y \in \mathbb{R}^q$ est le vecteur de sortie, $y_{\text{m}} \in \mathbb{R}^{q_{\text{m}}}$ est le vecteur de mesure, $v_{\text{in}} \in \mathbb{R}^l$ est le vecteur des sources, $p \in \mathbb{R}^d$ est le vecteur des perturbations, $u \in \{0, 1\}^m$ ou $\lambda \in \Lambda_S$ est le vecteur de commande, et l'ensemble Λ_S est défini par (2.3). Les matrices des modèles sont définies par

$$\left[\begin{array}{c|c|c} A(\lambda) & B(\lambda) & G(\lambda) \\ \hline C(\lambda) & & H(\lambda) \\ \hline C_{\text{m}}(\lambda) & & H_{\text{m}}(\lambda) \end{array} \right] := \left[\begin{array}{c|c|c} A_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i A_{\lambda_i} & B_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i B_{\lambda_i} & G_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i G_{\lambda_i} \\ \hline C_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i C_{u_i} & & H_0 + \sum_{i=1}^M \lambda_i H_{\lambda_i} \\ \hline C_{\text{m}0} + \sum_{i=1}^M \lambda_i C_{\text{m}\lambda_i} & & H_{\text{m}0} + \sum_{i=1}^M \lambda_i H_{\text{m}\lambda_i} \end{array} \right]$$

et

$$\left[\begin{array}{c|c|c} A(u) & B(u) & G(u) \\ \hline C(u) & & H(u) \\ \hline C_{\text{m}}(u) & & H_{\text{m}}(u) \end{array} \right] := \left[\begin{array}{c|c|c} A_0 + \sum_{i=1}^m u_i A_{u_i} & B_0 + \sum_{i=1}^m u_i B_{u_i} & G_0 + \sum_{i=1}^m u_i G_{u_i} \\ \hline C_0 + \sum_{i=1}^m u_i C_{u_i} & & H_0 + \sum_{i=1}^m u_i H_{u_i} \\ \hline C_{\text{m}0} + \sum_{i=1}^m u_i C_{\text{m}u_i} & & H_{\text{m}0} + \sum_{i=1}^m u_i H_{\text{m}u_i} \end{array} \right]$$

Pour cette section, nous faisons l'hypothèse que :

- L'état x est mesuré
- La perturbation p est mesurée
- La trajectoire (ou le point) de référence $x_{\text{ref}}(p) \in X_{\text{traj}}$ (défini par 2.9-(2.10)) est connue.

Sous ces hypothèses, la Table 3.1 donne les lois de commande de type *argmin* pour les deux systèmes, et les LMIs permettant de calculer la matrice P de la loi de commande. Dans les expressions, $e = x - x_{\text{ref}}$ est l'erreur de poursuite, M est le nombre de modes du système, et m est la taille du vecteur u .

	Commande
Bilinéaire	$u \in \underset{v \in \{0,1\}^m}{\text{argmin}} e^T P (A(v)x + B(v)v_{\text{in}} + G(v)p) \quad (3.3)$
Affine à commutation	$\lambda \in \underset{d \in \Lambda_S}{\text{argmin}} e^T P (A(d)x + B(d)v_{\text{in}} + G(d)p) \quad (3.4)$
LMI	Stabilité quadratique
Variable Condition	$P = P^T > 0$ pour $Q_C > 0$ donné, $P, Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ Toutes matrices A_{u_i} / A_{λ_i} Hurwitz
Bilinéaire	$(A_0 + A_{u_i})^T P + P(A_0 + A_{u_i}) + 2Q_C < 0 \quad \forall i \in \mathbb{K}_m \quad (3.5)$
Affine à commutation	$(A_0 + A_{\lambda_i})^T P + P(A_0 + A_{\lambda_i}) + 2Q_C < 0 \quad \forall i \in \mathbb{K}_M \quad (3.6)$
LMI	Stabilité quadratique du point $x_{\text{ref}} \in X_{\text{eq}}$
Variable Condition	$P = P^T > 0$ pour $Q_C > 0$ donné, $P, Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ Matrices $A(u_{\text{ref}}) / A(\lambda_{\text{ref}})$ Hurwitz
Bilinéaire	$A(u_{\text{ref}})^T P + PA(u_{\text{ref}}) + 2Q_C < 0 \quad (3.7)$
Affine à commutation	$A(\lambda_{\text{ref}})^T P + PA(\lambda_{\text{ref}}) + 2Q_C < 0 \quad (3.8)$

TABLE 3.1 – Loi de commande et LMIs pour le calcul de la matrice P

Remarque 3.1 Les LMIs proposées pour le calcul de la matrice P nécessitent au minimum que la matrice à la référence $A(u_{\text{ref}})$ soit Hurwitz. Si ce n'est pas le cas, la Proposition 1 dans [10] donne des conditions LMIs qui permettent de calculer la matrice P malgré tout. Le point $x = x_{\text{ref}}$ est alors localement exponentiellement stable en boucle fermée. La Remarque 2 dans [14] propose également une alternative à partir d'une approximation polytopique de l'ensemble des $\lambda \in \Lambda_R$ tel que $A(\lambda)$ soit Hurwitz.

Remarque 3.2 La condition (3.5) (ou (3.6)) est plus forte que la condition (3.7) (ou (3.8)), telle que (3.5) implique (3.7) mais pas l'inverse. La condition (3.7) (ou (3.8)) n'est évidemment pas valable pour l'étude d'une trajectoire de référence.

Si l'objectif est de stabiliser un point de référence $x_{\text{ref}} \in X_{\text{eq}}$ donné (défini par (2.8)), il est suffisant de trouver une matrice P satisfaisant la LMI (3.7) ou (3.8). De plus, la matrice P sera aussi solution de la LMI pour un \tilde{u}_{ref} (ou $\tilde{\lambda}_{\text{ref}}$) proche de u_{ref} (ou λ_{ref}), comme énoncé dans le Lemme 3.1. Cette propriété assure une robustesse aux perturbations extérieures d'une taille suffisamment faible.

Lemme 3.1 *Pour des matrices P et Q_C satisfaisant la condition (3.7), il existe $\delta > 0$ tel que l'inégalité*

$$A(\tilde{u}_{\text{ref}})^T P + PA(\tilde{u}_{\text{ref}}) + 2Q_C < 0 \quad (3.9)$$

soit satisfaite pour tout $\tilde{u}_{\text{ref}} \in \mathbb{R}^m$ satisfaisant $|\tilde{u}_{\text{ref}} - u_{\text{eq}}| \leq \delta$.

Preuve

Nous donnons ici la preuve pour le modèle bilinéaire, mais la démonstration est similaire pour le modèle affine à commutation. La condition (3.7) est une inégalité stricte, il existe donc une constante $\eta > 0$ telle que :

$$A(u_{\text{ref}})^T P + PA(u_{\text{ref}}) + 2Q_C < -\eta \mathbb{I}_n \quad (3.10)$$

Soit la matrice de différence $\Delta A := A(\tilde{u}_{\text{ref}}) - A(u_{\text{ref}})$. Par continuité de la matrice $A(\cdot)$ par rapport à u , pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $\delta > 0$ tel que

$$\|\tilde{u}_{\text{ref}} - u_{\text{ref}}\| \leq \delta \quad \Rightarrow \quad \|\Delta A\| \leq \varepsilon. \quad (3.11)$$

Prenons $\varepsilon = \frac{\eta}{4\lambda_{\max}(P)} > 0$ et $\delta > 0$ satisfaisant (3.11). En remarquant que $A(\tilde{u}_{\text{ref}}) = A(u_{\text{ref}}) + \Delta A$ et en exploitant l'inégalité (3.10), nous obtenons

$$\begin{aligned} & A(\tilde{u}_{\text{ref}})^T P + PA(\tilde{u}_{\text{ref}}) + 2Q_C \\ &= (A(u_{\text{ref}}) + \Delta A)^T P + P(A(u_{\text{ref}}) + \Delta A) + 2Q_C \\ &= A(u_{\text{ref}})^T P + PA(u_{\text{ref}}) + 2Q_C + \Delta A^T P + P\Delta A \\ &\leq A(u_{\text{ref}})^T P + PA(u_{\text{ref}}) + 2Q_C + 2\|\Delta A\|\|P\|\mathbb{I}_n \\ &\leq -\eta \mathbb{I}_n + 2\lambda_{\max}(P)\varepsilon \mathbb{I}_n = -\frac{\eta}{2} \mathbb{I}_n < 0, \end{aligned}$$

ce qui implique (3.9). ■

La loi de commande (3.4) (ou (3.3)) permet de stabiliser asymptotiquement la référence x_{ref} pour le système (3.1) (ou (3.2)) au sens de Filippov. En particulier, la régularisation de Filippov (ou Krasovskii) du système en boucle fermée (3.1)-(3.4) (ou (3.2)-(3.3)) est donnée par

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\lambda_R)x + B(\lambda_R)v_{\text{in}} + G(\lambda_R)p, \\ \lambda_R \in \underset{d \in \Lambda_R}{\text{argmin}} e^T P (A(d)x + B(d)v_{\text{in}} + G(d)p) \end{cases} \quad (3.12)$$

où l'ensemble Λ_R est défini par

$$\Lambda_R = \left\{ \lambda \in [0, 1]^M : \sum_{i=1}^M \lambda_i = 1 \right\} \quad (3.13)$$

ou

$$\begin{cases} \dot{x} = A(u_R)x + B(u_R)v_{\text{in}} + G(u_R)p, \\ u_R \in \underset{v \in [0, 1]^m}{\text{argmin}} e^T P (A(v)x + B(v)v_{\text{in}} + G(v)p) \end{cases} \quad (3.14)$$

pour le modèle bilinéaire.

Remarque 3.3 Nous rappelons que nous faisons l'hypothèse que x_{ref} est une référence admissible, soit $x_{\text{ref}} \in X_{\text{traj}}$. Par conséquent, $\exists u_{\text{ref}} : [0, \infty) \rightarrow [0, 1]^m$ (ou $\lambda_{\text{ref}} : [0, \infty) \rightarrow \Lambda_R$) tel que

$$\dot{x}_{\text{ref}} = A(u_{\text{ref}})x + B(u_{\text{ref}})v_{\text{in}} + G(u_{\text{ref}})p$$

ou

$$\dot{x}_{\text{ref}} = A(\lambda_{\text{ref}})x + B(\lambda_{\text{ref}})v_{\text{in}} + G(\lambda_{\text{ref}})p$$

Preuve

Nous donnons ici la preuve pour le modèle bilinéaire, mais la démonstration est similaire pour le modèle affine à commutation. Considérons la fonction de Lyapunov $V(e) = \frac{1}{2}e^T P e$ où $P = P^T > 0$ satisfait l'inégalité (3.7) pour $Q_C > 0$ donnée. La fonction V est clairement définie positive et radialement non bornée. Sa dérivée temporelle est donnée par

$$\dot{V}(e, u) = e^T P (A(u)x + B(u)v_{\text{in}} + G(u)p - \dot{x}_{\text{ref}}) \quad (3.15)$$

Définissons les *set valued maps*

$$\mathcal{U}(x) = \operatorname{argmin}_{v \in \{0,1\}^m} \dot{V}(e, v), \quad \mathcal{U}_R(x) = \operatorname{argmin}_{v \in [0,1]^m} \dot{V}(e, v) \quad (3.16)$$

tels que (3.3) et (3.14) implique $u \in \mathcal{U}(x)$ et $u_R \in \mathcal{U}_R(x)$.

La dépendance affine en v de $\dot{V}(e, v)$ implique que $\min_{v \in \{0,1\}^m} \dot{V}(e, v) = \min_{v \in [0,1]^m} \dot{V}(e, v)$, car le minimum est atteint sur un des sommets de l'ensemble $[0, 1]^m$. Par conséquent,

$$\mathcal{U}_R(x) = \operatorname{conv}(\mathcal{U}(x)) \quad (3.17)$$

où conv désigne l'enveloppe convexe. Par définition de \mathcal{U}_R , \dot{V} satisfait

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, u) &\leq \dot{V}(e, u_{\text{ref}}) = e^T P (A(u_{\text{ref}})x + B(u_{\text{ref}})v_{\text{in}} + G(u_{\text{ref}})p \\ &\quad - A(u_{\text{ref}})x_{\text{ref}} - B(u_{\text{ref}})v_{\text{in}} - G(u_{\text{ref}})p) \\ &= e^T P A(u_{\text{ref}})e \leq -e^T Q_C e \end{aligned}$$

par définition de $x_{\text{ref}} \in X_{\text{traj}}$. P et Q_C sont des matrices symétriques définies positives, donc

$$\dot{V}(e, u) \leq -\lambda_{\min}(Q_C)\|e\|^2 \leq -2\frac{\lambda_{\min}(Q_C)}{\lambda_{\max}(P)}V(e) < 0$$

V est donc une fonction de Lyapunov globale prouvant la stabilité exponentielle de l'origine $e = 0$ pour le système régularisé (3.14). ■

Nous sommes maintenant en mesure de poser le problème de commande.

3.1.2 Problème de commande

Le problème de commande traité dans ce chapitre se concentre sur la régulation de la sortie y à une référence fixe y_{ref} , dans le cas où le système est affecté par des perturbations extérieures. En particulier, nous nous intéressons aux cas où l'état x n'est pas complètement connu, et/ou les perturbations ne sont pas mesurées. Dans ces cas, la loi de commande (3.4) (ou (3.3)) ne peut pas être calculée, d'autres schémas de commande doivent donc être envisagés. Le problème de commande posé s'exprime ainsi :

Considérons le système (3.1) (ou (3.2)), et un vecteur $y_{\text{ref}} \in \mathbb{R}^q$ de référence pour le vecteur de sortie y . Pour $e = x - x_{\text{ref}}$, $x_{\text{ref}} \in X_{\text{traj}}$, nous souhaitons concevoir une loi de commande de type *argmin*, à partir de la mesure y_m telle que le point $e = 0$ soit asymptotiquement stable pour le système en boucle fermée avec cette loi de commande. De plus, $e = 0$ doit impliquer $y = y_{\text{ref}}$. On distinguera deux sous-problèmes :

- Le vecteur des perturbations p est mesuré
- Le vecteur des perturbations p n'est pas mesuré

L'idée est de compléter le résultat de la loi de commande de type *argmin* pour l'adapter aux situations évoquées précédemment. Ces objectifs sont en adéquation avec une étude plus réaliste de la commande des convertisseurs, avec la perspective de proposer une méthode complète.

Plusieurs publications ont exploré la mise en place d'observateurs d'état pour des systèmes affines à commutation [120–124], et leur application à des convertisseurs de puissance. Le problème de la commande basée observateur est en lien avec les problèmes rencontrés en pratique par les convertisseurs [88, 125].

Notre but ici est de proposer un observateur pour le modèle général de convertisseur proposé, en adaptant les résultats déjà existants. L'idée est de faciliter leur application, mais aussi d'explorer leur mise en place dans le contexte où des perturbations mesurées affectent le système.

3.1.3 Observateur d'état

Nous introduisons un observateur d'état, dont le rôle est d'estimer asymptotiquement l'état x de notre système, à partir de la mesure y_m . Dans le formalisme des systèmes affines à commutation, la structure proposée est

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A(\lambda)\hat{x} + B(\lambda)v_{\text{in}} + G(\lambda)p + L(\lambda)(y_m - \hat{y}_m) \\ \hat{y}_m = C_m(\lambda)\hat{x} + H_m(\lambda)p \end{cases} \quad (3.18)$$

où les gains $L(\lambda) \in \mathbb{R}^{n \times q}$ doivent être conçus pour assurer la stabilité asymptotique de l'origine de l'erreur d'estimation $\varepsilon = x - \hat{x}$.

La dynamique de cette erreur est donnée par

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= A(\lambda)x + B(\lambda)v_{\text{in}} + G(\lambda)p - A(\lambda)\hat{x} - B(\lambda)v_{\text{in}} - G(\lambda)p - L(\lambda)(y_m - \hat{y}_m) \\ &= \left(A(\lambda) - L(\lambda)C_m(\lambda) \right) \varepsilon = A_{\text{cl}}(\lambda)\varepsilon \in \text{conv} \bigcup_{\lambda \in \Lambda_S} A_{\text{cl}}(\lambda)\varepsilon = F_\varepsilon \varepsilon. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Cette dynamique a l'avantage de ne dépendre que de λ et de ε , et donc d'être indépendante de l'erreur de poursuite e .

Pour concevoir les gains, nous supposons que le système (3.1) est quadratiquement détectable. Le système comporte un nombre fini de modes, cette hypothèse peut donc être vérifiée avec un ensemble de LMIs.

Hypothèse 3.1 *Il existe des matrices symétriques définies positives $Q_O \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $S \in \mathbb{R}^{n \times n}$, et des matrices $W_{\lambda_i} \in \mathbb{R}^{n \times q}$ telles que la LMI*

$$A(\lambda)^T S + S A(\lambda) - C_m(\lambda)^T W(\lambda)^T - W(\lambda) C_m(\lambda) + 2Q_O < 0 \quad (3.20)$$

soit satisfaite pour tout $\lambda \in \Lambda_S$, où la matrice $W(\lambda)$ s'exprime $W(\lambda) = \sum_{i=1}^M \lambda_i W_{\lambda_i}$.

L'expression de la dynamique de l'erreur d'estimation (3.19) nous montre que le calcul des gains $L(\lambda)$ est essentiel pour assurer la stabilité du point $\varepsilon = 0$. En utilisant l'Hypothèse 3.1 et une fonction de Lyapunov, nous pouvons facilement concevoir ces gains pour assurer la stabilité asymptotique de l'erreur.

Théorème 4 *Sous l'Hypothèse 3.1, pour toutes solutions S et $W(\lambda)$ des LMIs (3.20), l'observateur (3.18) avec les gains $L(\lambda) = S^{-1}W(\lambda)$ reconstruit asymptotiquement l'état x du système (3.1).*

Preuve

Considérons la fonction de Lyapunov $V(\varepsilon) = \varepsilon^T S \varepsilon$ où la matrice $S = S^T > 0$ est donnée par l'Hypothèse 3.1. Cette fonction est clairement définie positive et radialement non bornée par rapport à ε . De plus, sa dérivée temporelle est

$$\begin{aligned}\dot{V} &= 2\varepsilon^T S A_{cl}(\lambda) \varepsilon \\ &= \varepsilon^T \left(A(\lambda)^T S + S A(\lambda) - C_m(\lambda)^T L(\lambda)^T S - S L(\lambda) C_m(\lambda) \right) \varepsilon \\ &= \varepsilon^T \left(A(\lambda)^T S + S A(\lambda) - C_m(\lambda)^T W(\lambda)^T - W(\lambda) C_m(\lambda) \right) \varepsilon \leq -2\varepsilon^T Q_O \varepsilon < 0\end{aligned}$$

où l'égalité $W(\lambda) = S L(\lambda)$ et la propriété (3.20) ont été utilisées pour manipuler l'expression. \dot{V} est strictement négative, nous pouvons donc conclure que l'origine $\varepsilon = 0$ est globalement asymptotiquement stable pour la régularisation de Filippov $\dot{\varepsilon} \in F_\varepsilon \varepsilon$. ■

3.1.4 Commande

L'estimation \hat{x} de l'état x permet de calculer une loi de commande par retour de sortie. Pour le prochain théorème, nous considérons de plus que le vecteur des perturbations p est connu, de telle manière qu'il est possible de calculer explicitement l'état de référence x_{ref} à partir de la connaissance de l'objectif de sortie y_{ref} .

Hypothèse 3.2 *Soit $x_{\text{ref}} : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^n$ une fonction C^1 connue telle que $x_{\text{ref}}(p) \in X_{\text{traj}}$. De plus, pour y_{ref} donné, $x = x_{\text{ref}}(p)$ implique $y = y_{\text{ref}}$. Autrement dit, la fonction définie implicitement dans la Proposition 2.1 est explicitement connue.*

Cette hypothèse facilite grandement le calcul d'une loi de commande, car l'état de référence peut être directement calculé si le vecteur des perturbations est mesuré ou reconstruit. Le théorème suivant propose une commande de type *argmin* basée observateur dans le cas où les perturbations sont mesurées, à l'aide de l'observateur d'état introduit dans la section précédente. Le schéma de commande est résumé sur la Figure 3.1.

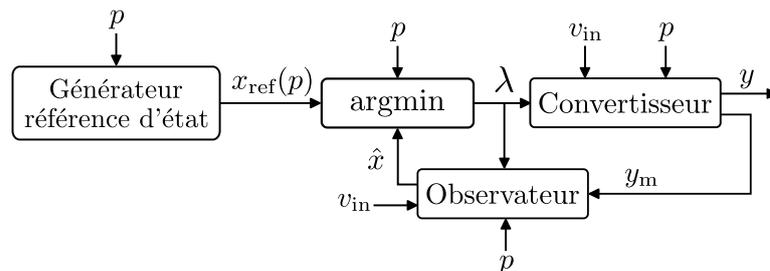


FIGURE 3.1 – Schéma de la commande basée observateur

Théorème 5 Soit \hat{x} l'état de l'observateur (3.18). Sous les Hypothèses 3.1 et 3.2, pour des matrices $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $Q_C \in \mathbb{R}^{n \times n}$ satisfaisant la LMI (3.6), la loi de commande

$$\lambda \in \operatorname{argmin}_{\lambda \in \Lambda_S} (\hat{x} - x_{\text{ref}}(p))^T P \left(A(\lambda)\hat{x} + B(\lambda)v_{\text{in}} + G(\lambda)p \right) \quad (3.21)$$

stabilise asymptotiquement l'origine de l'erreur de poursuite $e = x - x_{\text{ref}}(p)$ au sens de Filippov.

Preuve

Notons tout d'abord l'erreur de poursuite estimée $\tilde{e} := \hat{x} - x_{\text{ref}}(p) = e - \varepsilon$. Considérons la fonction de Lyapunov $V(\tilde{e}) = \frac{1}{2}\tilde{e}^T P \tilde{e}$, où la matrice $P = P^T > 0$ satisfait la condition (3.6). La fonction est clairement définie positive et radialement non bornée. Sa dérivée temporelle s'exprime

$$\begin{aligned} \dot{V}(\tilde{e}) &= \tilde{e}^T P \left(A(\lambda)\hat{x} + B(\lambda)v_{\text{in}} + G(\lambda)p - \dot{x}_{\text{ref}} + L(\lambda)C_m(\lambda)\varepsilon \right) \\ &= \tilde{e}^T P \left(A(\lambda)\hat{x} - A(\lambda_{\text{ref}})x_{\text{ref}} + (B(\lambda) - B(\lambda_{\text{ref}}))v_{\text{in}} + (G(\lambda) - G(\lambda_{\text{ref}}))p \right) \\ &\quad + \tilde{e}^T P L(\lambda)C_m(\lambda)\varepsilon \end{aligned}$$

Pour la loi de commande (3.21), par construction, l'inégalité

$$\tilde{e}^T P \left(A(\lambda)\hat{x} + B(\lambda)v_{\text{in}} + G(\lambda)p \right) \leq \tilde{e}^T P \left(A(\lambda_{\text{ref}})\hat{x} + B(\lambda_{\text{ref}})v_{\text{in}} + G(\lambda_{\text{ref}})p \right)$$

est satisfaite pour tout $\lambda_{\text{ref}} \in \Lambda_R$. La prise en compte de cette inégalité permet de majorer la dérivée temporelle de la fonction de Lyapunov telle que

$$\dot{V}(\tilde{e}) \leq \tilde{e}^T P A(\lambda_{\text{ref}})\tilde{e} + \tilde{e}^T P L(\lambda)C_m(\lambda)\varepsilon \leq -\tilde{e}^T Q_C \tilde{e} + \tilde{e}^T P L(\lambda)C_m(\lambda)\varepsilon,$$

où l'inégalité (3.6) est utilisée pour obtenir la dernière inégalité.

Introduisons maintenant un scalaire θ vérifiant $0 < \theta < 1$, pour réécrire la dernière inégalité :

$$\dot{V}(\tilde{e}) \leq -(1 - \theta)\tilde{e}^T Q_C \tilde{e} - \theta\tilde{e}^T Q_C \tilde{e} + \tilde{e}^T P L(\lambda)C_m(\lambda)\varepsilon.$$

Nous remarquons que

$$\dot{V}(\tilde{e}) \leq -(1 - \theta)\tilde{e}^T Q_C \tilde{e} < 0 \quad (3.22)$$

si la condition

$$-\theta\tilde{e}^T Q_C \tilde{e} + \tilde{e}^T P L(\lambda)C_m(\lambda)\varepsilon \leq 0$$

est satisfaite. Cette dernière condition est impliquée par la condition

$$\theta \|\tilde{e}\|^2 \lambda_{\min}(Q_C) \geq \|\tilde{e}\| \lambda_{\max}(P) \max_{i=1, \dots, M} (\|L_{\lambda_i}\| \|C_{m0} + C_{m\lambda_i}\|) \|\varepsilon\|.$$

Ainsi, une condition suffisante pour remplir la condition (3.22) est

$$\|\tilde{e}\| \geq \frac{\lambda_{\max}(P) \max_{i=1, \dots, M} (\|L_{\lambda_i}\| \|C_{m0} + C_{m\lambda_i}\|)}{\theta \lambda_{\min}(Q_C)} \|\varepsilon\|$$

La dernière condition nous montre que le système lié à l'erreur \tilde{e} est *Input-to-State Stable* (ISS) par rapport à l'entrée ε [40]. Comme de plus l'origine de ε est globalement asymptotiquement stable, l'origine de \tilde{e} est aussi globalement asymptotiquement stable. Finalement, en remarquant que $e = \tilde{e} + \varepsilon$, nous concluons que l'origine de l'erreur de poursuite e est globalement asymptotiquement stable. Le schéma suivi dans la preuve est résumé sur la Figure 3.2.

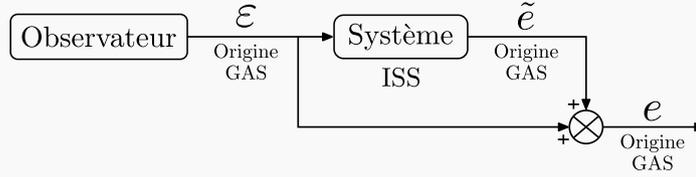


FIGURE 3.2 – Schéma de la preuve

3.1.5 Application au Buck-boost non-inverseur

Modélisation

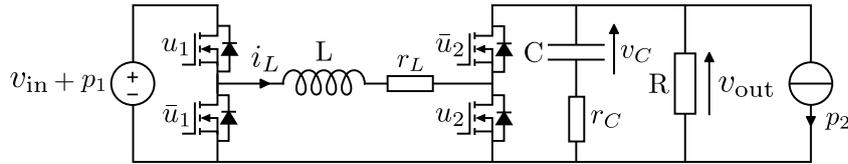


FIGURE 3.3 – Circuit d'un convertisseur buck-boost non-inverseur avec perturbations

La modélisation d'un convertisseur buck-boost non inverseur a déjà été présentée dans le Chapitre 2, Section 2.1. Son circuit est représenté sur la Figure 3.3, et nous rappelons que le modèle obtenu est de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + \lambda_2 A_{\lambda_2} + \lambda_4 A_{\lambda_4})x + (\lambda_3 B_{\lambda_3} + \lambda_4 B_{\lambda_4})v_{in} + (G_0 + \lambda_2 G_{\lambda_2} + \lambda_3 G_{\lambda_3} + \lambda_4 G_{\lambda_4})p \\ y = (C_0 + \lambda_2 C_{\lambda_2} + \lambda_4 C_{\lambda_4})x + H_0 p \end{cases}$$

où $x = [i_L \quad v_C]^T$, $y = v_{out}$, $p = [p_1 \quad p_2]^T$ et

$$\begin{aligned} A_0 &= \begin{bmatrix} -\frac{r_L - \alpha r_C}{L} & -\frac{\alpha}{L} \\ \frac{\alpha}{C} & -\frac{\alpha}{RC} \end{bmatrix} & A_{\lambda_2} = A_{\lambda_4} &= \begin{bmatrix} \frac{\alpha r_C}{L} & \frac{\alpha}{L} \\ -\frac{\alpha}{C} & 0 \end{bmatrix} & B_{\lambda_3} = B_{\lambda_4} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \\ G_0 &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{\alpha r_C}{L} \\ 0 & -\frac{\alpha}{C} \end{bmatrix} & G_{\lambda_2} &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\alpha r_C}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & G_{\lambda_3} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & G_{\lambda_4} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{\alpha r_C}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ C_0 &= [\alpha r_C \quad \alpha] & C_{\lambda_2} = C_{\lambda_4} &= [-\alpha r_C \quad 0] & H_0 &= [0 \quad -\alpha r_C] \end{aligned}$$

Le lien entre les variables de commande u_1 , u_2 sur la Figure 3.3 et les variables de commande λ_1 , λ_2 , λ_3 , λ_4 est rappelé dans la Table 3.2.

Mode (i)	u_1	u_2	λ_i
1	0	0	$\lambda_1 = (1 - u_1)(1 - u_2)$
2	0	1	$\lambda_2 = (1 - u_1)u_2$
3	1	0	$\lambda_3 = u_1(1 - u_2)$
4	1	1	$\lambda_4 = u_1u_2$

TABLE 3.2 – Modes et liens entre les variables de commande d'un convertisseur buck-boost non-inverseur

La référence de l'état a également déjà été calculée dans le Chapitre 2, Exemple 2.16, à partir du modèle bilinéaire pour réduire le nombre de variables. Nous avons obtenu

$$\begin{bmatrix} i_{L\text{ref}} \\ v_{C\text{ref}} \\ y_{\text{ref}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{u_{\text{ref}_1}(v_{\text{in}} + p_1) + \bar{u}_{\text{ref}_2}Rp_2}{r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2} + \alpha R \bar{u}_{\text{ref}_2}^2} \\ \frac{u_{\text{ref}_1} \bar{u}_{\text{ref}_2} R(v_{\text{in}} + p_1) - Rp_2(r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2} - \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2}^2)}{r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2} + \alpha R \bar{u}_{\text{ref}_2}^2} \\ \frac{u_{\text{ref}_1} \bar{u}_{\text{ref}_2} R(v_{\text{in}} + p_1) - Rp_2(r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2} - \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2}^2)}{r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2} + \alpha R \bar{u}_{\text{ref}_2}^2} \end{bmatrix}$$

où nous remarquons que $v_{C\text{ref}} = y_{\text{ref}}$. La relation entre u_{ref_1} et \bar{u}_{ref_2} est donnée par

$$u_{\text{ref}_1} = \frac{(r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2})(y_e + Rp_2) + (y_e - r_C p_2) \alpha R \bar{u}_{\text{ref}_2}^2}{R \bar{u}_{\text{ref}_2} (v_{\text{in}} + p_1)}$$

Pour simplifier le problème, nous considérons que le convertisseur opère en mode boost, obtenu pour $u_{\text{ref}_1} = 1$. On a alors

$$\bar{u}_{\text{ref}_2} = \frac{R(v_{\text{in}} + p_1) - \alpha r_C (y_{\text{ref}} + Rp_2)}{2\alpha R (y_{\text{ref}} - r_C p_2)} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\alpha r_L R (y_{\text{ref}} - r_C p_2) (y_{\text{ref}} + Rp_2)}{(\alpha r_C (y_{\text{ref}} + Rp_2) - R(v_{\text{in}} + p_1))^2}} \right) \quad (3.23)$$

En remplaçant \bar{u}_{ref_2} par l'expression ci-dessus et u_{ref_1} par 1 dans l'expression de x_{ref} , nous obtenons l'expression qui lie l'état de référence x_{ref} aux perturbations et à la référence de sortie y_{ref} :

$$x_{\text{ref}}(p) = \begin{bmatrix} \frac{(v_{\text{in}} + p_1) + \bar{u}_{\text{ref}_2}Rp_2}{r_L + \alpha r_C \bar{u}_{\text{ref}_2} + \alpha R \bar{u}_{\text{ref}_2}^2} \\ y_{\text{ref}} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

pour \bar{u}_{ref_2} donné par (3.23).

Simulation

Finalement, nous allons simuler un convertisseur buck-boost non-inverseur avec les paramètres donnés dans la Table 3.3. Pour cette exemple, nous prenons $y_m = y$, donc $C_m(\lambda) = C(\lambda)$ et $H_{m_0} = H_0$.

Pour appliquer le Théorème 5, nous devons vérifier les Hypothèses 3.1 et 3.2. L'Hypothèse 3.2 est directement vérifiée par la connaissance de la fonction $x_{\text{ref}}(p)$ donnée par (3.24). Pour vérifier l'Hypothèse 3.1, nous utilisons MATLAB et un solveur SDP pour minimiser la trace de S sous la contrainte $S > \mathbb{I}_2 10^{-4}$, tout en résolvant les LMIs (3.20). Les mêmes outils sont utilisés pour trouver la matrice P nécessaire au calcul de la commande à partir de la LMI (3.6), tout en minimisant sa trace.

Paramètres	Valeurs
v_{in}	5V
y_{ref}	24V
R	100Ω
L	220μH
r_L	0.3Ω
C	22μF
r_C	0.02Ω

TABLE 3.3 – Paramètres de la simulation

Pour $Q_O = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$ et $Q_C = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 30 \end{bmatrix}$ arbitrairement, nous obtenons

$$L_{\lambda_1} = \begin{bmatrix} -1.46 \times 10^3 \\ 5.78 \times 10^3 \end{bmatrix} \quad L_{\lambda_2} = \begin{bmatrix} -5.93 \times 10^{-3} \\ 5.79 \times 10^3 \end{bmatrix} \quad L_{\lambda_3} = \begin{bmatrix} -1.44 \times 10^3 \\ 5.81 \times 10^3 \end{bmatrix} \quad L_{\lambda_4} = \begin{bmatrix} -5.93 \times 10^{-3} \\ 5.79 \times 10^3 \end{bmatrix}$$

et

$$P = \begin{bmatrix} 0.6 & 9.4 \times 10^{-3} \\ 9.4 \times 10^{-3} & 6.63 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

Le pas de simulation est fixé à $0.1\mu s$, et la condition initiale de l'état du système est $x_0 = \begin{bmatrix} 0 & 5 \end{bmatrix}^T$. Le système est affecté par des perturbations en entrée et en sortie, dont l'évolution au cours du temps est représentée sur la Figure 3.4. On note que la perturbation p_1 sur la tension d'entrée n'est pas constante par morceau. Pour assurer $y = y_{ref}$, la mesure des perturbations est utilisée pour calculer le point de référence $x_{ref}(p)$ à stabiliser.

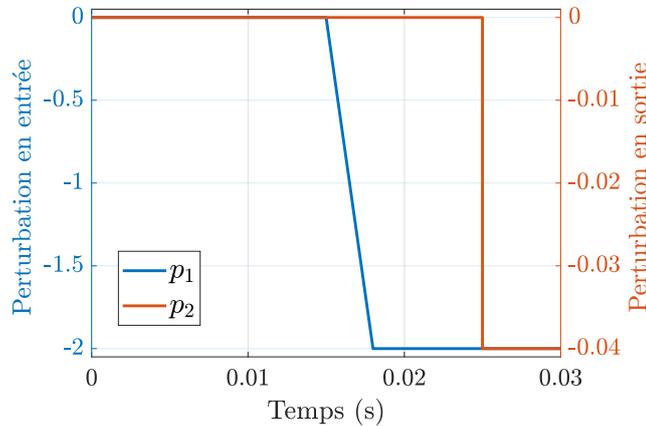


FIGURE 3.4 – Perturbations

La Figure 3.5 présente l'évolution du courant traversant la bobine du convertisseur, du courant estimé par l'observateur et de la référence du courant calculée à partir de la fonction (3.24). Au début de la simulation, le courant du système et le courant estimé sont différents, mais se rejoignent après une courte période transitoire. Lorsque le système est affecté par les perturbations, la référence est mise à jour, et les états suivent cette référence, assurant le bon fonctionnement du système.

La Figure 3.6 montre la tension aux bornes de la capacité en sortie du convertisseur, son estimation et sa référence (constante car $v_{Cref} = y_{ref}$). Comme pour le courant, la tension du système est différente de la tension estimée, mais l'écart converge vers 0 après. La tension est affectée par les perturbations que subit le système, mais elle rejoint toujours sa référence après une période transitoire. L'objectif $y = y_{ref}$ est donc assuré avec le schéma de commande proposé.

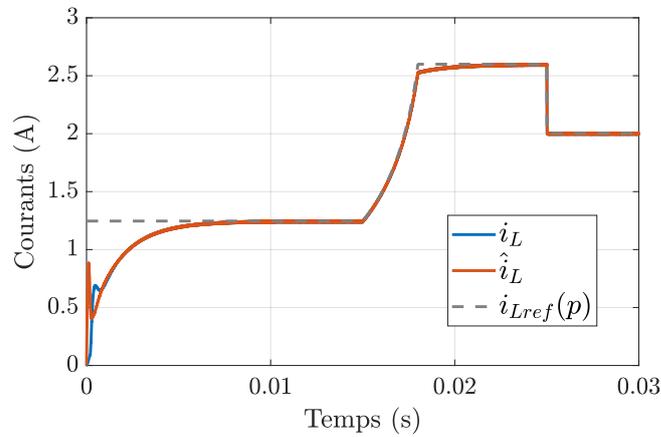


FIGURE 3.5 – Courants et références

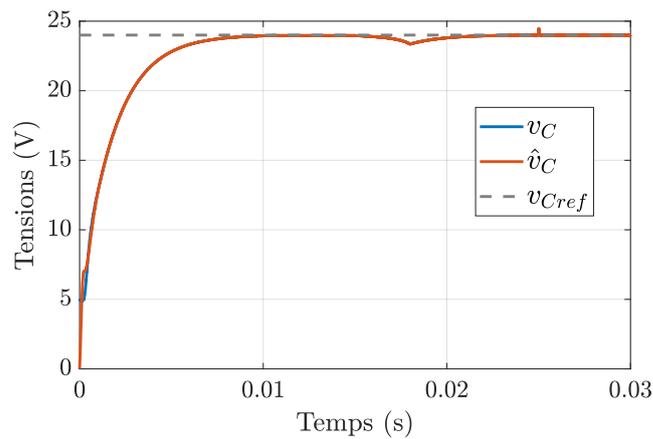


FIGURE 3.6 – Tensions et références

Cependant, la mesure des perturbations, nécessaire pour assurer la régulation de la tension de sortie dans cette proposition, n'est pas toujours possible. Nous allons proposer dans la prochaine section un autre schéma de commande qui assure la régulation d'une sortie sans mesure des perturbations : l'introduction d'une boucle externe avec action intégrale.

3.2 Compensation par action intégrale

Dans la littérature sur les systèmes affines à commutation, la régulation de sortie avec une loi de commande de type *argmin* en présence de perturbations extérieures non mesurées est un problème encore ouvert. Pour y répondre, des approches adaptatives [14, 81] ou avec action intégrale [80] ont été proposées.

Dans [14], un observateur augmenté est introduit pour reconstruire les perturbations non mesurées. Cette information est utilisée pour calculer le point de référence (dont une partie est fixée), sous l'hypothèse de la connaissance d'une unique expression analytique entre les deux. Cette hypothèse est rarement vérifiée par un grand nombre de convertisseur, notamment si des imperfections sont prises en compte dans le circuit (voir Exemples 2.15, 2.16). Dans [81], un observateur étendu est également introduit pour reconstruire les perturbations inconnues. Une approche par quadrillage (*gridding*) est ensuite proposée pour calculer hors-ligne les points de référence désirés pour un ensemble de valeur des perturbations. Une méthode d'interpolation permet finalement d'estimer le point de référence souhaité à partir de la grille et de l'estimation des perturbations. Cette méthode demande donc des ressources de calculs importantes, et le calcul approximatif de la référence peut ne pas assurer $y = y_{\text{ref}}$ pour $x = x_{\text{ref}}$ en pratique.

L'approche par action intégrale semble plus adaptée à une implémentation pratique que l'approche adaptative. En effet, elle est plus simple à mettre en œuvre, car elle ne nécessite pas d'estimer les perturbations non mesurées. Dans cette section, c'est donc cette dernière solution qui est étudiée.

3.2.1 Schéma de commande et calcul du gain

L'ajout d'une action intégrale dans un schéma de commande est une approche classique pour rejeter des perturbations extérieures. Cependant, son implémentation pour une commande de type *argmin* n'est pas directe. Dans la littérature, [80] semble être l'une des rares tentatives, à travers un modèle augmenté avec un état correspondant à l'intégrale de l'erreur en sortie. On note également [18] dont la méthode proposé permet entre autres de mettre en place une commande sur un modèle augmenté du même type que celui étudié dans [80].

Dans cette section, nous proposons une implémentation différente de l'action intégrale pour les systèmes affines à commutation. Le principe, résumé sur la Figure 3.7, est d'ajouter une boucle externe avec une action intégrale au schéma de commande, sous l'hypothèse que la dynamique de la boucle interne est « largement plus rapide » que celle de la boucle externe. Cette boucle vise à adapter le point de référence utilisé pour calculer la loi de commande, assurant ainsi la régulation de la sortie à sa référence pour des perturbations extérieures constantes ou variant lentement.

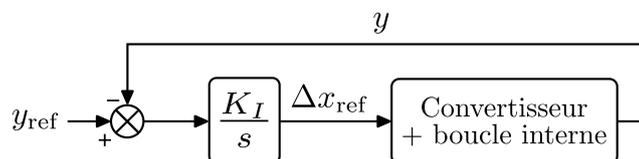


FIGURE 3.7 – Schéma de commande avec action intégrale

Comme nous nous intéressons au cas spécifique des convertisseurs statiques, nous proposons d'utiliser l'équation d'équilibre des puissances introduite dans la Section 2.2.3 pour calculer le gain de la correction intégrale. Cette équation fondamentale pour comprendre le fonctionnement d'un convertisseur nous renseigne sur l'équilibre atteignable en présence d'une perturbation.

L'idée est d'évaluer l'équation à la référence nominale, puis d'y ajouter une perturbation en sortie. Après simplification, nous obtenons une fonction de transfert entre l'erreur en sortie et l'erreur sur un paramètre du point d'équilibre. La connaissance de cette fonction de transfert permet ensuite de régler le gain de l'action intégrale avec les méthodes classiques de l'automatique linéaire.

Remarque 3.4 *La manipulation de l'équation d'équilibre des puissances nécessite la connaissance des paramètres à modifier en présence de perturbation pour remplir les objectifs de commande. L'analyse du système au cas par cas est donc nécessaire pour sélectionner la partie de la référence à adapter avec l'action intégrale.*

Contrairement à la loi de commande présentée dans la section précédente, l'action intégrale permet uniquement de rejeter des perturbations extérieures constantes ou variant lentement. Cependant, son implémentation est plus simple, et ne nécessite pas de mesures supplémentaires. Elle permet aussi de supprimer les erreurs statiques dues à une fréquence de commutation trop faible, comme nous allons le montrer avec l'exemple suivant.

3.2.2 Application au NPC

Pour illustrer les performances de la méthode avec action intégrale, nous allons l'appliquer à un convertisseur *Neutral Point Clamped* (NPC) [4]. Ce convertisseur multiniveaux introduit dans les années 1980 [126] est caractérisé par une sortie de bonne qualité harmonique et un haut rendement.

Modélisation

Le système considéré est un convertisseur NPC à trois niveaux, utilisé comme redresseur, dont le circuit est présenté sur la Figure 3.8.

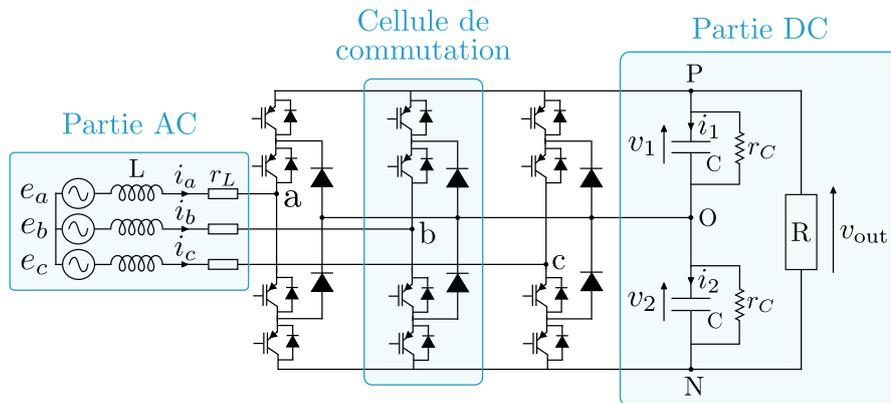


FIGURE 3.8 – Circuit d'un redresseur NPC à trois niveaux

On retrouve trois sources de tensions alternatives en entrée, noté e_a , e_b et e_c , chacune est connectée à une inductance L et une résistance parasite r_L . Du côté de la sortie, une charge résistive R est connectée en parallèle avec deux capacités C associées à des résistances parasites r_C . Pour simplifier la modélisation du côté alternatif, l'hypothèse suivante est introduite.

Hypothèse 3.3 *Le circuit fonctionne en mode équilibré. Ainsi,*

$$e_a + e_b + e_c = 0 \quad \text{et} \quad i_a + i_b + i_c = 0 \quad (3.25)$$

Sous cette hypothèse, on prendra $e_a = E \cos(\omega t)$, $e_b = E \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})$ et $e_c = E \cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})$.

Le circuit comporte 12 interrupteurs et 6 diodes, regroupés en 3 cellules de commutation, comme repéré sur la Figure 3.8. Le but de ces cellules est de connecter chaque phase a , b et c à un des points P , O ou N . Ainsi, nous pouvons modéliser l'état des interrupteurs à l'aide de 9 variables booléennes, notées u_{ij} , pour $i = \{a, b, c\}$ et $j = \{p, o, n\}$. $u_{ij} = 1$ signifie que la phase i est connectée au point j . Une phase ne peut être connectée qu'à un seul point à la fois, nous devons donc prendre en compte la contrainte suivante :

$$u_{ip} + u_{io} + u_{in} = 1 \quad \text{pour } i = \{a, b, c\} \quad (3.26)$$

Avec cette modélisation, une phase du circuit peut être représentée comme sur la Figure 3.9. En appliquant les lois de Kirchoffs, on obtient l'équation suivante pour chaque phase :

$$e_i = r_L \dot{i}_i + L \ddot{i}_i + \underbrace{v_{io} + v_{ok}}_{v_{ik}} \quad \text{pour } i = \{a, b, c\} \quad (3.27)$$

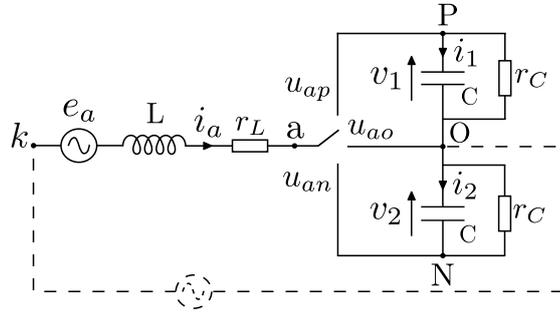


FIGURE 3.9 – Représentation d'une phase avec les variables de commande

A partir de l'Hypothèse 3.3 et de la relation 3.27, la somme des trois tensions d'entrées donne

$$\begin{aligned} e_a + e_b + e_c &= 3v_{ok} + v_{ao} + v_{bo} + v_{co} \\ \Leftrightarrow v_{ok} &= -\frac{v_{ao} + v_{bo} + v_{co}}{3} \\ \Leftrightarrow \begin{bmatrix} v_{ak} \\ v_{bk} \\ v_{ck} \end{bmatrix} &= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ao} \\ v_{bo} \\ v_{co} \end{bmatrix} := \mathcal{T} \begin{bmatrix} v_{ao} \\ v_{bo} \\ v_{co} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.28)$$

De plus, nous remarquons que

$$v_{io} = \begin{cases} 0 & \text{si } u_{io} = 1 \\ v_1 & \text{si } u_{ip} = 1 \\ -v_2 & \text{si } u_{in} = 1 \end{cases} \quad \text{pour } i = \{a, b, c\}$$

donc

$$\begin{bmatrix} v_{ao} \\ v_{bo} \\ v_{co} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{ap} \\ u_{bp} \\ u_{cp} \end{bmatrix} v_1 - \begin{bmatrix} u_{an} \\ u_{bn} \\ u_{cn} \end{bmatrix} v_2 \quad (3.29)$$

En intégrant (3.28) et (3.29) dans (3.27), nous obtenons le modèle suivant pour la partie alternative :

$$L \begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{i}_b \\ \dot{i}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} - r_L \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} - \mathcal{T} \left(\begin{bmatrix} u_{ap} \\ u_{bp} \\ u_{cp} \end{bmatrix} v_1 - \begin{bmatrix} u_{an} \\ u_{bn} \\ u_{cn} \end{bmatrix} v_2 \right)$$

En ce qui concerne la partie continue, nous remarquons qu'un courant de phase traverse une des capacités si la phase associée est connectée au point P ou N respectivement. De plus, une partie du courant est perdue dans les résistances parasites et envoyée à la charge R . Ainsi, par application des lois de Kirchoffs aux points P et N, nous obtenons les relations

$$\begin{aligned} i_1 &= u_{ap}i_a + u_{bp}i_b + u_{cp}i_c - \frac{v_1 + v_2}{R} - \frac{v_1}{r_C} \\ i_2 &= -(u_{an}i_a + u_{bn}i_b + u_{cn}i_c) - \frac{v_1 + v_2}{R} - \frac{v_2}{r_C} \end{aligned}$$

En regroupant les équations, le modèle complet du convertisseur est

$$\left\{ \begin{array}{l} L \begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{i}_b \\ \dot{i}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} - r_L \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} - \mathcal{T} \left(\begin{bmatrix} u_{ap} \\ u_{bp} \\ u_{cp} \end{bmatrix} v_1 - \begin{bmatrix} u_{an} \\ u_{bn} \\ u_{cn} \end{bmatrix} v_2 \right) \\ C\dot{v}_1 = u_{ap}i_a + u_{bp}i_b + u_{cp}i_c - \frac{v_1 + v_2}{R} - \frac{v_1}{r_C} \\ C\dot{v}_2 = -(u_{an}i_a + u_{bn}i_b + u_{cn}i_c) - \frac{v_1 + v_2}{R} - \frac{v_2}{r_C} \end{array} \right. \quad (3.30)$$

Cependant, outre l'objectif de régulation de la sortie $y = v_1 + v_2$, il faut également équilibrer les tensions aux bornes des condensateurs, tel que $v_1 = v_2$. Les changements de variable $v_+ = v_1 + v_2$ et $v_- = v_1 - v_2$ sont donc pertinents. Après application du changement de variable, le modèle s'écrit

$$\left\{ \begin{array}{l} L \begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{i}_b \\ \dot{i}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} - r_L \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \mathcal{T} \left(\begin{bmatrix} u_{ap} - u_{an} \\ u_{bp} - u_{bn} \\ u_{cp} - u_{cn} \end{bmatrix} v_+ - \begin{bmatrix} u_{ap} + u_{an} \\ u_{bp} + u_{bn} \\ u_{cp} + u_{cn} \end{bmatrix} v_- \right) \\ C\dot{v}_+ = (u_{ap} - u_{an})i_a + (u_{bp} - u_{bn})i_b + (u_{cp} - u_{cn})i_c - \frac{2r_C + R}{Rr_C} v_+ \\ C\dot{v}_- = (u_{ap} + u_{an})i_a + (u_{bp} + u_{bn})i_b + (u_{cp} + u_{cn})i_c - \frac{v_-}{r_C} \end{array} \right. \quad (3.31)$$

Dans le contexte de l'Hypothèse 3.3, il est possible de simplifier le modèle en utilisant la transformée de Clarke-Concordia réduite, introduite dans la Définition 2.1. Pour rappel, cette transformation permet de transformer un vecteur dans la base abc en un vecteur dans une base $\alpha\beta$, telle que

$$\begin{bmatrix} g_\alpha \\ g_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_a \\ g_b \\ g_c \end{bmatrix} = \mathcal{C} \begin{bmatrix} g_a \\ g_b \\ g_c \end{bmatrix}$$

En multipliant le modèle (3.31) par \mathcal{C} à gauche, celui-ci devient

$$\left\{ \begin{array}{l} L \begin{bmatrix} \dot{i}_\alpha \\ \dot{i}_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} - r_L \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{6}}{6} & -\frac{\sqrt{6}}{12} & -\frac{\sqrt{6}}{12} \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{4} & -\frac{\sqrt{2}}{4} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} u_{ap} - u_{an} \\ u_{bp} - u_{bn} \\ u_{cp} - u_{cn} \end{bmatrix} v_+ - \begin{bmatrix} u_{ap} + u_{an} \\ u_{bp} + u_{bn} \\ u_{cp} + u_{cn} \end{bmatrix} v_- \right) \\ C\dot{v}_+ = \sqrt{6} \frac{2(u_{ap}-u_{an})-(u_{bp}-u_{bn})-(u_{cp}-u_{cn})}{6} i_\alpha + \sqrt{2} \frac{(u_{bp}-u_{bn})-(u_{cp}-u_{cn})}{2} i_\beta - \frac{v_+}{R_{\text{eq}}} \\ C\dot{v}_- = \sqrt{6} \frac{2(u_{ap}+u_{an})-(u_{bp}+u_{bn})-(u_{cp}+u_{cn})}{6} i_\alpha + \sqrt{2} \frac{(u_{bp}+u_{bn})-(u_{cp}+u_{cn})}{2} i_\beta - \frac{v_-}{r_C} \end{array} \right. \quad (3.32)$$

où $e_\alpha = V_{\alpha\beta} \cos(\omega t)$, $e_\beta = V_{\alpha\beta} \sin(\omega t)$, $V_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{3}{2}}E$ et $R_{\text{eq}} = \frac{Rr_C}{2r_C+R}$.

Pour $x = [i_\alpha \ i_\beta \ v_+ \ v_-]^T$ comme vecteur d'état et $y = v_+$ comme sortie, nous obtenons finalement un modèle d'état bilinéaire de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = \left(A_0 + u_{ap}A_{u_{ap}} + u_{an}A_{u_{an}} + u_{bp}A_{u_{bp}} + u_{bn}A_{u_{bn}} + u_{cp}A_{u_{cp}} + u_{cn}A_{u_{cn}} \right) x + B_0 v_{in} \\ y = [0 \ 0 \ 1 \ 0] x := C_0 x \end{cases} \quad (3.33)$$

où :

$$\begin{aligned} A_0 &= \begin{bmatrix} -\frac{rL}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{rL}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R_{eq}C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{Cr_C} \end{bmatrix} & B_0 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} v_{in} = \begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} \\ A_{u_{ap}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{\sqrt{6}}{6L} & -\frac{\sqrt{6}}{6L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{3C} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{3C} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & A_{u_{an}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\sqrt{6}}{6L} & -\frac{\sqrt{6}}{6L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\sqrt{6}}{3C} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{3C} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A_{u_{bp}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\sqrt{6}}{12L} & \frac{\sqrt{6}}{12L} \\ 0 & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{4L} & -\frac{\sqrt{2}}{4L} \\ -\frac{\sqrt{6}}{6C} & \frac{\sqrt{2}}{2C} & 0 & 0 \\ -\frac{\sqrt{6}}{6C} & \frac{\sqrt{2}}{2C} & 0 & 0 \end{bmatrix} & A_{u_{bn}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\sqrt{6}}{12L} & -\frac{\sqrt{6}}{12L} \\ 0 & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{4L} & \frac{\sqrt{2}}{4L} \\ \frac{\sqrt{6}}{6C} & -\frac{\sqrt{2}}{2C} & 0 & 0 \\ -\frac{\sqrt{6}}{6C} & \frac{\sqrt{2}}{2C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A_{u_{cp}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\sqrt{6}}{12L} & \frac{\sqrt{6}}{12L} \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{4L} & \frac{\sqrt{2}}{4L} \\ -\frac{\sqrt{6}}{6C} & -\frac{\sqrt{2}}{2C} & 0 & 0 \\ -\frac{\sqrt{6}}{6C} & -\frac{\sqrt{2}}{2C} & 0 & 0 \end{bmatrix} & A_{u_{cn}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{\sqrt{6}}{12L} & \frac{\sqrt{6}}{12L} \\ 0 & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{4L} & \frac{\sqrt{2}}{4L} \\ \frac{\sqrt{6}}{6C} & \frac{\sqrt{2}}{2C} & 0 & 0 \\ -\frac{\sqrt{6}}{6C} & -\frac{\sqrt{2}}{2C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Pour obtenir un modèle affine à commutation, les configurations du circuit doivent être listées et ordonnées pour définir les modes du système. La contrainte (3.26) doit être prise en compte dans cette définition pour écarter les combinaisons interdites. Ainsi, même si $m = 9$ variables binaires sont nécessaires pour décrire l'état des interrupteurs, seules 27 configurations de ces variables sont autorisées, au lieu de $2^m = 512$. A partir de cette remarque et de la démarche proposée dans la Section 2.1.2, la définition des modes et les matrices A_{λ_i} associées sont données dans la Table 3.4.

Après changement de variable, on obtient un modèle affine à commutation de la forme

$$\begin{cases} \dot{x} = \left(A_0 + \sum_{i=1}^{27} \lambda_i A_{\lambda_i} \right) x + B_0 v_{in} = A(\lambda)x + B_0 v_{in} \\ y = C_0 x \end{cases} \quad (3.34)$$

où les variables λ_i sont les nouvelles variables de commande, telles que $\lambda \in \Lambda_S$. Elles permettent de rendre actif un des modes définis dans la Table 3.4.

Il nous reste à définir l'état de référence du système à partir des objectifs de commande, qui sont :

- Stabiliser la sortie y à une référence constante y_{ref} donnée
- Assurer un facteur de puissance unitaire en ayant les courants et les tensions d'entrée en phase
- Équilibrer les tensions aux bornes des capacités en sortie

Mode (i)	u_{ap}	u_{an}	u_{ao}	u_{bp}	u_{bn}	u_{bo}	u_{cp}	u_{cn}	u_{co}	A_{λ_i}
1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0	1	0	1	0	A_{ucn}
3	0	0	1	0	0	1	1	0	0	A_{ucp}
4	0	0	1	0	1	0	0	0	1	A_{ubn}
5	0	0	1	0	1	0	0	1	0	$A_{ubn} + A_{ucn}$
6	0	0	1	0	1	0	1	0	0	$A_{ubn} + A_{ucp}$
7	0	0	1	1	0	0	0	0	1	A_{ubp}
8	0	0	1	1	0	0	0	1	0	$A_{ubp} + A_{ucn}$
9	0	0	1	1	0	0	1	0	0	$A_{ubp} + A_{ucp}$
10	0	1	0	0	0	1	0	0	1	A_{uan}
11	0	1	0	0	0	1	0	1	0	$A_{uan} + A_{ucn}$
12	0	1	0	0	0	1	1	0	0	$A_{uan} + A_{ucp}$
13	0	1	0	0	1	0	0	0	1	$A_{uan} + A_{ubn}$
14	0	1	0	0	1	0	0	1	0	$A_{uan} + A_{ubn} + A_{ucn}$
15	0	1	0	0	1	0	1	0	0	$A_{uan} + A_{ubn} + A_{ucp}$
16	0	1	0	1	0	0	0	0	1	$A_{uan} + A_{ubp}$
17	0	1	0	1	0	0	0	1	0	$A_{uan} + A_{ubp} + A_{ucn}$
18	0	1	0	1	0	0	1	0	0	$A_{uan} + A_{ubp} + A_{ucp}$
19	1	0	0	0	0	1	0	0	1	A_{uap}
20	1	0	0	0	0	1	0	1	0	$A_{uap} + A_{ucn}$
21	1	0	0	0	0	1	1	0	0	$A_{uap} + A_{ucp}$
22	1	0	0	0	1	0	0	0	1	$A_{uap} + A_{ubn}$
23	1	0	0	0	1	0	0	1	0	$A_{uap} + A_{ubn} + A_{ucn}$
24	1	0	0	0	1	0	1	0	0	$A_{uap} + A_{ubn} + A_{ucp}$
25	1	0	0	1	0	0	0	0	1	$A_{uap} + A_{ubp}$
26	1	0	0	1	0	0	0	1	0	$A_{uap} + A_{ubp} + A_{ucn}$
27	1	0	0	1	0	0	1	0	0	$A_{uap} + A_{ubp} + A_{ucp}$

TABLE 3.4 – Modes et changements de variables

Le premier et le troisième objectif définissent directement les références de v_+ et v_- . A partir des expressions de v_α et v_β (voir (3.32)), le deuxième objectif nous suggère que les courants i_α et i_β doivent être de la forme $I_{\alpha\beta} \cos(\omega t)$ et $I_{\alpha\beta} \sin(\omega t)$ respectivement pour être en phase avec les tensions d'entrée. Ainsi, la trajectoire de référence de l'état x_{ref} s'exprime

$$x_{\text{ref}}(t) = \begin{bmatrix} i_{\alpha\text{ref}}(t) \\ i_{\beta\text{ref}}(t) \\ v_{+\text{ref}} \\ v_{-\text{ref}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{\alpha\beta} \cos(\omega t) \\ I_{\alpha\beta} \sin(\omega t) \\ y_{\text{ref}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

où $I_{\alpha\beta}$ est une constante qu'il reste à définir. Pour ce faire, l'équation d'équilibre des puissances est un outil intéressant. A partir du modèle d'état, elle s'exprime

$$Li_\alpha \dot{i}_\alpha + Li_\beta \dot{i}_\beta + \frac{C}{2} v_+ \dot{v}_+ + \frac{C}{2} v_- \dot{v}_- = -r_L(i_\alpha^2 + i_\beta^2) + e_\alpha i_\alpha + e_\beta i_\beta - \frac{v_+^2}{2R_{\text{eq}}} - \frac{v_-^2}{2r_C} \quad (3.36)$$

En évaluant cette expression pour $x = x_{\text{ref}}$ donnée par (3.35), nous obtenons l'égalité

$$0 = -r_L I_{\alpha\beta}^2 + V_{\alpha\beta} I_{\alpha\beta} - \frac{y_{\text{ref}}^2}{2R_{\text{eq}}} \quad (3.37)$$

Pour une référence y_{ref} donnée, $I_{\alpha\beta}$ s'exprime donc

$$I_{\alpha\beta} = \frac{V_{\alpha\beta}}{2r_L} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{2r_L y_{\text{ref}}^2}{V_{\alpha\beta}^2 R_{\text{eq}}}} \right) \quad \text{pour} \quad y_{\text{ref}} < V_{\alpha\beta} \sqrt{\frac{R_{\text{eq}}}{2r_L}} \quad (3.38)$$

La plus petite des solutions doit être sélectionnée pour réduire la puissance dans le système.

Remarque 3.5 L'objectif de commande peut aussi s'exprimer à partir des puissances instantanées active p_a et réactive q_r définies par [111]

$$\begin{bmatrix} p_a \\ q_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta \\ -e_\beta & e_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

Avec ces définitions, les objectifs de commande se résument à $p_a = p_{\text{ref}}$, $q_r = 0$, $v_+ = y_{\text{ref}}$ et $v_- = 0$ où p_{ref} doit être déterminé. L'équilibre des puissances évaluées à la référence s'écrit

$$0 = -r_L \frac{p_{\text{ref}}^2}{V_{\alpha\beta}^2} + p_{\text{ref}} - \frac{y_{\text{ref}}^2}{2R_{\text{eq}}}$$

Après résolution, nous obtenons $p_{\text{ref}} = I_{\alpha\beta} V_{\alpha\beta}$ pour $I_{\alpha\beta}$ donné par (3.38).

Mise en place d'un observateur et commande

Nous allons considérer le cas où l'état n'est pas complètement disponible pour calculer la loi de commande. Pour y remédier, nous mettons en place un observateur de la forme (3.18), qui s'écrit pour cet exemple

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A(\lambda)\hat{x} + B_0 v_{\text{in}} + L(\lambda)(y_m - \hat{y}_m) \\ \hat{y}_m = C_{m0}\hat{x} \end{cases} \quad (3.40)$$

où le vecteur de mesure est

$$y_m = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} x := C_{m0}x$$

D'après le Théorème 4, l'observateur permettra de reconstruire asymptotiquement l'état si l'Hypothèse 3.1 est satisfaite. Pour satisfaire l'hypothèse, pour une matrice symétrique définie positive $Q_0 \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ donnée, il faut qu'il existe une matrice symétrique définie positive $S \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ et des matrices $W_{\lambda_i} \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$ telles que la LMI

$$(A_0 + A_{\lambda_i})^T S + S(A_0 + A_{\lambda_i}) - C_{m0}^T W_{\lambda_i}^T - W_{\lambda_i} C_{m0} + 2Q_0 < 0 \quad (3.41)$$

soit satisfaite $\forall i = 1, \dots, 27$. Si l'hypothèse est satisfaite, et qu'il existe des matrices symétrique définies positives $P \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ et $Q_C \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ satisfaisant la condition (3.6), la loi de commande

$$\lambda \in \underset{\lambda \in \Lambda_S}{\text{argmin}} (\hat{x} - x_{\text{ref}})^T P (A(\lambda)\hat{x} + B(\lambda)v_{\text{in}}) = \underset{\lambda \in \Lambda_S}{\text{argmin}} (\hat{x} - x_{\text{ref}})^T P A(\lambda)\hat{x} \quad (3.42)$$

stabilise asymptotiquement l'origine de l'erreur de poursuite $e = x - x_{\text{ref}}$, par application du Théorème 5.

Calcul du gain de l'action intégrale

Regardons maintenant la synthèse de la partie action intégrale du schéma de commande. L'idée est de modifier l'amplitude de la référence du courant $I_{\alpha\beta}$ en y ajoutant un terme $\Delta I_{\alpha\beta}$, obtenue avec une boucle avec action intégrale, telle que

$$x_{\text{ref}}(t) = \begin{bmatrix} (I_{\alpha\beta} + \Delta I_{\alpha\beta}) \cos(\omega t) \\ (I_{\alpha\beta} + \Delta I_{\alpha\beta}) \sin(\omega t) \\ y_{\text{ref}} \\ 0 \end{bmatrix}$$

où

$$\Delta I_{\alpha\beta}(t) = K_I \int_0^t (y_{\text{ref}} - v_+(u)) du$$

où K_I est un gain constant à déterminer. Le schéma de commande avec la boucle intégrale est représenté sur la Figure 3.10, où la boucle interne correspond au convertisseur en boucle fermée avec l'observateur (3.40) et la loi de commande (3.42).

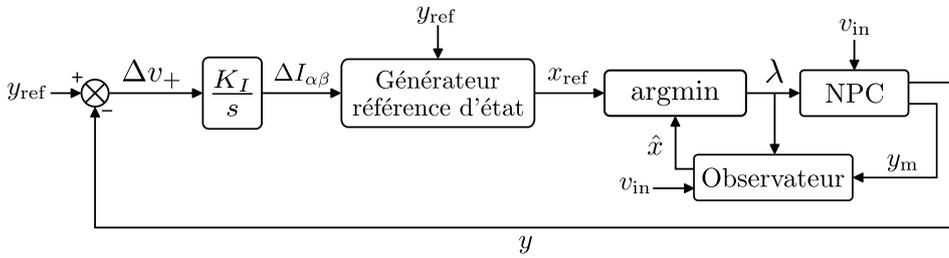


FIGURE 3.10 – Schéma de commande complet

Pour calculer le gain K_I , nous faisons l'hypothèse que la dynamique de la boucle interne est « largement plus rapide » que celle introduite par la boucle externe. Dans ce contexte, la fonction de transfert entre $\Delta I_{\alpha\beta}$ et l'erreur en sortie $\Delta v_+ = y_{\text{ref}} - y$ peut être approximée à l'aide de l'équation d'équilibre des puissances.

Pour cela, nous introduisons des perturbations dans l'équilibre, telles que $v_+ = y_{\text{ref}} - \Delta v_+$, $i_\alpha = (I_{\alpha\beta} + \Delta I_{\alpha\beta}) \cos(\omega t)$, $i_\beta = (I_{\alpha\beta} + \Delta I_{\alpha\beta}) \sin(\omega t)$ et $v_- = 0 - \Delta v_-$. L'équilibre des puissances (3.36) devient alors :

$$\frac{C}{2} (y_{\text{ref}} - \Delta v_+) \Delta \dot{v}_+ = -r_L (I_{\alpha\beta} + \Delta I_{\alpha\beta})^2 + V_{\alpha\beta} (I_{\alpha\beta} + \Delta I_{\alpha\beta}) - \frac{(y_{\text{ref}} - \Delta v_+)^2}{2R_e} - \frac{(0 - \Delta v_-)^2}{2r_C}$$

En prenant en compte l'égalité (3.37) et en retenant uniquement les termes du premier ordre, nous obtenons

$$\frac{C y_{\text{ref}}}{2} \Delta \dot{v}_+ = -2r_L I_{\alpha\beta} \Delta I_{\alpha\beta} + V_{\alpha\beta} \Delta I_{\alpha\beta} - \frac{y_{\text{ref}}}{R_{\text{eq}}} \Delta v_+$$

ce qui correspond à la fonction de transfert

$$G_{v_+}(s) = \frac{\Delta v_+}{\Delta I_{\alpha\beta}} = \frac{(V_{\alpha\beta} - 2r_L I_{\alpha\beta}) R_{\text{eq}}}{1 + \frac{R_{\text{eq}} C}{2} s} := \frac{K}{1 + T s}$$

En considérant le schéma de commande résumé sur la Figure 3.10, la fonction de transfert de la boucle ouverte est donnée par

$$\frac{KK_I}{s(1+Ts)}$$

Si la marge de phase désirée est de $\pi/3$ rad, un simple calcul donne

$$K_I = \frac{2}{3KT} = \frac{4y_{\text{ref}}}{3R_{\text{eq}}^2 C (V_{\alpha\beta} - 2r_L I_{\alpha\beta})} \quad (3.43)$$

Simulation

Pour illustrer les performances de la méthode décrite, nous allons simuler un convertisseur NPC tel que modélisé dans la section précédente, avec les paramètres donnés dans la Table 3.5. Avec ces valeurs, la puissance active à la référence est $p_{\text{ref}} = 782.02$ W.

Paramètre	Valeur
L	15 mH
r_L	0.4 Ω
C	1500 μF
r_C	20 k Ω
E	72 V
R	30 Ω
y_{ref}	150 V
ω	$2\pi \times 50$ rad/s

TABLE 3.5 – Paramètres de la simulation

Pour trouver la matrice P nécessaire au calcul de la loi de commande, nous utilisons MATLAB et un solveur SDP pour résoudre les LMIs (3.6) pour $Q_C = \mathbb{I}_4$ tout en minimisant la trace de P . La même méthode est utilisée pour trouver une matrice S et des matrices W_{λ_i} à partir des LMIs (3.41), pour $Q_O = 10^{-2}\mathbb{I}_4$, sous la contrainte $S > 10^{-4}\mathbb{I}_4$ tout en minimisant la trace de S . Les valeurs obtenues sont :

$$P = \begin{bmatrix} 599.97 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 599.97 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 22.63 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 30.00 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad S = \begin{bmatrix} 3.75 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times 10^{-4}$$

et 27 gains L_{λ_i} , données en Annexe A.

Au démarrage de la simulation, la boucle externe est désactivée pour limiter les dépassements et observer le comportement du système sans cette boucle. Elle est activée après 0.2s. Pour un pas de simulation de $T_{\text{int}} = 50\mu\text{s}$ et un état initial $x_0 = [0 \ 0 \ 15 \ 5]^T$, la Figure 3.11 présente l'évolution des courants réels et estimés au démarrage de la simulation, ainsi que leurs références. Les états observés tendent vers les états du système après une période transitoire, et tous suivent leurs références. Pour comparaison, la Figure 3.12 montrent les mêmes signaux que la Figure 3.11 mais dans le repère abc .

A partir de 0.4s de simulation, des perturbations constantes affectent le système, au niveau de l'amplitude des tensions d'entrée et de la tension de sortie. Leurs évolutions ainsi que l'évolution de l'amplitude de la référence de courant adaptée avec l'action intégrale $I_{\alpha\beta} + \Delta I_{\alpha\beta}$ sont reportées sur les Figures 3.13 et 3.14 respectivement. La référence s'adapte à chaque fois qu'une perturbation affecte le système, ce qui assure que les objectifs soient toujours atteints.

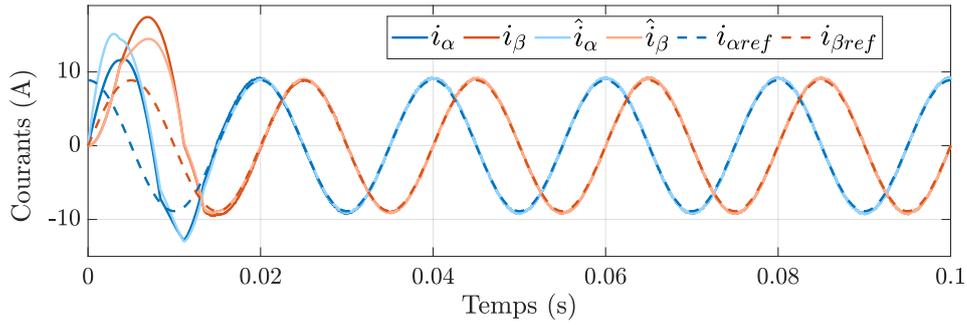


FIGURE 3.11 – Courants du système et de l'observateur, avec leurs références

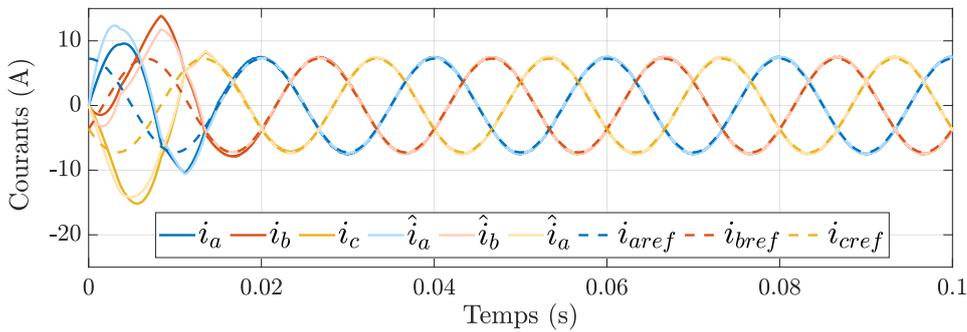
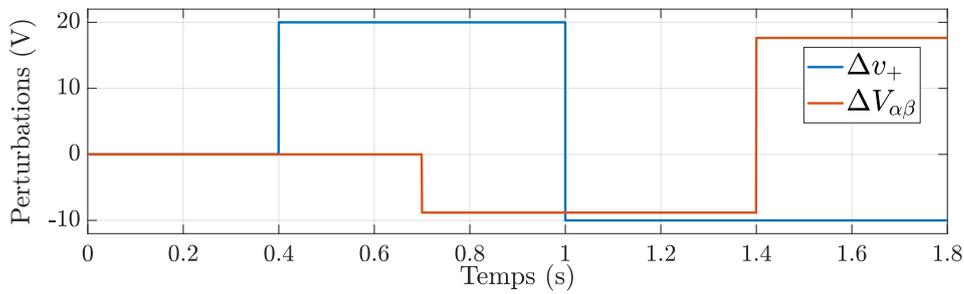
FIGURE 3.12 – Courants dans les coordonnées abc 

FIGURE 3.13 – Évolution des perturbations

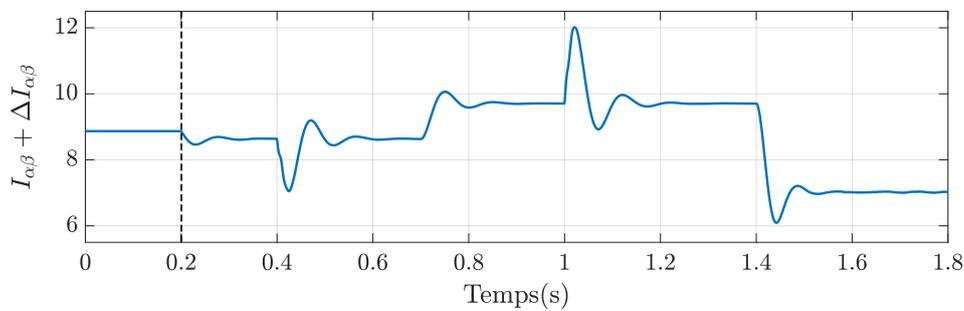


FIGURE 3.14 – Évolution de l'amplitude des références des courants

L'évolution des puissances instantanées p_a et q_r , les erreurs de stabilisation et de reconstruction des courants i_α et i_β , de la tension de sortie v_+ et de la différence v_- sont présentées sur les Figures 3.15, 3.17, 3.16 et 3.18 respectivement.

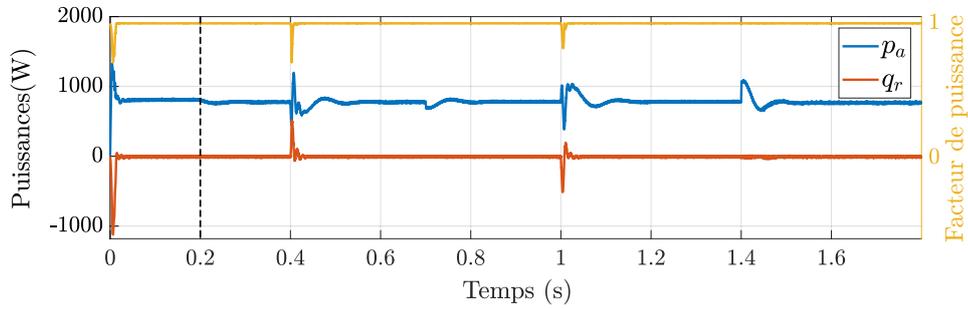


FIGURE 3.15 – Puissances instantanées et facteur de puissance

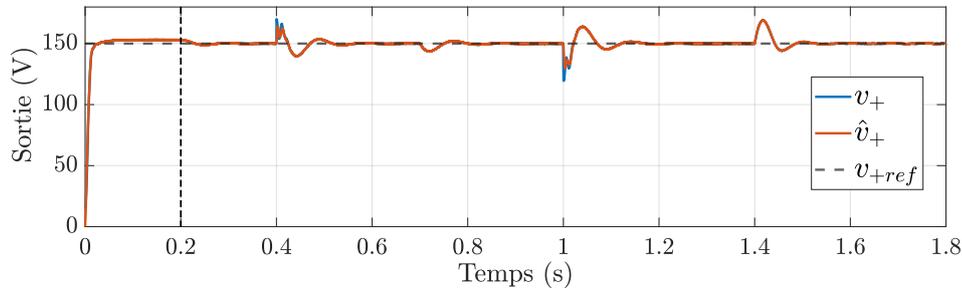


FIGURE 3.16 – Tension de sortie du système et de l'observateur, et sa référence

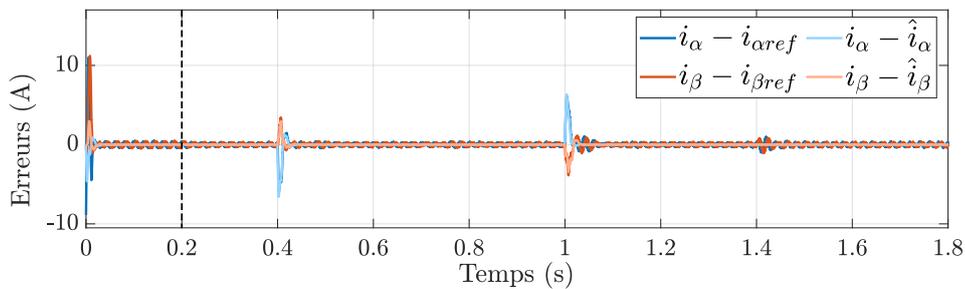


FIGURE 3.17 – Erreurs de régulation et de reconstruction des courants

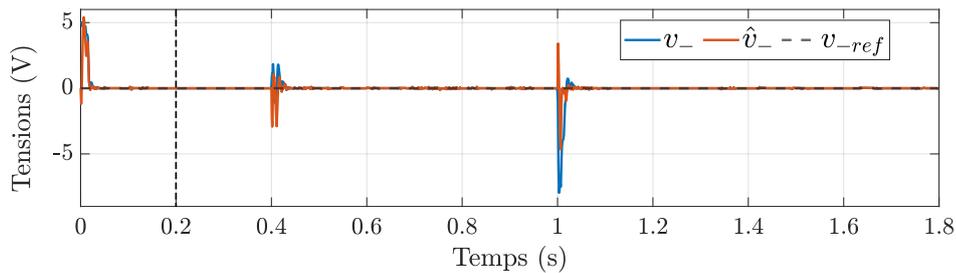


FIGURE 3.18 – Différence de tension du système et de l'observateur, et sa référence

La tension de sortie v_+ et la puissance active p_a présentent une erreur de statique de 2% et 3.2% respectivement avant que la boucle externe ne soit activée. Ces erreurs sont dues au calcul de la commande en discontinue pour la simulation, et donc plus généralement à une fréquence de commutation insuffisante. Elles disparaissent lorsque la boucle externe est ajoutée, la sortie est donc bien régulée autour de sa référence. Les variables d'état et les puissances sont affectées par les perturbations, mais régulées à leurs références aussi. En particulier, on note sur la Figure 3.15 que le facteur de puissance revient toujours à 1 après une phase transitoire. La puissance réactive q_r et le facteur de puissance sont peu affectés par les perturbations $\Delta V_{\alpha\beta}$ sur les tensions d'entrée, car ce changement d'amplitude n'affecte pas le décalage de phase entre les tensions et les courants d'entrées.

De plus, toutes les erreurs de reconstruction tendent vers 0 après chaque perturbation, ce qui nous montre que l'observateur fonctionne correctement. Ces erreurs ne sont affectées que par les perturbations Δv_+ sur la tension de sortie, car les tensions d'entrées sont mesurées et directement utilisées dans le calcul de l'observateur.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la régulation des systèmes affines à commutation en présence de perturbations extérieures. Deux lois de commande ont été proposées.

La première se base sur un observateur qui permet de calculer la commande à partir d'un nombre réduit de mesures. Les gains de l'observateur se calculent à l'aide de conditions LMIs, qui peuvent être résolues efficacement à l'aide d'un solveur SDP. Le cadre d'étude considère que les perturbations extérieures sont mesurées, l'information peut donc être utilisée pour calculer un point de référence associé à la condition $y = y_{\text{ref}}$. Cependant, cette méthode demande de mettre à jour la référence en ligne, ce qui peut être contraignant à implémenter. De plus, la mesure des perturbations extérieures est nécessaire, ce qui n'est pas toujours possible.

La deuxième loi de commande explore un schéma de commande avec une action intégrale permettant de rejeter des perturbations constantes non mesurées. Dans un contexte plus spécifique aux convertisseurs, nous avons proposé d'exploiter l'équation d'équilibre des puissances pour calculer le gain de la boucle intégrale. En plus de réguler la sortie à sa référence, les simulations ont montré que cette loi de commande permet d'annuler l'erreur statique due à une fréquence de commutation trop faible.

Cependant, les conditions LMIs proposées pour la commande et l'observateur ne sont pas remplies par tous les convertisseurs (comme le flying capacitor ou le buck entrelacé). Pour étendre les résultats, il serait intéressant de proposer des conditions moins contraignantes, adaptés aux convertisseurs en question.

Une dernière contribution, non présentée dans ce manuscrit, porte sur l'introduction d'un estimateur non-linéaire de l'état de référence, toujours pour réguler la sortie en présence de perturbations non mesurées. L'estimation est possible grâce à un observateur qui fournit une estimation des perturbations extérieures. L'estimateur reconstruit asymptotiquement l'état de référence, sans connaissance d'une relation explicite entre celui-ci et les perturbations. Cette idée fait l'objet d'un article en cours de rédaction.

Les lois de commande présentées dans ce chapitre se veulent générales, dans le sens où elle s'applique à un grand nombre de convertisseurs. Cependant, une loi de commande générale peut présenter des performances médiocres, étant donné qu'elle n'a pas été conçue spécifiquement pour un système donné. Ainsi, le chapitre suivant présente une spécification de la loi de commande de type *argmin* adaptée à une classe de convertisseur pour lesquels la loi générale n'est pas efficace.

Chapitre 4

Commande *argmin* restreinte

Contenu

Introduction	85
4.1 Modèle et motivation	85
4.2 Commande restreinte	90
4.3 Commande restreinte avec retour d'état	92
4.4 Application au Cascaded H-Bridge	93
4.4.1 Modélisation	93
4.4.2 Simulation	95
Conclusion	101

Introduction

La présence de redondance dans la structure d'un système implique une certaine liberté dans sa commande, et améliore sa robustesse aux pannes. Concernant les convertisseurs, cette caractéristique se retrouve particulièrement chez les convertisseurs multiniveaux [127]. Plus précisément, la redondance implique :

- La possibilité d'avoir plusieurs configurations des interrupteurs qui génèrent une même commande
- Un large choix de commande pouvant stabiliser un point d'équilibre du système.

L'objectif de cette thèse est de présenter une approche générale de commande pour les convertisseurs, à partir de la méthode de commande de type *argmin*. Ce type de commande, par sa formulation, peut ne pas pleinement exploiter les avantages de la redondance d'un circuit pour le commander. La question qui se pose alors est : *Comment reformuler la commande de type argmin pour exploiter la redondance d'un convertisseur ?*

Dans ce chapitre, nous abordons cette problématique pour une classe spécifique de modèles, liée aux convertisseurs qui utilisent des cellules pont en H pour moduler la tension d'entrée.

4.1 Modèle et motivation

Nous nous intéressons à une classe de modèle pouvant présenter une redondance dans la commande, décrit par un modèle de la forme

$$\dot{x} = A_0x + B_0s(u)v_{in}, \quad (4.1)$$

où $A_0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_0 \in \mathbb{R}^n$, $v_{in} \in \mathbb{R}$, $s : \{0, 1\}^m \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction linéaire des composantes de u . Pour $u \in \{0, 1\}^m$, il est clair que la fonction $s(u)$ ne peut prendre qu'un ensemble fini de valeurs fixes, et $s(0_m) = 0$. Cette classe de modèle représente donc des convertisseurs dont les

interrupteurs permettent de moduler la tension (ou le courant) d'entrée. On peut alors définir $v(u) := s(u)v_{\text{in}}$ la tension d'entrée modulée par la commande, et réécrire le modèle sous la forme

$$\dot{x} = A_0x + B_0v(u). \quad (4.2)$$

Cette classe de modèle est linéaire en l'état x , et constitue un cas particulier de la classe des systèmes à relais [34, 35, 128]. La loi de commande de type *argmin*, comme définie par (3.3), peut être utilisée pour commander le système (4.2) si la matrice A_0 est Hurwitz. Pour la suite de la discussion, nous posons cette hypothèse :

Hypothèse 4.1 *La matrice A_0 du système (4.1) est Hurwitz.*

Sous l'Hypothèse 4.1, pour une matrice symétrique définie positive $Q_C \in \mathbb{R}^{n \times n}$ donnée, il existe une matrice symétrique définie positive $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ qui satisfait la LMI

$$A_0^T P + P A_0 + 2Q_C < 0. \quad (4.3)$$

L'objectif de commande est de stabiliser l'origine de l'erreur de poursuite $e = x - x_{\text{ref}}$, où x_{ref} est une trajectoire admissible telle que $x_{\text{ref}} \in X_{\text{traj}}$, où X_{traj} est définie par (2.9).

Remarque 4.1 $x_{\text{ref}} \in X_{\text{traj}}$ implique qu'il existe $u_{\text{ref}} : [0, \infty) \rightarrow [0, 1]^m$ tel que

$$\dot{x}_{\text{ref}} = A(u_{\text{ref}})x_{\text{ref}} + B(u_{\text{ref}})v_{\text{in}} = A_0x_{\text{ref}} + B_0v(u_{\text{ref}})$$

où la deuxième égalité est obtenue pour la classe de système étudiée. Une redondance dans la commande implique que u_{ref} n'est pas forcément unique pour un x_{ref} donné, ce qui n'est pas problématique car l'objectif de commande ne concerne que x_{ref} . Pour éviter de faire référence à une commande de référence u_{ref} particulière par la suite, nous noterons

$$\dot{x}_{\text{ref}} = A_0x_{\text{ref}} + B_0v_{\text{ref}} \quad (4.4)$$

De plus, pour $v_{\min} = \min_{d \in \{0,1\}^m} v(d)$ et $v_{\max} = \max_{d \in \{0,1\}^m} v(d)$, un signal x_{ref} est admissible, soit $x_{\text{ref}} \in X_{\text{traj}}$, s'il existe un signal $v_{\text{ref}} : [0, \infty) \rightarrow [v_{\min}, v_{\max}]$ tel que l'égalité (4.4) soit satisfaite.

Pour étudier la stabilité de l'origine de l'erreur de poursuite pour une loi de commande de u donnée, considérons la fonction de Lyapunov $V(e) = \frac{1}{2}e^T P e$, où la matrice $P = P^T > 0$ satisfait la condition (4.3). La fonction V est clairement définie positive et radialement non bornée. Sa dérivée le long des trajectoires du système (4.2) est donnée par :

$$\dot{V}(e) = e^T P (A_0x + B_0v(u) - \dot{x}_{\text{ref}}) = e^T P A_0 e + e^T P B_0 (v(u) - v_{\text{ref}}),$$

où la dernière égalité est obtenue à partir de la définition d'une trajectoire admissible. En prenant en compte l'hypothèse sur la matrice P , on peut énoncer le Lemme suivant.

Lemme 4.1 *Pour P satisfaisant l'inégalité (4.3), une loi de commande de u telle que l'inégalité*

$$e^T P B_0 (v(u) - v_{\text{ref}}) \leq 0 \quad (4.5)$$

est toujours satisfaite assure la stabilité asymptotique de l'origine $e = 0$ de l'erreur de poursuite pour le système (4.2) au sens de Filippov.

Preuve

Soit la fonction de Lyapunov $V(e) = \frac{1}{2}e^T P e$ où $P = P^T > 0$ satisfait l'inégalité (4.3). Cette fonction est clairement définie positive et radialement non bornée. De plus, sa dérivée temporelle est

$$\dot{V}(e) = e^T P (A_0 e + B_0 (v(u) - v_{\text{ref}}))$$

En prenant en compte l'inégalité (4.3), nous obtenons

$$\dot{V}(e) \leq -e^T Q_C e + e^T P B_0 (v(u) - v_{\text{ref}})$$

Puisque Q_C est définie positive, $-e^T Q_C e < 0$. Il est donc suffisant d'assurer $e^T P B_0 (v(u) - v_{\text{ref}}) \leq 0$ pour vérifier $\dot{V}(e) < 0$, qui implique que l'origine de e est asymptotiquement stable ■

Le Lemme 4.1 nous indique que plusieurs valeurs de u peuvent stabiliser le système, tant quelles remplissent la condition (4.5). Nous avons donc un degré de liberté pour construire une loi de commande. En particulier, la loi de commande *argmin* classique satisfait les conditions du lemme, comme le montre la Proposition 4.1. La formulation du résultat exploite le fait que la matrice dynamique est fixe pour la classe de système étudiée, l'expression de la loi de commande (3.3) se simplifie donc telle que :

$$\operatorname{argmin}_{d \in \{0,1\}^m} e^T P (A_0 x + B_0 v(d)) = \operatorname{argmin}_{d \in \{0,1\}^m} e^T P B_0 v(d) \quad (4.6)$$

Proposition 4.1 *Sous l'Hypothèse 4.1, la loi de commande*

$$u \in \operatorname{argmin}_{d \in \{0,1\}^m} e^T P B_0 v(d) \quad (4.7)$$

stabilise asymptotiquement l'origine de e au sens de Filippov.

Preuve

En considérant la même fonction de Lyapunov que dans le Lemme 4.1, où la matrice P satisfait l'inégalité (4.3), on a

$$\dot{V}(e) \leq -e^T Q_C e + e^T P B_0 (v(u) - v_{\text{ref}})$$

Par construction de la loi de commande de type *argmin* (4.7), l'inégalité

$$\min_{v \in \{0,1\}^m} e^T P B_0 v(u) \leq e^T P B_0 v_{\text{ref}}$$

est satisfaite, car la linéarité de la fonction implique que le minimum est atteint pour u appartenant à un des sommets du polytope $[0, 1]^m$. Pour u donné par (4.7), l'inégalité

$$e^T P B_0 (v(u) - v_{\text{ref}}) \leq 0,$$

est donc satisfaite, ce qui nous permet d'appliquer le Lemme 4.1 pour conclure. ■

Pour la classe de système étudiée, la loi de commande (4.7) ne peut prendre des valeurs que dans deux sous-ensembles :

$$\operatorname{argmin}_{d \in \{0,1\}^m} e^T P B_0 v(d) \in \begin{cases} \operatorname{argmax}_{d \in \{0,1\}^m} v(d) & \text{si } e^T P B_0 < 0 \\ \operatorname{argmin}_{d \in \{0,1\}^m} v(d) & \text{si } e^T P B_0 > 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

Les deux sous-ensembles de commande génèrent les valeurs minimale et maximale de $v(u)$. Cependant, ces valeurs extrêmes peuvent induire des oscillations significatives des variables d'états, lorsqu'on considère qu'en pratique la commande n'est pas continue. Nous allons illustrer cette affirmation avec l'exemple d'un convertisseur pont en H avec une charge RL, et pour des valeurs de tension d'entrée v_{in} différentes.

Exemple 4.1 Commande d'un pont en H avec charge RL

La Figure 4.1 présente le circuit d'un convertisseur pont en H avec une charge RL.

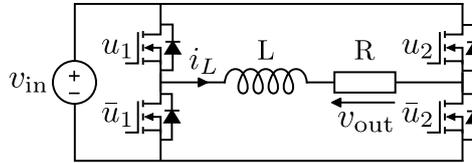


FIGURE 4.1 – Circuit d'un convertisseur pont en H avec charge RL

Les équations qui modélisent ce circuit sont :

$$\begin{cases} L \dot{i}_L = (u_1 - u_2)v_{\text{in}} - R i_L \\ v_{\text{out}} = R i_L \end{cases}$$

Pour $x = i_L$ et $y = v_{\text{out}}$, le modèle d'état bilinéaire du convertisseur est :

$$\begin{cases} \dot{x} = \underbrace{-\frac{R}{L}}_{A_0} x + \underbrace{\frac{1}{L}}_{B_0} \underbrace{(u_1 - u_2)v_{\text{in}}}_{s(u)} \\ y = \underbrace{R}_{C_0} x \end{cases}$$

Dans cet exemple, $s(u) \in \{-1, 0, 1\}$ selon la valeur de u . Pour une référence de sortie y_{ref} donnée, le point d'équilibre de référence de l'état est obtenu pour

$$\begin{cases} 0 = A_0 x_{\text{ref}} + B_0 v_{\text{ref}} \\ 0 = C_0 x_{\text{ref}} - y_{\text{ref}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} i_{L\text{ref}} = \frac{y_{\text{ref}}}{R} \\ v_{\text{ref}} = (u_{\text{ref}_1} - u_{\text{ref}_2})v_{\text{in}} = y_{\text{ref}} \end{cases}$$

Comme la constante A_0 est négative, tout scalaire P positif permet de satisfaire la condition (4.3), la loi de commande (4.7) peut donc être utilisée. En particulier, cette méthode de commande peut sélectionner deux valeurs de u , selon le signe de $e^T P B_0$:

$$\operatorname{argmin}_{d \in \{0,1\}} e^T P B_0 v(d) = \begin{cases} \operatorname{argmax}_{d \in \{0,1\}^m} v(d) = (1, 0)^T & \text{si } e^T P B_0 \leq 0 \quad (v(d) = v_{\text{in}}) \\ \operatorname{argmin}_{d \in \{0,1\}^m} v(d) = (0, 1)^T & \text{si } e^T P B_0 \geq 0 \quad (v(d) = -v_{\text{in}}) \end{cases}$$

Remarque 4.2 Pour cet exemple, la commande prend la forme d'une commande à relai classique, telle que

$$v(u) \in -v_{\text{in}} \text{sign}(e^T P B_0)$$

où la fonction sign est définie par

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ \{-1, 1\} & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Pour $L = 1\text{mH}$, $R = 1\Omega$, $v_{\text{in}} = 12\text{V}$, $y_{\text{ref}} = 8\text{V}$ et $P = 2$ (arbitrairement), la Figure 4.2 présente la simulation d'un convertisseur pont en H en boucle fermée avec la loi de commande (4.7), pour une constante d'intégration de $T_{\text{int}} = 0.1\mu\text{s}$ et une période de mise à jour de la commande de $T_{\text{com}} = 10\mu\text{s}$. On observe que la loi de commande permet bien de stabiliser le système autour du point de référence souhaité.

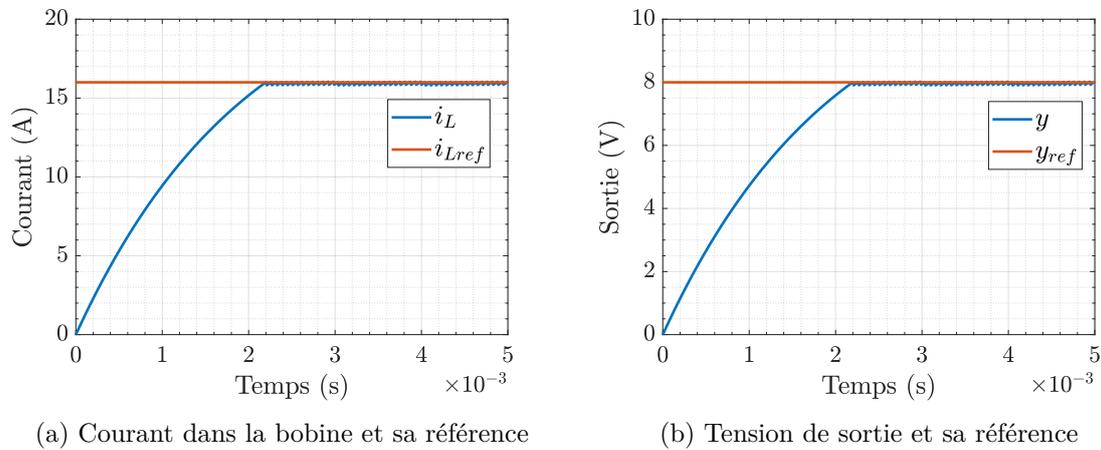


FIGURE 4.2 – Signaux du convertisseur pont en H pour la commande (4.7)

La Figure 4.3 présentent les oscillations de l'erreur en sortie pour $v_{\text{in}} = 12\text{V}$ et $v_{\text{in}} = 24\text{V}$. Pour des conditions identiques, l'amplitude des oscillations de la tension de sortie est plus élevée pour une tension d'alimentation supérieure.

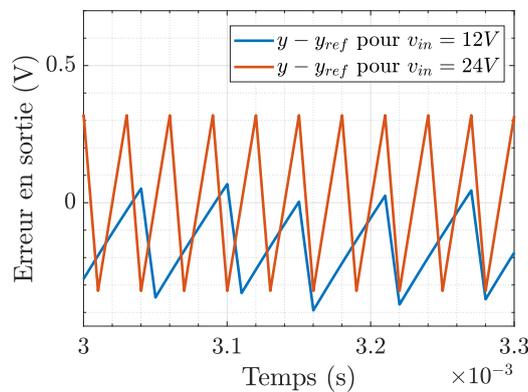


FIGURE 4.3 – Oscillation de l'erreur en sortie en régime établi pour deux valeurs de v_{in}

Cela s'explique simplement par le fait que la dérivée de l'erreur en sortie

$$\dot{y} - \dot{y}_{\text{ref}} = \frac{R}{L} \left((v(u) - v_{\text{ref}}) - (y - y_{\text{ref}}) \right)$$

est d'autant plus large que l'erreur $(v(u) - v_{\text{ref}})$ est importante. En prenant en compte le temps de mise à jour de la commande, la sortie va donc avoir des oscillations d'autant plus importantes que $v(u)$ est éloignée de v_{ref} , mais aussi une fréquence de commutation supérieure.

Dans la littérature, la commande de type *argmin* a déjà été appliquée à la classe des systèmes à relais, en prenant en considération des incertitudes dans la matrice A_0 [86] ou une perturbation dans la commande [35]. Dans ces deux cas, la référence à stabiliser est un point, ce qui convient seulement à des applications de conversion DC-DC. De plus, la question de la redondance n'est pas abordée. Motivés par des applications DC-AC et les remarques faites sur les oscillations, nous proposons une modification de la commande *argmin* adaptée à la classe de système étudiée pour ce type d'application.

4.2 Commande restreinte

La commande *argmin* classique (4.7) ne peut sélectionner que des valeurs extrêmes de $v(u)$, alors que d'autres valeurs sont valides pour la stabilisation du système, comme l'indique le Lemme 4.1. Nous cherchons ainsi à proposer une version modifiée de la commande (4.7) qui tire parti des possibilités du système. Pour cela, reprenons la condition de stabilité du Lemme 4.1 :

$$e^T P B_0 (v(u) - v_{\text{ref}}) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} v(u) \geq v_{\text{ref}} & \text{si } e^T P B_0 \leq 0 \\ v(u) \leq v_{\text{ref}} & \text{si } e^T P B_0 \geq 0 \end{cases}$$

Ainsi, seules une valeur supérieure (ou égale) et une valeur inférieure (ou égale) de $v(u)$ par rapport à v_{ref} sont nécessaires pour stabiliser le système (selon le signe de $e^T P B_0$). Pour les raisons évoquées précédemment (voir Exemple 4.1), nous avons intérêt à concevoir une loi de commande qui sélectionne $v(u)$ de manière à réduire la différence $|v(u) - v_{\text{ref}}|$.

Pour ce faire, caractérisons tout d'abord toutes les valeurs que peut prendre $v(u)$ en fonction de la commande. Les notations suivantes sont introduites :

$$\begin{aligned} U_i &= \{d \in \{0, 1\}^m \mid v(d) = i \times v_{\text{in}}\} \\ \mathcal{I} &= \{i \in \mathbb{Z} \mid \exists d \in \{0, 1\}^m : v(d) = i \times v_{\text{in}}\} = \{i \in \mathbb{Z} \mid U_i \neq \emptyset\} \\ V_{i,j} &= \{[v(d), v(e)] \mid d \in U_i, e \in U_j\} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Le premier ensemble définit les configurations qui permettent de générer une valeur donnée de $v(u)$, le deuxième définit l'ensemble des valeurs atteignables par la fonction $s(u)$, et le dernier définit un intervalle entre deux valeurs atteignables par la fonction $v(u)$.

Exemple 4.2 Commandes et ensembles pour un convertisseur pont en H

Pour le convertisseur de l'Exemple 4.1, les valeurs de $v(u)$ atteignables et les commandes associées sont :

$$\begin{aligned} u = (1, 0)^T &\rightarrow v(u) = v_{\text{in}} \\ u \in \{(0, 0)^T, (1, 1)^T\} &\rightarrow v(u) = 0 \\ u = (0, 1)^T &\rightarrow v(u) = -v_{\text{in}} \end{aligned}$$

Les ensembles définies par les notations introduites ci-dessus sont donc :

$$\begin{aligned} U_1 &= \{(1, 0)^T\} & U_0 &= \{(0, 0)^T, (1, 1)^T\} & U_{-1} &= \{(0, 1)^T\} \\ & & \mathcal{I} &= \{-1, 0, 1\} \\ V_{-1,0} &= [-v_{\text{in}}, 0] & V_{0,1} &= [0, v_{\text{in}}] & V_{-1,1} &= [-v_{\text{in}}, v_{\text{in}}] \end{aligned}$$

Nous sommes maintenant en mesure d'énoncer le résultat principal de ce chapitre qui est une version contrainte de la commande *argmin*. L'idée est de contraindre la loi de commande à sélectionner la valeur de $v(u)$ la plus proche de la référence v_{ref} tel que $e^T P B_0 (v(u) - v_{\text{ref}}) \leq 0$, afin de stabiliser l'erreur de poursuite tout en minimisant l'amplitude des oscillations.

Théorème 6 (Commande *argmin* restreinte) *Pour une matrice $P = P^T > 0$ satisfaisant l'inégalité (4.3), $(i, j) \in \mathcal{I}$, U_i, U_j et $V_{i,j}$ définis par (4.9), la loi de commande*

$$u \in \underset{d \in \{U_i, U_j\}}{\text{argmin}} e^T P B_0 v(d), \quad \text{pour } v_{\text{ref}} \in V_{i,j} \quad (4.10)$$

et i, j définies par

$$i = \underset{\substack{d \in \mathcal{I} \\ v_{\text{ref}} - v(d) \geq 0}}{\text{argmin}} |v_{\text{ref}} - v(d)| \quad j = \underset{\substack{d \in \mathcal{I} \\ v(d) - v_{\text{ref}} \geq 0}}{\text{argmin}} |v_{\text{ref}} - v(d)|$$

stabilise asymptotiquement l'origine de l'erreur de poursuite e au sens de Filippov.

Preuve

En considérant la même fonction de Lyapunov que dans le Lemme 4.1 où la matrice $P = P^T > 0$ satisfait l'inégalité (4.3), on a

$$\dot{V}(e) \leq e^T P B_0 (v(u) - v_{\text{ref}})$$

Pour $v_{\text{ref}} \in V_{i,j}$, la loi de commande (4.10) sélectionne seulement des valeurs de u incluses dans les ensembles U_i et U_j , qui génèrent les tensions modulées $v(u) = i \times v_{\text{in}}$ et $v(u) = j \times v_{\text{in}}$ respectivement. Pour $v_{\text{ref}} \in V_{i,j}$, l'inégalité

$$\min_{d \in \{U_i, U_j\}} e^T P B_0 v(d) \leq e^T P B_0 v_{\text{ref}}$$

est donc satisfaite par construction de la loi de commande (4.10). Ainsi, l'inégalité

$$e^T P B_0 (v(u) - v_{\text{ref}}) \leq 0$$

est toujours satisfaite. Le Lemme 4.1 permet donc de conclure sur la stabilité asymptotique de l'origine de e . ■

Remarque 4.3 *La loi de commande (4.10) sélectionne la valeur de $v(u)$ la plus proche de v_{ref} , telle que $e^T P B_0 (v(u) - v_{\text{ref}}) \leq 0$. Nous pouvons donc reformuler la commande sous la forme*

$$u \in \left\{ \underset{d \in \{0,1\}^m}{\text{argmin}} |v(d) - v_{\text{ref}}| \mid e^T P B_0 (v(d) - v_{\text{ref}}) \leq 0 \right\}$$

Cette loi de commande permet de faire suivre la référence v_{ref} à $v(u)$ en le faisant commuter au plus proche de celle-ci.

Remarque 4.4 La stratégie proposée réduit les valeurs possibles pour le vecteur u , entraînant ainsi une diminution du nombre de configurations à évaluer par la loi de commande.

Il est important de souligner que l'opération *argmin* conduit à un ensemble de solutions, car plusieurs valeurs distinctes de u peuvent générer la même valeur $v(u)$. Toutes les commandes appartenant à cet ensemble peuvent stabiliser le système. Ce degré de liberté supplémentaire offre la possibilité d'optimiser un autre critère comme la répartition de la puissance entre les cellules [129, 130], ou de gérer les défaillances éventuelles des cellules [131, 132], en utilisant des méthodes d'allocation [133].

4.3 Commande restreinte avec retour d'état

Nous pouvons étendre le résultat du Théorème 6 en intégrant un retour d'état dans la conception de la commande. Considérons pour la discussion que $v(u)$ est un signal continu. Nous pouvons alors concevoir une loi de commande par retour d'état de la forme

$$v(u) = v_{\text{ref}} - Ke =: v_{\text{BF}}(u) \quad (4.11)$$

où $e = x - x_{\text{ref}}$ est l'erreur de poursuite. En prenant en compte la définition (4.4) de la dynamique d'une trajectoire de référence, la dynamique d'erreur en boucle fermée avec la commande par retour d'état (4.11) est

$$\dot{e} = A_0x + B_0(v_{\text{ref}} - Ke) - A_0x_{\text{ref}} - B_0v_{\text{ref}} = (A_0 - B_0K)e =: A_{\text{BF}}e \quad (4.12)$$

Il est facile de calculer la matrice K pour spécifier une dynamique désirée pour le système en boucle fermée (4.12), à condition que la paire (A_0, B_0) soit contrôlable. Pour s'assurer que l'origine est stable asymptotiquement et permettre d'énoncer le prochain résultat, nous faisons cette hypothèse

Hypothèse 4.2 La paire (A_0, B_0) est contrôlable.

Sous l'Hypothèse 4.2, il existe $K \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ tel que $A_{\text{BF}} = A_0 - B_0K$ soit Hurwitz. Il existe aussi une matrice symétrique définie positive $P_{\text{BF}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, pour une matrice $Q_{\text{BF}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ définie positive donnée telle que

$$A_{\text{BF}}^T P_{\text{BF}} + P_{\text{BF}} A_{\text{BF}} + 2Q_{\text{BF}} < 0. \quad (4.13)$$

Dans le théorème suivant, nous proposons d'utiliser la commande *argmin* restreinte introduite précédemment pour faire suivre la référence en boucle fermée v_{BF} à $v(u)$.

Théorème 7 Sous l'Hypothèse 4.2, pour $v_{\text{BF}} = v_{\text{ref}} - Ke$ admissible, la loi de commande

$$u \in \underset{d \in \{U_i, U_j\}}{\text{argmin}} e^T P_{\text{BF}} B_0 v(d), \quad \text{où } i, j \text{ sont définis par } v_{\text{BF}} = (v_{\text{ref}} - Ke) \in V_{i,j} \quad (4.14)$$

stabilise asymptotiquement l'origine de l'erreur de poursuite $e = x - x_{\text{ref}}$ au sens de Filippov.

Preuve

Remarquons que la dynamique de la trajectoire de référence x_{ref} peut s'écrire

$$\dot{x}_{\text{ref}} = A_0x_{\text{ref}} + B_0v_{\text{ref}} = A_0x_{\text{ref}} + B_0(v_{\text{BF}} + Ke)$$

Considérons la fonction de Lyapunov $V(e) = \frac{1}{2}e^T P_{\text{BF}}e$, où la matrice $P_{\text{BF}} = P_{\text{BF}}^T > 0$

satisfait l'inégalité (4.13). Sa dérivée temporelle est

$$\begin{aligned}\dot{V}(e) &= e^T P_{\text{BF}} \left(A_0 x + B_0 v(u) - A_0 x_{\text{ref}} - B_0 (v_{\text{BF}} + Ke) \right) \\ &= e^T P_{\text{BF}} A_{\text{BF}} e + e^T P_{\text{BF}} B_0 (v(u) - v_{\text{BF}}) \\ &\leq -e^T Q_{\text{BF}} e + e^T P_{\text{BF}} B_0 (v(u) - v_{\text{BF}})\end{aligned}$$

Pour v_{BF} admissible ($v_{\text{BF}} \in [v_{\text{min}}, v_{\text{max}}]$), par construction de la loi de commande (4.14), l'inégalité

$$\min_{d \in \{U_i, U_j\}} e^T P_{\text{BF}} B_0 v(d) \leq e^T P_{\text{BF}} B_0 v_{\text{BF}}$$

est satisfaite. Ainsi, l'inégalité

$$e^T P_{\text{BF}} B_0 (v(u) - v_{\text{BF}}) \leq 0$$

est toujours satisfaite. Comme la matrice Q_{BF} est symétrique définie positive,

$$\dot{V}(e) \leq -e^T Q_{\text{BF}} e + e^T P_{\text{BF}} B_0 (v(u) - v_{\text{BF}}) < 0$$

ce qui permet de conclure sur la stabilité de $e = 0$. ■

Remarque 4.5 Pour $e = 0$, nous avons $v_{\text{BF}} = v_{\text{ref}}$. Comme le point $e = 0$ est asymptotiquement stable, v_{BF} tend asymptotiquement vers la référence v_{ref} . Le système suit donc la référence v_{ref} après la phase transitoire.

4.4 Application au Cascaded H-Bridge

Afin d'illustrer l'efficacité de la méthode proposée, nous considérons un convertisseur pont en H en cascade, également connu sous le nom *cascaded H-bridge* (CHB) en anglais. Ce type de convertisseur, introduit dans les années 1990 [134, 135], est un convertisseur multiniveaux populaire pour les applications impliquant une haute puissance [127].

4.4.1 Modélisation

Le circuit du convertisseur est représenté sur la Figure 4.4. Il est composé de cellules pont en H mises en série, chacune étant alimentée par une source de tension isolée, notée v_{in_i} pour la i -ième cellule. En fonction de l'état de ses interrupteurs, une cellule peut générer une tension constante égale à $-v_{\text{in}_i}$, 0 ou v_{in_i} . Chacune de ces cellules contribue à générer une partie de la tension de sortie v_{ond} .

Pour simplifier la modélisation, nous considérons le cas où toutes les tensions d'alimentation ont la même valeur, ce qui peut être le cas pour des convertisseurs avec sources séparées ou communes [129, 136–140].

Hypothèse 4.3 Toutes les sources de tensions ont la même valeur, telles que

$$v_{\text{in}_1} = v_{\text{in}_2} = \dots = v_{\text{in}}$$

L'état des interrupteurs des cellules est modélisé à l'aide de variables binaires, comme indiqué sur la Figure 4.4, selon la méthode proposée dans le Chapitre 2. En tenant compte de l'Hypothèse 4.3, la cellule numéro i génère une tension $y_i = (u_{2i} - u_{2i-1})v_{\text{in}}$ entre ses bras, et la tension v_{ond}

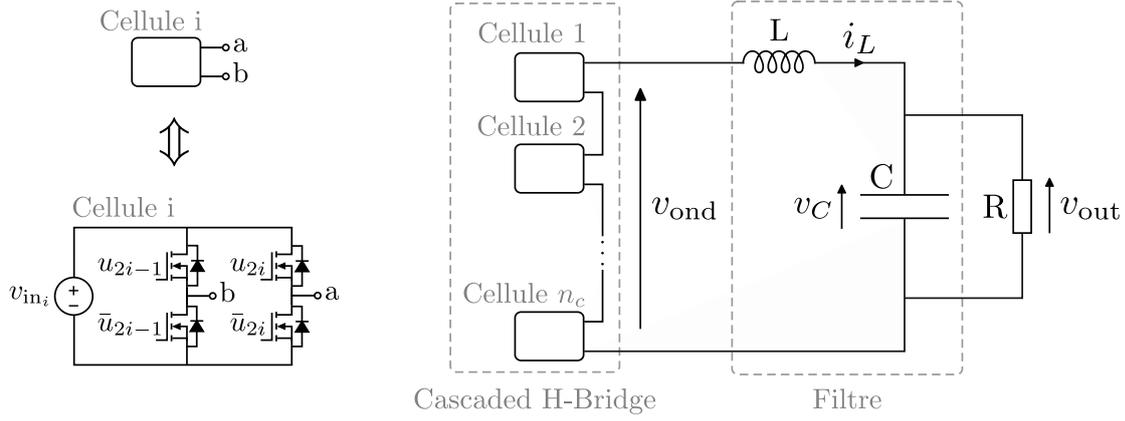


FIGURE 4.4 – Circuit d'un convertisseur Cascaded H-Bridge

est la somme des tensions générées par toutes les cellules. Le système est complété par un filtre LC et alimente une charge résistive R en sortie.

En considérant que le convertisseur est constitué de n_c cellules, les notations de la Figure 4.4 et l'Hypothèse 4.3, les lois de Kirchhoffs permettent de modéliser le système avec les équations suivantes :

$$\begin{cases} v_{\text{ond}} = \sum_{i=1}^{n_c} (u_{2i} - u_{2i-1}) v_{\text{in}} \\ L \dot{i}_L = v_{\text{ond}} - v_C \\ C \dot{v}_C = i_L - \frac{v_C}{R} \\ v_{\text{out}} = v_C \end{cases} \quad (4.15)$$

En posant $x = \begin{bmatrix} i_L & v_C \end{bmatrix}^T$ et $y = v_{\text{out}}$, nous obtenons un modèle d'état du circuit de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = A_0 x + B_0 v(u) \\ y = C_0 x \end{cases} \quad (4.16)$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad v(u) = v_{\text{ond}} = \sum_{i=1}^{n_c} (u_{2i} - u_{2i-1}) v_{\text{in}}$$

Nous retrouvons un modèle de la classe de système étudiée dans ce chapitre. La tension $v(u)$ peut prendre $2n_c + 1$ valeurs, telles que $v(u) = i \times v_{\text{in}}$ où $i \in \{-n_c, -n_c + 1, \dots, 0, 1, \dots, n_c\}$.

En ce qui concerne l'objectif de commande, le système présenté ici est un convertisseur DC-AC ou onduleur, il s'agit donc de faire suivre une référence sinusoïdale à la sortie, telle que

$$y_{\text{ref}} = V_{\text{AC}} \sin(\omega t)$$

où V_{AC} est l'amplitude du signal en V , ω est la pulsation du signal en rad/s , et t le temps en s .

Définissons la trajectoire de l'état de référence à partir des équations (4.15) :

$$y_{\text{ref}} = V_{\text{AC}} \sin(\omega t) \Leftrightarrow \begin{cases} v_{C\text{ref}} = V_{\text{AC}} \sin(\omega t) \\ \dot{v}_{C\text{ref}} = V_{\text{AC}} \omega \cos(\omega t) \\ i_{L\text{ref}} = C \dot{v}_{C\text{ref}} + \frac{v_{C\text{ref}}}{R} = C V_{\text{AC}} \omega \cos(\omega t) + \frac{V_{\text{AC}}}{R} \sin(\omega t) \\ \dot{i}_{L\text{ref}} = -C V_{\text{AC}} \omega^2 \sin(\omega t) + \frac{V_{\text{AC}} \omega}{R} \cos(\omega t) \\ v_{\text{ref}} = L \dot{i}_{L\text{ref}} + v_{C\text{ref}} = V_{\text{AC}} (1 - LC \omega^2) \sin(\omega t) + \frac{V_{\text{AC}} L \omega}{R} \cos(\omega t) \end{cases}$$

Nous avons donc $x_{\text{ref}} = \begin{bmatrix} i_{L\text{ref}} \\ v_{C\text{ref}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CV_{\text{AC}}\omega \cos(\omega t) + \frac{V_{\text{AC}}}{R} \sin(\omega t) \\ V_{\text{AC}} \sin(\omega t) \end{bmatrix}$, et

$$\dot{x}_{\text{ref}} = \begin{bmatrix} -CV_{\text{AC}}\omega^2 \sin(\omega t) + \frac{V_{\text{AC}}\omega}{R} \cos(\omega t) \\ V_{\text{AC}}\omega \cos(\omega t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{v_{C\text{ref}}}{L} + \frac{v_{\text{ref}}}{L} \\ \frac{i_{L\text{ref}}}{C} - \frac{v_{C\text{ref}}}{RC} \end{bmatrix} = A_0 x_{\text{ref}} + B_0 v_{\text{ref}}$$

Cette référence sera admissible si v_{ref} est compris dans l'intervalle $[-n_c v_{\text{in}}, n_c v_{\text{in}}]$. De plus on note que A_0 est Hurwitz pour ce convertisseur, l'Hypothèse 4.1 est donc satisfaite.

4.4.2 Simulation

Nous allons simuler le comportement d'un convertisseur CHB tel que modélisé dans la section précédente, avec 8 cellules, soit $n_c = 8$. Dans ce cas, $u \in \{0, 1\}^{16}$, soit 65536 valeurs possibles, et $v(u)$ est défini par

$$v(u) = (-u_1 + u_2 - u_3 + u_4 - u_5 + u_6 - u_7 + u_8 - u_9 + u_{10} - u_{11} + u_{12} - u_{13} + u_{14} - u_{15} + u_{16})v_{\text{in}}.$$

Par conséquent, la tension $v(u)$ peut prendre 17 valeurs différentes, telles que $v(u) = i \times v_{\text{in}}$ pour $i \in \{-8, -7, \dots, 0, 1, \dots, 8\}$. Ainsi, seules 17 configurations de u sont nécessaires pour générer toutes les valeurs possibles de la tension $v(u)$. Pour simplifier le problème de commande, nous décidons de conserver uniquement une configuration de u pour chacune des valeurs de $v(u)$. Tous les ensembles U_i non vides sont donc réduits à un seul élément. Les configurations de u sélectionnées sont données dans la Table 4.1.

U_i	$v(u)$	Cellules actives	u_j s égales à 1
U_8	$8 v_{\text{in}}$	1,2,3,4,5,6,7,8	2,4,6,8,10,12,14,16
U_7	$7 v_{\text{in}}$	2,3,4,5,6,7,8	4,6,8,10,12,14,16
U_6	$6 v_{\text{in}}$	3,4,5,6,7,8	6,8,10,12,14,16
U_5	$5 v_{\text{in}}$	4,5,6,7,8	8,10,12,14,16
U_4	$4 v_{\text{in}}$	5,6,7,8	10,12,14,16
U_3	$3 v_{\text{in}}$	6,7,8	12,14,16
U_2	$2 v_{\text{in}}$	7,8	14,16
U_1	v_{in}	8	16
U_0	0		
U_{-1}	$-v_{\text{in}}$	-1	1
U_{-2}	$-2 v_{\text{in}}$	-1,-2	1,3
U_{-3}	$-3 v_{\text{in}}$	-1,-2,-3	1,3,5
U_{-4}	$-4 v_{\text{in}}$	-1,-2,-3,-4	1,3,5,7
U_{-5}	$-5 v_{\text{in}}$	-1,-2,-3,-4,-5	1,3,5,7,9
U_{-6}	$-6 v_{\text{in}}$	-1,-2,-3,-4,-5,-6	1,3,5,7,9,11
U_{-7}	$-7 v_{\text{in}}$	-1,-2,-3,-4,-5,-6,-7	1,3,5,7,9,11,13
U_{-8}	$-8 v_{\text{in}}$	-1,-2,-3,-4,-5,-6,-7,-8	1,3,5,7,9,11,13,15

TABLE 4.1 – Valeurs de u sélectionnées pour obtenir toutes les valeurs possibles de $v(u)$

Un exemple de lecture de la table est le suivant : l'ensemble U_{-3} contient un seul élément. Si $u \in U_{-3}$, alors $u = (1, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)^T$ et $v(u) = -3v_{\text{in}}$. Dans ce cas, les cellules 1, 2 et 3 sont actives, et produisent une tension égale à $-v_{\text{in}}$ entre leurs bras.

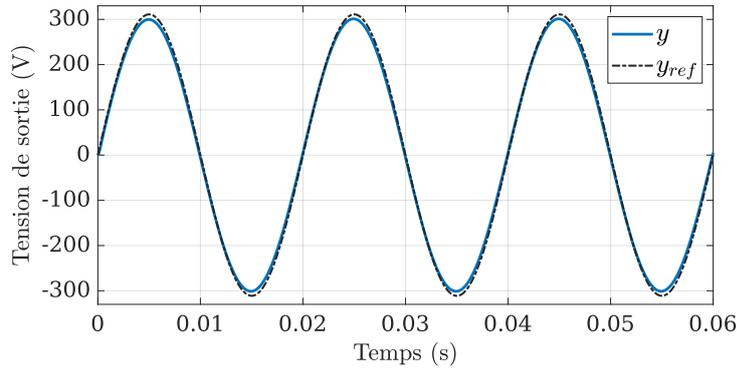
Remarque 4.6 Le choix des valeurs de u retenues a été motivé par la réduction des pertes par commutation des interrupteurs. En effet, avec cette sélection, le passage entre deux niveaux de tension de $v(u)$ implique le changement d'un seul u_i , ce qui correspond à la commutation de seulement deux transistors. Étant donnée la redondance du système, de nombreuses autres alternatives sont également envisageables.

Les paramètres utilisés pour les simulations sont donnés dans la Table 4.2.

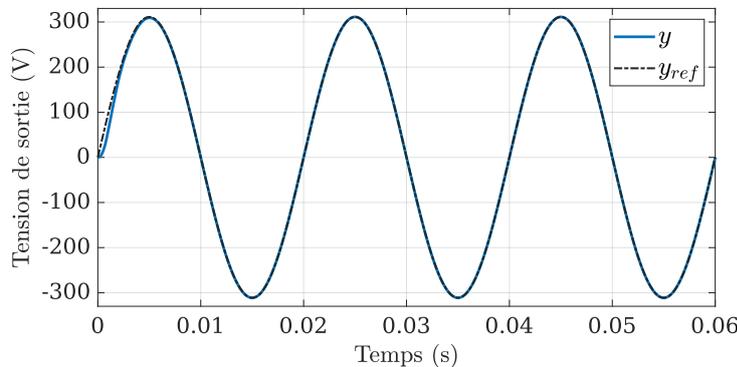
Paramètre	Valeur	Paramètre	Valeur
v_{in}	40 V	R	10Ω
V_{AC}	$220\sqrt{2}$ V	ω	$2\pi \times 50$ rad/s
L	1 mH	T_{int}	$1\mu s$
C	$220 \mu F$	T_{com}	$10\mu s$

TABLE 4.2 – Paramètres des simulations du CHB

Pour $Q_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$ choisi arbitrairement, la matrice $P = \begin{bmatrix} 0.2027 & -0.0002 \\ -0.0002 & 0.0223 \end{bmatrix}$ est obtenue en résolvant la LMI (4.3) tout en minimisant la trace de P à l'aide de MATLAB et un solveur SDP. Pour illustrer la pertinence de la méthode proposée, nous simulons d'abord le système en boucle fermée avec les lois de commande *argmin* classique (4.7) et restreinte (4.10).



(a) Commande *argmin* classique (4.7)



(b) Commande *argmin* restreinte (4.10)

FIGURE 4.5 – Tension de sortie et sa référence

La Figure 4.5 illustre l'évolution de la tension de sortie et de sa référence pour les deux commandes. Il est clair que la tension suit mieux sa référence avec la commande restreinte.

La Figure 4.7a présente le démarrage de la simulation pour les mêmes signaux. Nous observons que les oscillations sont plus importantes avec la commande *argmin* classique qu'avec la version restreinte. Cependant, la phase transitoire est plus courte avec la loi classique, car la sélection des valeurs extrêmes de $v(u)$ induit une dynamique de l'erreur plus rapide.

La Figure 4.6 met en évidence l'évolution du courant dans la bobine pour les deux commandes, ainsi que sa référence. Nous observons que le signal obtenu avec la commande *argmin* classique présente une composante haute fréquence plus large, ce qui entraîne des oscillations plus importantes. Cette observation corrobore la remarque faite dans l'Exemple 4.1. Comme pour la sortie, le courant suit sa référence de plus près avec la commande *argmin* restreinte, mais la phase transitoire est plus longue, comme on peut le voir sur la Figure 4.7b.

Pour mieux appréhender le comportement de la variable de commande $v(u)$, la Figure 4.8 présente son évolution ainsi que sa référence pour les deux méthodes de commande. Comme mis en avant précédemment, la loi de commande *argmin* classique ne sélectionne que des valeurs extrêmes de $v(u)$, soit $\pm 320\text{V}$ pour cet exemple. Au contraire, la loi de commande *argmin* restreinte sélectionne des valeurs de $v(u)$ proches de sa référence v_{ref} . Cette stratégie assure la poursuite de toutes les références, et réduit les oscillations.

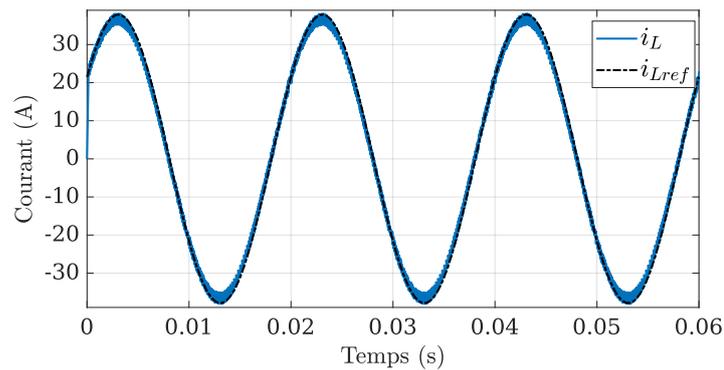
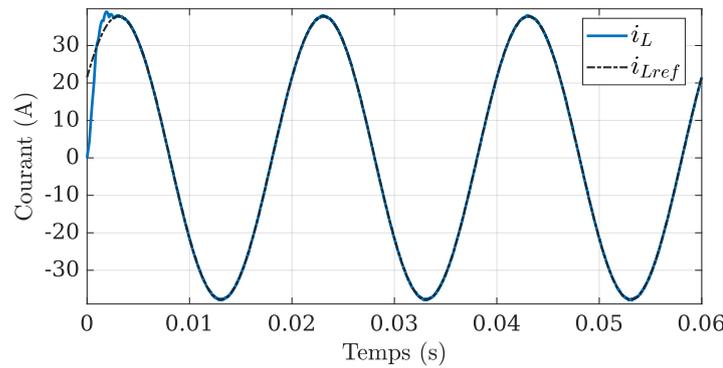
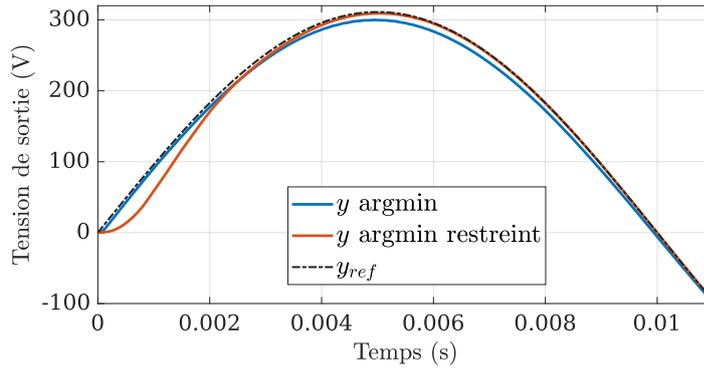
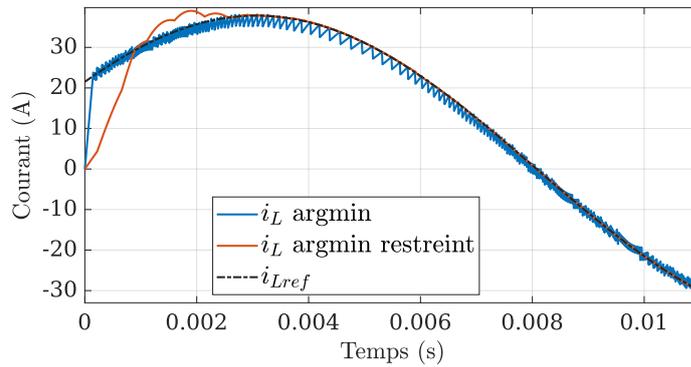
(a) Commande *argmin* classique (4.7)(b) Commande *argmin* restreinte (4.10)

FIGURE 4.6 – Courant dans la bobine et sa référence

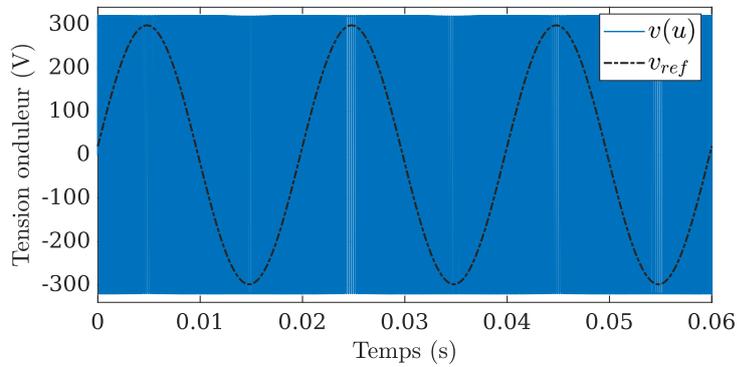
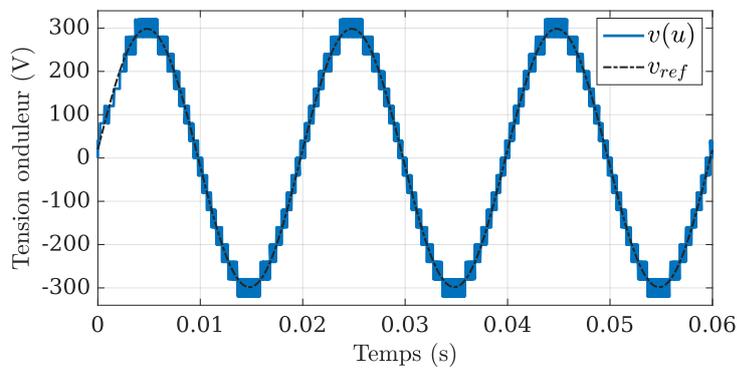


(a) Tension de sortie et sa référence



(b) Courant dans la bobine et sa référence

FIGURE 4.7 – Phase transitoire du convertisseur pour les lois de commande (4.7) et (4.10)

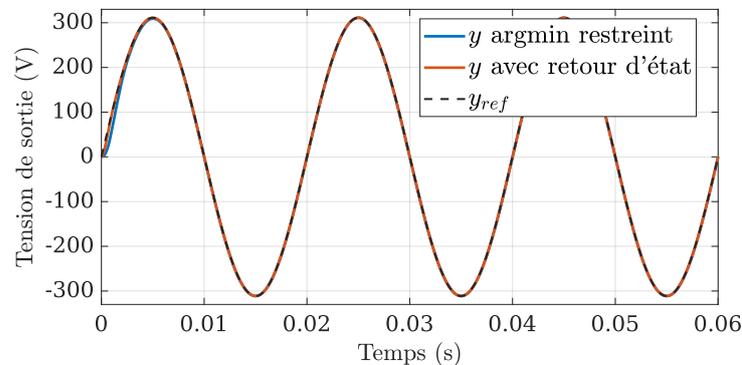
(a) Commande *argmin* classique (4.7)(b) Commande *argmin* restreinte (4.10)FIGURE 4.8 – Tension en sortie de l'onduleur $v(u)$ et sa référence

Pour illustrer l'intérêt de l'extension avec retour d'état, nous allons simuler le système en boucle fermée avec la commande (4.14). Les paramètres de simulation restent identiques (voir Table 4.2). Pour $Q_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$ choisie arbitrairement, on obtient la matrice $P = \begin{bmatrix} 0.0016 & 0.0027 \\ 0.0027 & 0.0061 \end{bmatrix}$ en minimisant la trace de P tout en résolvant la LMI (4.13) avec MATLAB et un solveur SDP. Le gain de retour d'état K est calculé pour garantir une dynamique en boucle fermée stable, avec un coefficient d'amortissement $\zeta = 1.1$, et une pulsation naturelle $\omega_n = 4000 \text{ rad/s}$, soit $K = \begin{bmatrix} 8.3455 & 2.1855 \end{bmatrix}$.

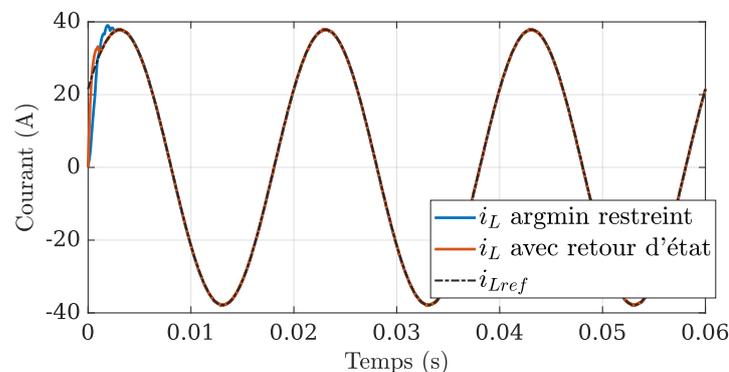
La Figure 4.9 présente l'évolution de la tension de sortie et du courant pour la loi de commande *argmin* restreinte (4.10) et sa version avec retour d'état (4.14). Dans les deux cas, les états suivent leur référence après une courte phase transitoire, avec des oscillations réduites.

Pour mieux comprendre les différences entre les deux stratégies, la Figure 4.10 illustre le comportement des deux variables d'état au démarrage de la simulation. On constate que la phase transitoire est plus courte avec la méthode avec retour d'état, ce qui est conforme à nos attentes car la dynamique avec retour d'état a été sélectionnée pour être plus rapide que le comportement en boucle ouverte du système. De plus, elle a été choisie pour réduire le dépassement de l'erreur lors de la phase transitoire, comme le montre la Figure 4.12 qui présente l'évolution de l'erreur de poursuite en sortie pour les deux méthodes.

Enfin, la Figure 4.11 présente l'évolution de la tension en sortie de l'onduleur $v_{\text{ond}} = v(u)$ pour les deux lois de commandes, ainsi que leurs références v_{ref} et v_{BF} . On observe que les deux lois de commandes sont contraintes de choisir des valeurs de $v(u)$ proche de sa référence, et que le comportement diffère uniquement lors de la phase transitoire.

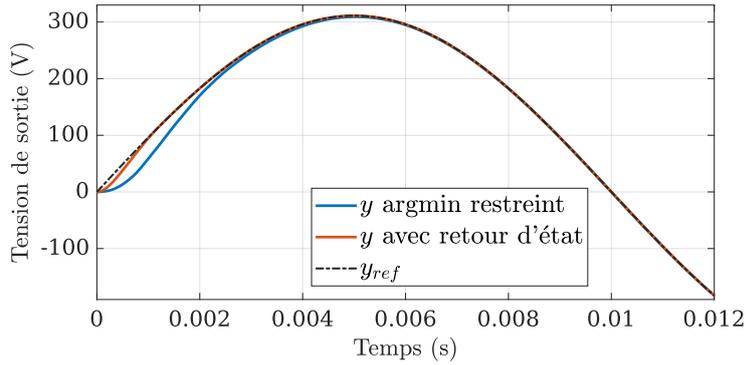


(a) Tension de sortie et sa référence

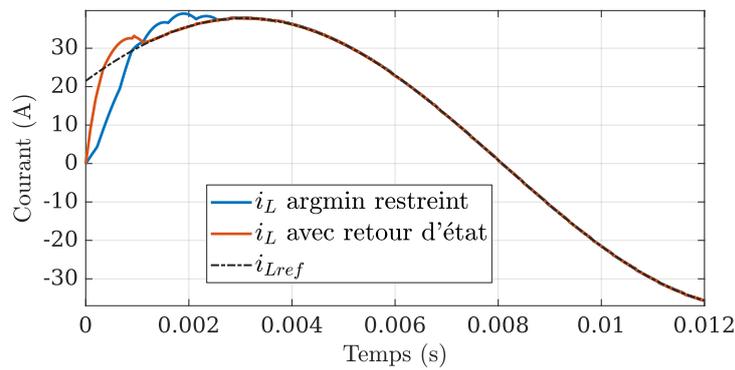


(b) Courant dans la bobine et sa référence

FIGURE 4.9 – Évolution des variables d'états pour les lois de commande (4.10) et (4.14)

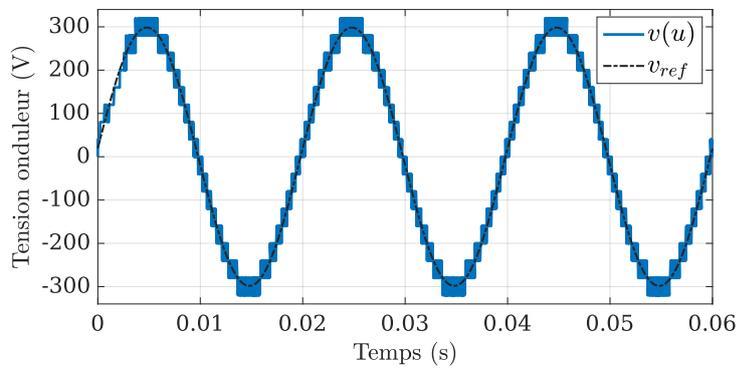
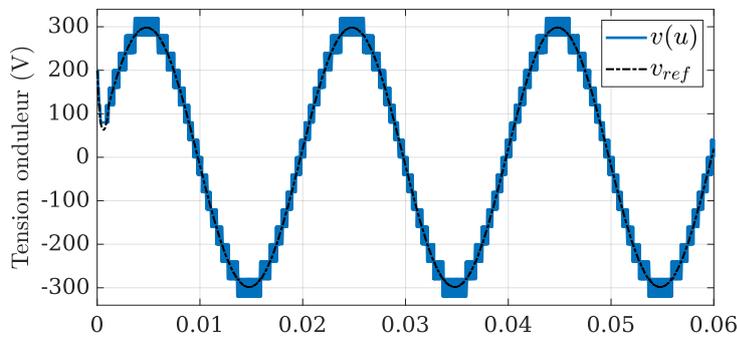


(a) Tension de sortie et sa référence



(b) Courant dans la bobine et sa référence

FIGURE 4.10 – Phase transitoire du convertisseur pour les lois de commande (4.10) et (4.14)

(a) Commande *argmin* restreinte (4.10)(b) Commande *argmin* restreinte avec retour d'état (4.14)FIGURE 4.11 – Tension en sortie de l'onduleur $v(u)$ et sa référence

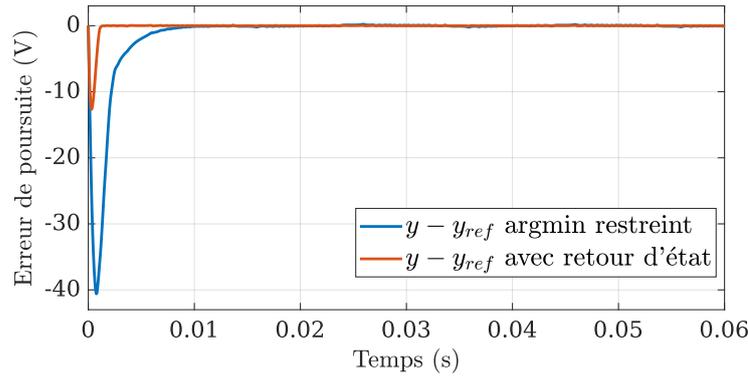


FIGURE 4.12 – Erreur de poursuite de la tension de sortie pour les commandes (4.10) et (4.14)

La Table 4.3 présente plusieurs indicateurs de performance calculés pour les lois de commande testées. Le premier est le nombre total de commutations de u sur toute la période de simulation. Le deuxième et le troisième sont l'erreur moyenne de poursuite de la sortie calculée sur la dernière période de simulation (de 40ms à 60ms) ainsi que l'écart-type associé. Le dernier est le taux de distorsion harmonique (THD, *Total Harmonique Distorsion* en anglais) calculé sur les deux dernières périodes de simulation (de 20ms à 60ms). Le THD est calculé à partir des 100 premières harmoniques selon la formule

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{100} Y_i^2}}{Y_1}$$

où Y_i est la valeur efficace de l'harmonique de rang i du signal de sortie.

<i>argmin</i>	Total commutation	Erreur moyenne	Écart-type	THD (%)
Classique (4.7)	39984	7.3170	3.6582	0.1231 %
Restreint (4.10)	3093	0.0530	0.0336	0.0165 %
Retour d'état (4.14)	3397	0.0156	0.0109	0.0096 %

TABLE 4.3 – Données sur la performance du contrôleur

Il est évident que la version restreinte de la loi de commande de type *argmin* permet de réduire considérablement le nombre de commutation des interrupteurs, tout en assurant une meilleure poursuite des références. Le signal de sortie est de meilleure qualité harmonique, avec un THD calculé de l'ordre de $1 \times 10^{-2}\%$. La version avec retour d'état permet de régler la dynamique de l'erreur en sortie. Pour notre exemple, la dynamique sélectionnée a permis de réduire encore plus l'erreur de sortie et d'améliorer la qualité du signal de sortie, mais au prix de davantage de commutations. Il est logique que ce nombre de commutations augmente, car on demande au système d'être plus rapide.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une modification de la commande *argmin*, conçue pour s'adapter à une classe spécifique de convertisseur. Cette approche a été développée dans le cadre général des systèmes bilinéaires et appliquée au cas d'un convertisseur avec pont en H en cascade utilisé comme onduleur. La classe de systèmes considérée concerne principalement les convertisseurs avec modulation de la tension d'entrée à l'aide de structure pont en H, comme les convertisseurs résonants, l'onduleur monophasé, ...

La méthode proposée implique une restriction des valeurs de commande évaluées par la fonction *argmin*, afin d'obliger la tension d'entrée modulée à suivre sa référence au plus près. Par comparaison avec la commande *argmin* classique, les simulations ont montré que cette méthode permet de réduire drastiquement le nombre de commutations des interrupteurs et d'améliorer le suivi de la référence en sortie, avec des oscillations réduites. De plus, le taux de distorsion harmonique de la tension de sortie obtenue est très faible.

La méthode a été étendue en intégrant un retour d'état à la référence, ce qui permet d'imposer une dynamique à l'erreur de poursuite. Les simulations ont montré qu'il est par exemple possible d'accélérer la réponse du système, au prix de plus de commutations.

Les résultats obtenues en simulation sont encourageants, mais la méthode mérite d'être approfondie. Comme illustré avec l'exemple du CHB, plusieurs commandes peuvent minimiser la fonction de la loi de commande. Il serait donc intéressant de développer une stratégie de commande de plus haut niveau pour choisir parmi ces commandes, afin d'optimiser des critères comme la répartition de la puissance entre les cellules, la prise en compte des pannes des cellules, ... Enfin, il faudrait prendre en compte les perturbations extérieures pour proposer une méthode plus réaliste.

Conclusion générale

Cette thèse est consacrée à la modélisation et à la commande directe des convertisseurs d'énergie électrique statiques. Les travaux ont été menés dans le but d'accompagner l'application des résultats issus de la littérature en automatique aux convertisseurs. Nous avons exploré deux axes principaux : la modélisation dans des formalismes qui prennent en compte la nature commutée des convertisseurs, et l'adaptation de lois de commande aux conditions de fonctionnement des convertisseurs.

Dans un premier temps, nous avons proposé une démarche générale de modélisation des convertisseurs. Elle permet d'obtenir de manière systématique un modèle dans le formalisme des systèmes bilinéaires et/ou des systèmes affines à commutation, à partir des équations électriques du circuit. De nombreux exemples ont montré que cette méthode s'applique à une large classe de convertisseurs. La méthode a cependant des limites, comme la charge à puissance constante qui ne peut être prise en compte que sous forme d'une perturbation, ou le mode DCM.

Nous avons ensuite proposé des méthodes de calcul de la référence de l'état du système. Elles se déroulent à partir de la connaissance d'un objectif en sortie, en adéquation avec le contexte applicatif. Nous avons vu que l'équation d'équilibre des puissances pouvait être exploitée pour déterminer une trajectoire de référence. Ces approches ont permis de traiter différents types d'objectifs de commande : régulation de sortie, équilibrage de tension/courant, facteur de puissance unitaire. Le calcul de la référence reste cependant un problème difficile qui devrait être étudié plus en profondeur, notamment dans le cas où la matrice dynamique à l'équilibre n'est pas inversible, le problème est sous-contraint, ...

À partir des modèles généraux mis en avant par la démarche de modélisation, nous avons montré que la loi de commande de type *argmin* est un résultat intéressant pour proposer une méthode générique de commande directe des convertisseurs. La stabilité du système en boucle fermée est étudiée avec la méthode de Lyapunov, en considérant les solutions du système au sens de Filippov. En accord avec les conditions opérationnelles des convertisseurs, nous avons proposé deux extensions du schéma de commande : un observateur permettant de reconstruire l'état dans les cas où celui-ci n'est pas complètement mesuré, et une boucle avec action intégrale pour réguler la sortie du système.

L'observateur est synthétisé efficacement à l'aide de conditions LMIs, et la stabilité du système en boucle fermée avec la commande basée observateur a été prouvée à l'aide de la propriété ISS. Il est important de noter qu'un observateur peut cependant être demandeur en ressource de calcul pour être implémenté, et donc manquer d'intérêt d'un point de vue pratique.

L'étude de la stabilité et le calcul des gains de l'action intégrale se basent sur l'équation d'équilibre des puissances, spécifique aux convertisseurs. L'action intégrale agit directement sur la référence de l'état, et les simulations ont montré que cette méthode permet aussi d'éliminer l'erreur statique habituellement observée avec la loi de commande de type *argmin*, due à une fréquence de commutation trop faible. De plus, une action intégrale permet de rejeter les perturbations extérieures inconnues constantes sans les reconstruire, par opposition aux schémas adaptatifs, et est donc potentiellement plus simple à implémenter.

Dans une dernière partie, nous avons montré que la loi de commande de type *argmin* n'est pas adaptée pour certaines classes de convertisseurs lorsqu'on prend en compte le fait que la commande est implémentée en discontinu. En particulier, pour la classe des convertisseurs modulant directement la tension d'entrée avec des ponts en H, nous avons proposé une modification de la loi de commande permettant d'exploiter la redondance de la commande. Appliquée au convertisseur cascaded h-bridge, cette modification améliore le suivi des références, et génère un signal de sortie de haute qualité harmonique tout en réduisant les pertes par commutation. La commande est ensuite soumise à un retour d'état linéaire virtuel modifiant les conditions de commutation. Cette extension permet de mieux spécifier la dynamique du système en boucle fermée. Les résultats pourraient être améliorés en ajoutant un algorithme d'allocation, pour exploiter encore mieux les possibilités offertes par la redondance du système.

Pour conclure, l'étude présentée dans le Chapitre 4 a mis en lumière les limites d'une commande « générique ». Même si la loi de commande *argmin*, dans sa formulation générale, s'applique à un grand nombre de convertisseurs, un compromis est souvent nécessaire entre généralité et performance. Dans ce but, il serait intéressant d'identifier les sous-classes de modèles de convertisseurs, pour proposer d'autres lois de commande adaptées comme nous l'avons fait dans le Chapitre 4.

Perspectives

Au delà de la conclusion sur la généralité, les perspectives sont multiples. Les principales sont résumées ci-dessous :

Implémentation - Un premier point concerne l'implémentation des lois de commande proposées sur des prototypes réels, pour faire un pas de plus vers les applications pratiques. Bien que ces lois de commandes soient directes, il pourrait être intéressant d'étudier le passage vers des lois de commande avec signal MLI, via un filtre générant un rapport cyclique par exemple, pour faciliter l'implémentation. Une autre piste d'exploration est la prise en compte explicite du temps de mise à jour de la commande dans le modèle de convertisseur, à travers des modèles hybrides par exemple. En effet, l'hypothèse d'une fréquence de commutation infinie est faite pour prouver la stabilité asymptotique, ce qui est évidemment impossible en pratique.

Condition LMI - Un deuxième point concerne les conditions LMI qui permettent de synthétiser les lois de commandes et l'observateur. Certains convertisseurs ne satisfont pas ces conditions, notamment ceux dont les matrices dynamiques de tous les modes ne sont pas Hurwitz. Il est donc nécessaire de proposer d'autres conditions permettant de prendre en compte ces exemples. Ce problème peut également être relié au calcul d'une loi de commande avec action intégrale à partir d'un modèle augmenté. De plus, le lien entre performance et choix des matrices de poids Q_C ou Q_O devrait être étudié pour mieux régler les gains.

Modélisation - Enfin, il faudrait étendre la démarche de modélisation pour prendre en compte le mode de fonctionnement DCM et les commutations non commandées (comme celles des diodes) que l'on rencontre en pratique. De plus, il serait intéressant d'appliquer la méthode de modélisation à des exemples plus complexes, comme les convertisseurs en réseaux.

Annexe A

Gains de l'observateur du NPC

$$\begin{aligned}
 L_{\lambda_1} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_2} &= \begin{bmatrix} 0 & 117.9 \\ 0 & 204.3 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_3} &= \begin{bmatrix} -117.9 & 0 \\ -204.3 & 0 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} \\
 L_{\lambda_4} &= \begin{bmatrix} 0 & 117.9 \\ 0 & -204.3 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_5} &= \begin{bmatrix} 0 & 235.9 \\ 0 & 0 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_6} &= \begin{bmatrix} -117.9 & 117.9 \\ -204.3 & -204.3 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} \\
 L_{\lambda_7} &= \begin{bmatrix} -117.9 & 0 \\ 204.3 & 0 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_8} &= \begin{bmatrix} -117.9 & 117.9 \\ 204.3 & 204.3 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_9} &= \begin{bmatrix} -235.9 & 0 \\ 0 & 0 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} \\
 L_{\lambda_{10}} &= \begin{bmatrix} 0 & -235.9 \\ 0 & 0 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_{11}} &= \begin{bmatrix} 0 & -117.9 \\ 0 & 204.3 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_{12}} &= \begin{bmatrix} -117.9 & -235.9 \\ -204.3 & 0 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} \\
 L_{\lambda_{13}} &= \begin{bmatrix} 0 & -117.9 \\ 0 & -204.3 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_{14}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_{15}} &= \begin{bmatrix} -117.9 & -117.9 \\ -204.3 & -204.3 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} \\
 L_{\lambda_{16}} &= \begin{bmatrix} -117.9 & -235.9 \\ 204.3 & 0 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_{17}} &= \begin{bmatrix} -117.9 & -117.9 \\ 204.3 & 204.3 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_{18}} &= \begin{bmatrix} -235.9 & -235.9 \\ 0 & 0 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} \\
 L_{\lambda_{19}} &= \begin{bmatrix} 235.9 & 0 \\ 0 & 0 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_{20}} &= \begin{bmatrix} 235.9 & 117.9 \\ 0 & 204.3 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_{21}} &= \begin{bmatrix} 117.9 & 0 \\ -204.3 & 0 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} \\
 L_{\lambda_{22}} &= \begin{bmatrix} 235.9 & 117.9 \\ 0 & -204.3 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_{23}} &= \begin{bmatrix} 235.9 & 235.9 \\ 0 & 0 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_{24}} &= \begin{bmatrix} 117.9 & 117.9 \\ -204.3 & -204.3 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} \\
 L_{\lambda_{25}} &= \begin{bmatrix} 117.9 & 0 \\ 204.3 & 0 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_{26}} &= \begin{bmatrix} 117.9 & 117.9 \\ 204.3 & 204.3 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix} & L_{\lambda_{27}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 460.2 & 0 \\ 44.4 & -504.6 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Annexe B

Liste de modèle

Buck

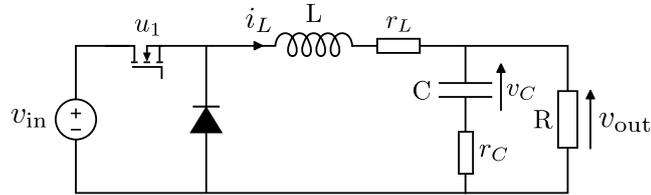


FIGURE B.1 – Circuit d'un convertisseur buck

Pour $x = [i_L \ v_C]^T$, $y = v_{out}$, $\alpha = \frac{R}{R+r_C}$

$$\begin{cases} \dot{x} = A_0 x + u_1 B_{u1} v_{in} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} -\frac{r_L + \alpha r_C}{L} & -\frac{\alpha}{L} \\ \frac{\alpha}{C} & -\frac{\alpha}{RC} \end{bmatrix} \quad B_{u1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_0 = [r_C \alpha \quad \alpha]$$

Boost

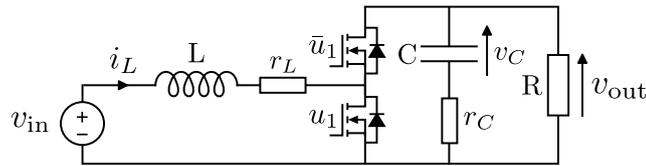


FIGURE B.2 – Circuit d'un convertisseur boost

Pour $x = [i_L \ v_C]^T$, $y = v_{out}$, $\alpha = \frac{R}{R+r_C}$

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + u_1 A_{u1}) x + B_0 v_{in} \\ y = (C_0 + u_1 C_{u1}) x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} -\frac{r_L + \alpha r_C}{L} & -\frac{\alpha}{L} \\ \frac{\alpha}{C} & -\frac{\alpha}{RC} \end{bmatrix} \quad A_{u1} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha r_C}{L} & \frac{\alpha}{L} \\ -\frac{\alpha}{C} & 0 \end{bmatrix} \quad B_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_0 = [r_C \alpha \quad \alpha] \quad C_{u1} = [-r_C \alpha \quad 0]$$

Buck-Boost non inverseur

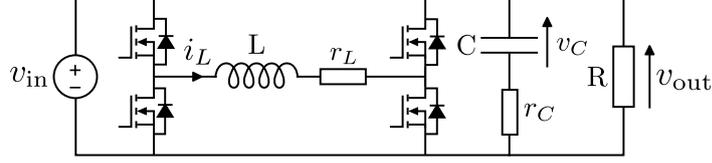


FIGURE B.3 – Circuit d'un convertisseur buck-boost non inverseur

Pour $x = [i_L \ v_C]^T$, $y = v_{out}$, $\alpha = \frac{R}{R+r_C}$

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + u_2 A_{u_2})x + u_1 B_{u_1} v_{in} \\ y = (C_0 + u_2 C_{u_2})x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} \frac{-r_L - \alpha r_C}{L} & -\frac{\alpha}{L} \\ \frac{\alpha}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad A_{u_2} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha r_C}{L} & \frac{\alpha}{L} \\ -\frac{\alpha}{C} & 0 \end{bmatrix} \quad B_{u_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_0 = \begin{bmatrix} r_C \alpha & \alpha \end{bmatrix} \quad C_{u_2} = \begin{bmatrix} -r_C \alpha & 0 \end{bmatrix}$$

Buck-Boost inverseur

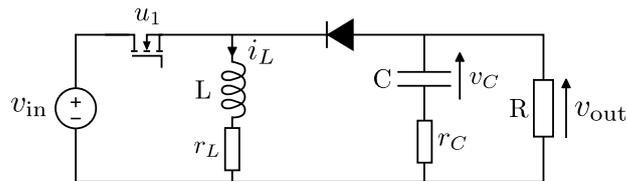


FIGURE B.4 – Circuit d'un convertisseur buck-boost inverseur

Pour $x = [i_L \ v_C]^T$, $y = v_{out}$, $\alpha = \frac{R}{R+r_C}$

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + u_1 A_{u_1})x + u_1 B_{u_1} v_{in} \\ y = (C_0 + u_1 C_{u_1})x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} \frac{-r_L - \alpha r_C}{L} & \frac{\alpha}{L} \\ -\frac{\alpha}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad A_{u_1} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha r_C}{L} & -\frac{\alpha}{L} \\ \frac{\alpha}{C} & 0 \end{bmatrix} \quad B_{u_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_0 = \begin{bmatrix} -r_C \alpha & \alpha \end{bmatrix} \quad C_{u_1} = \begin{bmatrix} r_C \alpha & 0 \end{bmatrix}$$

Ćuk

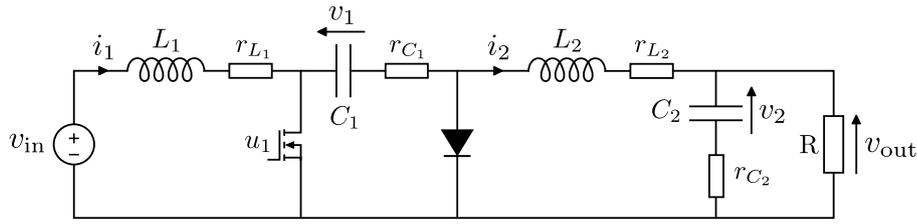


FIGURE B.5 – Circuit d'un convertisseur Ćuk

Pour $x = [i_1 \quad i_2 \quad v_1 \quad v_2]^T$, $y = v_{\text{out}}$, $\alpha = \frac{R}{R+r_{C_2}}$

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + u_1 A_{u_1}) x + B_0 v_{\text{in}} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} \frac{-r_{L_1} - r_{C_1}}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & \frac{-r_{L_2} - \alpha r_{C_2}}{L_2} & 0 & -\frac{\alpha}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha}{C_2} & 0 & -\frac{\alpha}{RC_2} \end{bmatrix} \quad A_{u_1} = \begin{bmatrix} \frac{r_{C_1}}{L_1} & 0 & \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & \frac{-r_{C_1}}{L_2} & -\frac{1}{L_2} & 0 \\ -\frac{1}{C_1} & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_0 = [0 \quad \alpha r_{C_2} \quad 0 \quad \alpha]$$

Sepic

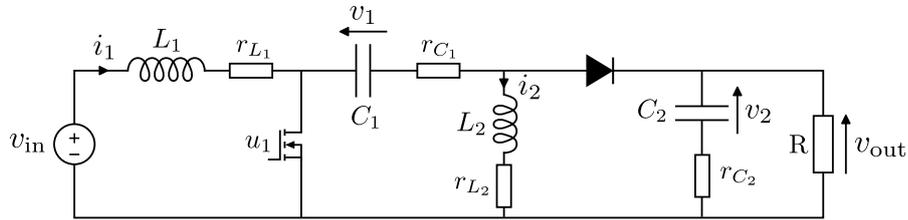


FIGURE B.6 – Circuit d'un convertisseur Sepic

Pour $x = [i_1 \quad i_2 \quad v_1 \quad v_2]^T$, $y = v_{\text{out}}$, $\alpha = \frac{R}{R+r_{C_2}}$

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + u_1 A_{u_1}) x + B_0 v_{\text{in}} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} \frac{-r_{L_1} - r_{C_1} + r_{C_2}}{L_1} & -\frac{r_{C_2}}{L_1} & -\frac{1}{L_1} & -\frac{\alpha}{L_1} \\ -\frac{\alpha r_{C_2}}{L_2} & \frac{-r_{L_2} + \alpha r_{C_2}}{L_2} & 0 & \frac{\alpha}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\alpha}{C_2} & -\frac{\alpha}{C_2} & 0 & -\frac{\alpha}{RC_2} \end{bmatrix} \quad A_{u_1} = \begin{bmatrix} \frac{r_{C_1} - r_{C_2}}{L_1} & \frac{r_{C_2}}{L_1} & \frac{1}{L_1} & \frac{\alpha}{L_1} \\ \frac{\alpha r_{C_2}}{L_2} & \frac{-r_{C_1} - \alpha r_{C_2}}{L_2} & -\frac{1}{L_2} & -\frac{\alpha}{L_2} \\ -\frac{1}{C_1} & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ -\frac{\alpha}{C_2} & \frac{\alpha}{C_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_0 = [-\alpha r_{C_2} \quad \alpha r_{C_2} \quad 0 \quad \alpha] \quad C_{u_1} = [\alpha r_{C_2} \quad -\alpha r_{C_2} \quad 0 \quad 0]$$

Pont en H

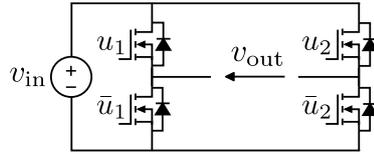


FIGURE B.7 – Circuit d'un convertisseur pont en H

$$v_{\text{out}} = (u_1 - u_2)v_{\text{in}}$$

Pont en H avec charge RL

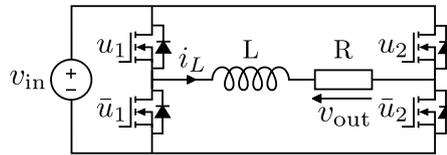


FIGURE B.8 – Circuit d'un convertisseur pont en H avec charge RL

Pour $x = i_L$, $y = v_{\text{out}}$

$$\begin{cases} \dot{x} = A_0 x + (u_1 B_{u_1} + u_2 B_{u_2}) v_{\text{in}} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

où

$$A_0 = -\frac{R}{L} \quad B_{u_1} = \frac{1}{L} \quad B_{u_2} = -\frac{1}{L} \quad C_0 = R$$

Onduleur monophasé

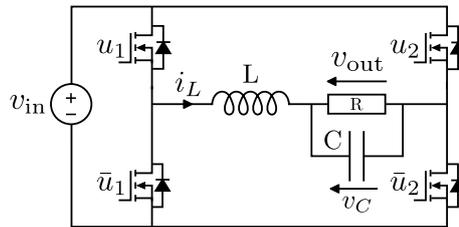


FIGURE B.9 – Circuit d'un convertisseur onduleur monophasé

Pour $x = [i_L \quad v_C]^T$, $y = v_{\text{out}}$

$$\begin{cases} \dot{x} = A_0 x + (u_1 B_{u_1} + u_2 B_{u_2}) v_{\text{in}} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_{u_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_{u_2} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_0 = [0 \quad 1]$$

Résonant série

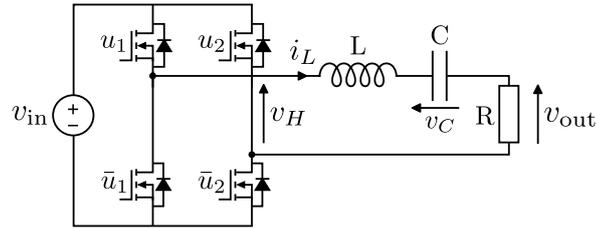


FIGURE B.10 – Circuit d'un convertisseur résonant série

Pour $x = [i_L \quad v_C]^T$, $y = v_{out}$

$$\begin{cases} \dot{x} = A_0 x + (u_1 B_{u_1} + u_2 B_{u_2}) v_{in} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \quad B_{u_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_{u_2} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_0 = [R \quad 0]$$

Résonant parallèle

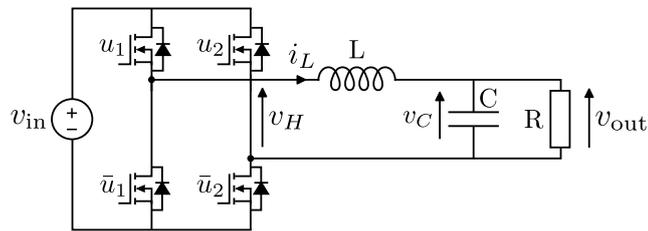


FIGURE B.11 – Circuit d'un convertisseur résonant parallèle

Pour $x = [i_L \quad v_C]^T$, $y = v_{out}$

$$\begin{cases} \dot{x} = A_0 x + (u_1 B_{u_1} + u_2 B_{u_2}) v_{in} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_{u_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_{u_2} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_0 = [0 \quad 1]$$

Dual active bridge

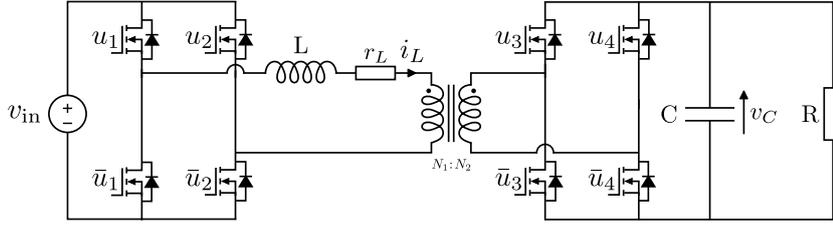


FIGURE B.12 – Circuit d'un convertisseur dual active bridge

Pour $x = [i_L \quad v_C]^T$, $n_t = \frac{N_1}{N_2}$, $y = v_{out}$

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + u_3 A_{u_3} + u_4 A_{u_4})x + (u_1 B_{u_1} + u_2 B_{u_2})v_{in} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad A_{u_3} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{n_t}{L} \\ \frac{n_t}{L} & 0 \end{bmatrix} \quad A_{u_4} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{n_t}{L} \\ -\frac{n_t}{L} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{u_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_{u_2} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_0 = [0 \quad 1]$$

Cascaded H-Bridge

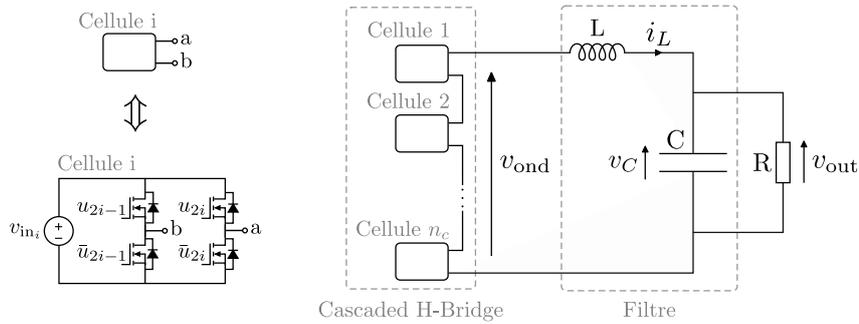


FIGURE B.13 – Circuit d'un convertisseur cascaded h-bridge

Pour $x = [i_L \quad v_C]^T$, n_c est le nombre de cellules, $v_{in} = [v_{in_1} \quad \dots \quad v_{in_{n_c}}]^T$, $y = v_{out}$

$$\begin{cases} \dot{x} = A_0 x + \sum_{i=1}^{2n_c} u_i B_{u_i} v_{in} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad C_0 = [0 \quad 1] \quad B_{u_i} : b_{jk} = \begin{cases} -\frac{1}{L} & \text{si } j = 1, i \text{ est impair, et } k = \frac{i+1}{2} \\ \frac{1}{L} & \text{si } j = 1, i \text{ est pair, et } k = \frac{i}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Flying Capacitor DC-DC

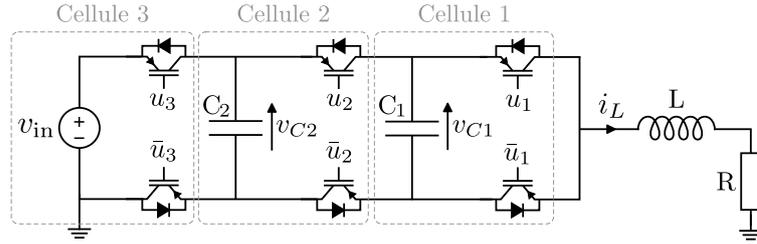


FIGURE B.14 – Circuit d'un convertisseur flying capacitor à trois cellules

Pour $x = [v_{C1} \ v_{C2} \ i_L]^T$, $y = i_L$

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + \sum_{i=1}^3 u_i A_{u_i})x + u_3 B_{u_3} v_{in} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

où

$$A_0 + \sum_{i=1}^3 u_i A_{u_i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{u_2 - u_1}{C_1} \\ 0 & 0 & \frac{u_3 - u_2}{C_2} \\ \frac{u_1 - u_2}{L} & \frac{u_2 - u_3}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \quad B_{u_3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad C_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Flying Capacitor DC-AC

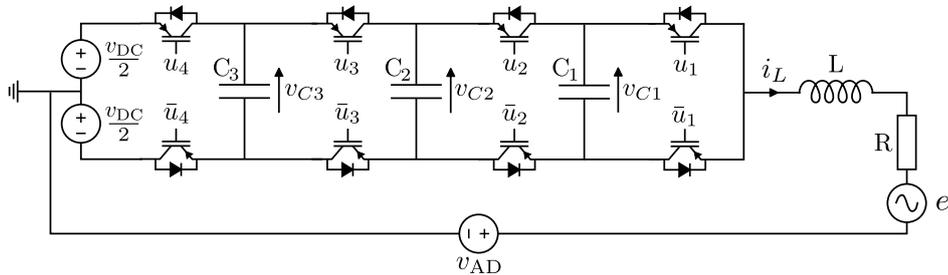


FIGURE B.15 – Circuit d'un onduleur flying capacitor à quatre cellules

Pour $x = [v_{C1} \ v_{C2} \ v_{C3} \ i_L]^T$, $v_{in} = [v_{DC} \ e \ v_{AD}]^T$, $y = i_L$

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + \sum_{i=1}^4 u_i A_{u_i})x + (B_0 + u_4 B_{u_4})v_{in} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

où

$$A_0 + \sum_{i=1}^4 u_i A_{u_i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{u_2 - u_1}{C_1} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{u_3 - u_2}{C_2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{u_4 - u_3}{C_3} \\ \frac{u_1 - u_2}{L} & \frac{u_2 - u_3}{L} & \frac{u_3 - u_4}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \quad C_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2L} & -\frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad B_{u_4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Buck entrelacé

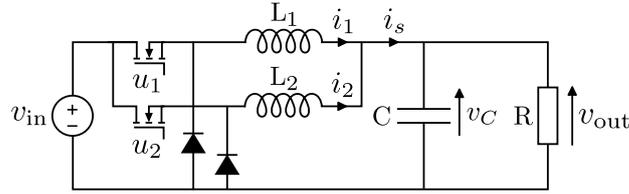


FIGURE B.16 – Circuit d'un convertisseur buck entrelacé à deux branches

Pour $x = [i_s \quad i_d \quad v_C]^T$, $i_+ = i_1 + i_2$, $i_d = i_1 - i_2$, $y = v_{out}$,

$$\begin{cases} \dot{x} = A_0 x + (u_1 B_{u_1} + u_2 B_{u_2}) v_{in} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{L_1+L_2}{L_1 L_2} \\ 0 & 0 & \frac{L_1-L_2}{L_1 L_2} \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_{u_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ \frac{1}{L_1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_{u_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_2} \\ -\frac{1}{L_2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_0 = [0 \quad 0 \quad 1]$$

Boost avec charge à puissance constante

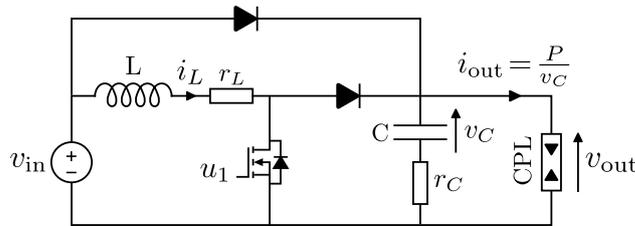


FIGURE B.17 – Circuit d'un convertisseur boost avec charge à puissance constante

Pour $x = [i_L \quad v_C]^T$, $y = v_{out}$, $p = i_{out}$

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + u_1 A_{u_1}) x + B_0 v_{in} + (G_0 + u_1 G_{u_1}) p \\ y = (C_0 + u_1 C_{u_1}) x + H_0 p \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} \frac{-r_L - r_C}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \quad A_{u_1} = \begin{bmatrix} \frac{r_C}{L} & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \quad B_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad G_0 = \begin{bmatrix} \frac{r_C}{L} \\ -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \quad G_{u_1} = \begin{bmatrix} -\frac{r_C}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_0 = [r_C \quad 1] \quad C_{u_1} = [-r_C \quad 0] \quad H_0 = [-r_C]$$

Onduleur Barbi

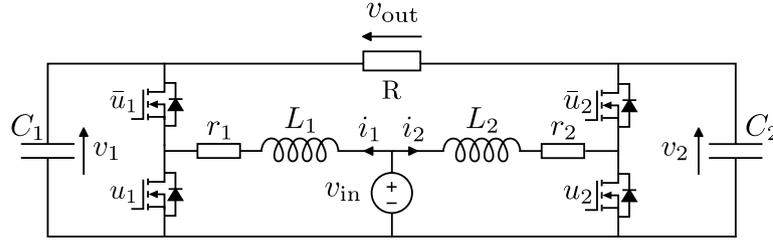


FIGURE B.18 – Circuit d'un onduleur Barbi

Pour $x = [i_1 \ i_2 \ v_1 \ v_2]^T$, $y = v_{out}$

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + u_1 A_{u_1} + u_2 A_{u_2})x + B_0 v_{in} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} -\frac{r_1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & -\frac{r_2}{L_2} & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & 0 & -\frac{1}{RC_1} & \frac{1}{RC_1} \\ 0 & \frac{1}{C_2} & \frac{1}{RC_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \quad A_{u_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_{u_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ \frac{1}{L_2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_0 = [0 \ 1 \ 0 \ -1]$$

Half Bridge boost PFC

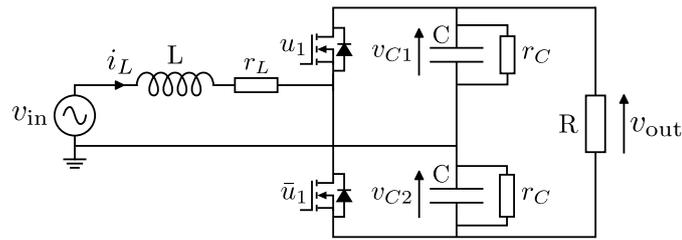


FIGURE B.19 – Circuit d'un convertisseur half-bridge boost PFC

Pour $x = [i_L \ v_+ \ v_-]^T$, $v_+ = v_{C1} + v_{C2}$, $v_- = v_{C1} - v_{C2}$, $y = v_{out}$, $R_{eq} = \frac{Rr_C}{R+2r_C}$

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + u_1 A_{u_1})x + B_0 v_{in} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & \frac{1}{2L} & -\frac{1}{2L} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{R_{eq}C} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{r_C C} \end{bmatrix} \quad A_{u_1} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ \frac{2}{C} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_0 = [0 \ 1 \ 0]$$

Redresseur triphasé

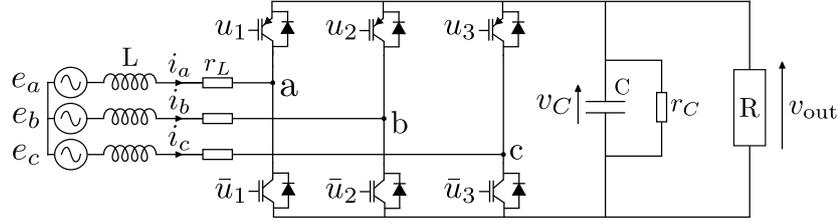


FIGURE B.20 – Circuit d'un redresseur triphasé

Sous l'hypothèse que les signaux triphasés sont équilibrés, après transformée de Clarke-Concordia réduite (voir Définition 2.1),

pour $x = [i_\alpha \ i_\beta \ v_C]^T$, $v_{in} = [e_\alpha \ e_\beta]^T$, $y = v_{out}$, $R_{eq} = \frac{Rr_C}{R+r_C}$

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + u_1 A_{u_1} + u_2 A_{u_2} + u_3 A_{u_3})x + B_0 v_{in} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} -\frac{r_L}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{r_L}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R_{eq}} \end{bmatrix} \quad B_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C_0 = [0 \ 0 \ 1]$$

$$A_{u_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{\sqrt{6}}{3L} \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{3C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_{u_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\sqrt{6}}{6L} \\ 0 & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2L} \\ -\frac{\sqrt{6}}{6C} & \frac{\sqrt{2}}{2C} & 0 \end{bmatrix} \quad A_{u_3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\sqrt{6}}{6L} \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2L} \\ -\frac{\sqrt{6}}{6C} & -\frac{\sqrt{2}}{2C} & 0 \end{bmatrix}$$

Flyback

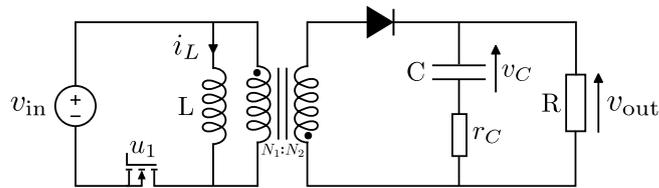


FIGURE B.21 – Circuit d'un convertisseur flyback

Pour $x = [i_L \ v_C]^T$, $y = v_{out}$, $\alpha = \frac{R}{R+r_C}$, $n_t = \frac{N_1}{N_2}$

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + u_1 A_{u_1})x + u_1 B_{u_1} v_{in} \\ y = (C_0 + u_1 C_{u_1})x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha r_C n_t^2}{L} & -\frac{n_t \alpha}{L} \\ \frac{\alpha n_t}{C} & -\frac{\alpha}{RC} \end{bmatrix} \quad A_{u_1} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha r_C n_t^2}{L} & \frac{n_t \alpha}{L} \\ -\frac{\alpha n_t}{C} & 0 \end{bmatrix} \quad B_{u_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_0 = [r_C \alpha n_t \ \alpha] \quad C_{u_1} = [-r_C \alpha n_t \ 0]$$

Neutral-Point-Clamped rectifier

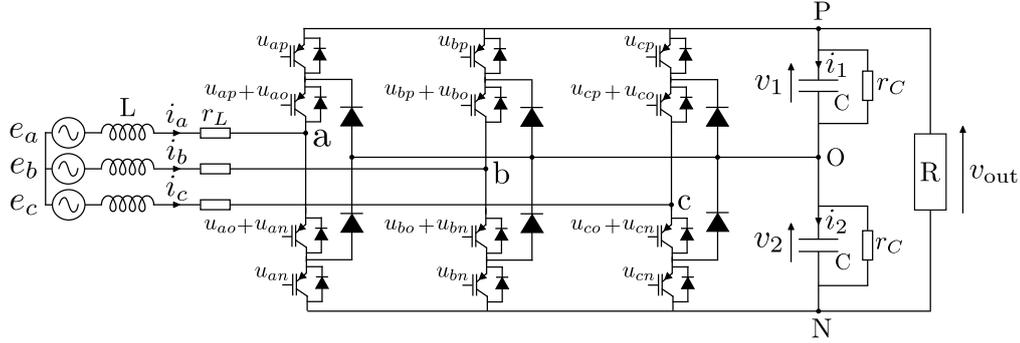


FIGURE B.22 – Circuit d'un redresseur neutral-point-clamped à trois niveaux

Sous l'hypothèse que les signaux triphasés sont équilibrés, après transformée de Clarke-Concordia réduite (voir Définition 2.1), sous la contrainte $u_{ip} + u_{io} + u_{in} = 1$ pour $i = \{a, b, c\}$,

pour $x = [i_\alpha \ i_\beta \ v_+ \ v_-]^T$, $v_+ = v_1 + v_2$, $v_- = v_1 - v_2$, $v_{in} = [e_\alpha \ e_\beta]^T$, $y = v_{out}$, $R_{eq} = \frac{Rr_C}{R+2r_C}$

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + u_{ap}A_{u_{ap}} + u_{an}A_{u_{an}} + u_{bp}A_{u_{bp}} + u_{bn}A_{u_{bn}} + u_{cp}A_{u_{cp}} + u_{cn}A_{u_{cn}})x + B_0v_{in} \\ y = C_0x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} \frac{-r_L}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-r_L}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{R_{eq}C} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{Cr_C} \end{bmatrix} \quad B_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C_0 = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

$$A_{u_{ap}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\sqrt{6}}{6L} & \frac{-\sqrt{6}}{6L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{3C} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{3C} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_{u_{an}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\sqrt{6}}{6L} & \frac{-\sqrt{6}}{6L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\sqrt{6}}{3C} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{6}}{3C} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{u_{bp}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\sqrt{6}}{12L} & \frac{\sqrt{6}}{12L} \\ 0 & 0 & \frac{-\sqrt{2}}{4L} & \frac{-\sqrt{2}}{4L} \\ \frac{-\sqrt{6}}{6C} & \frac{\sqrt{2}}{2C} & 0 & 0 \\ \frac{-\sqrt{6}}{6C} & \frac{\sqrt{2}}{2C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_{u_{bn}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\sqrt{6}}{12L} & \frac{-\sqrt{6}}{12L} \\ 0 & 0 & \frac{-\sqrt{2}}{4L} & \frac{\sqrt{2}}{4L} \\ \frac{\sqrt{6}}{6C} & \frac{-\sqrt{2}}{2C} & 0 & 0 \\ \frac{-\sqrt{6}}{6C} & \frac{\sqrt{2}}{2C} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{u_{cp}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\sqrt{6}}{12L} & \frac{\sqrt{6}}{12L} \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{4L} & \frac{\sqrt{2}}{4L} \\ \frac{-\sqrt{6}}{6C} & \frac{-\sqrt{2}}{2C} & 0 & 0 \\ \frac{-\sqrt{6}}{6C} & \frac{-\sqrt{2}}{2C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_{u_{cn}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\sqrt{6}}{12L} & \frac{-\sqrt{6}}{12L} \\ 0 & 0 & \frac{-\sqrt{2}}{4L} & \frac{\sqrt{2}}{4L} \\ \frac{\sqrt{6}}{6C} & \frac{\sqrt{2}}{2C} & 0 & 0 \\ \frac{-\sqrt{6}}{6C} & \frac{-\sqrt{2}}{2C} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Buck en parallèle

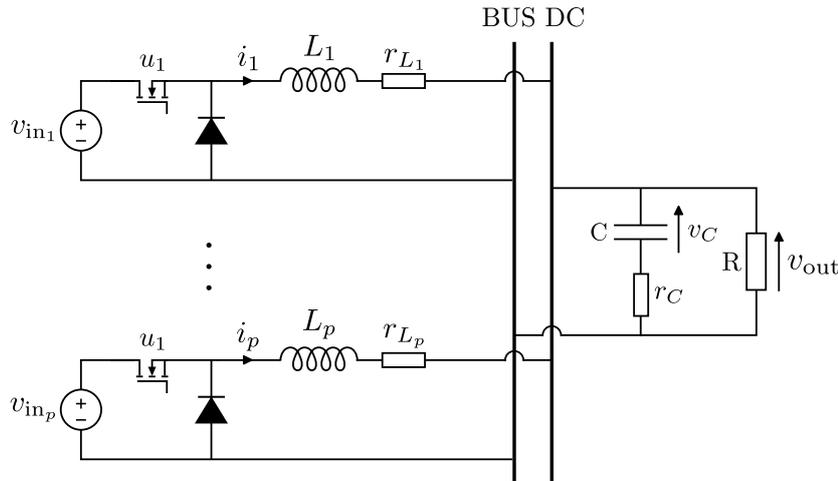


FIGURE B.23 – Circuit d'un convertisseur buck en parallèle

Pour $x = [i_1 \ \dots \ i_p \ v_C]^T$, p est le nombre de buck, $v_{in} = [v_{in_1} \ \dots \ v_{in_p}]^T$, $y = v_{out}$,
 $\alpha = \frac{R}{R+r_C}$

$$\begin{cases} \dot{x} = A_0 x + \sum_{i=1}^p u_i B_{u_i} v_{in} \\ y = C_0 x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} -\frac{r_{L_1} + \alpha r_C}{L_1} & -\frac{\alpha r_C}{L_1} & \dots & -\frac{\alpha r_C}{L_1} & -\frac{\alpha}{L_1} \\ -\frac{\alpha r_C}{L_2} & -\frac{r_{L_2} + \alpha r_C}{L_2} & \dots & -\frac{\alpha r_C}{L_2} & -\frac{\alpha}{L_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -\frac{\alpha r_C}{L_p} & -\frac{\alpha r_C}{L_p} & \dots & -\frac{r_{L_p} + \alpha r_C}{L_p} & -\frac{\alpha}{L_p} \\ \frac{\alpha}{C} & \frac{\alpha}{C} & \dots & \frac{\alpha}{C} & -\frac{\alpha}{RC} \end{bmatrix} \quad C_0 = [\alpha r_C \ \dots \ \alpha r_C \ \alpha]$$

$$B_{u_i} : b_{jk} = \begin{cases} \frac{1}{L_i} & \text{si } j = k = i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Boost quadratique

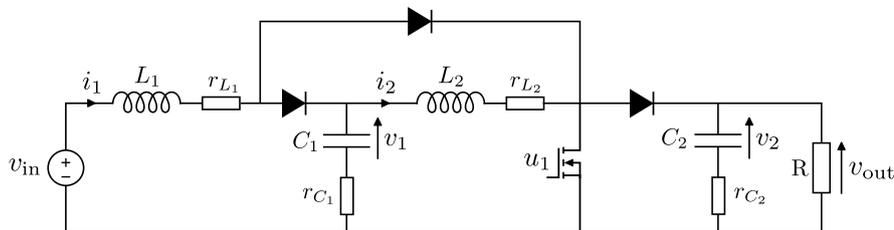


FIGURE B.24 – Circuit d'un convertisseur quadratic boost

Pour $x = [i_1 \ i_2 \ v_1 \ v_2]^T$, $y = v_{out}$, $\alpha = \frac{R}{R+r_{C_2}}$

$$\begin{cases} \dot{x} = (A_0 + u_1 A_{u_1}) x + B_0 v_{in} \\ y = (C_0 + u_1 C_{u_1}) x \end{cases}$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} \frac{-rL_1 - rC_1}{L_1} & \frac{rC_1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ \frac{rC_1}{L_2} & \frac{-rL_2 - rC_1 - \alpha rC_2}{L_2} & \frac{1}{L_2} & -\frac{\alpha}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha}{C_2} & 0 & -\frac{\alpha}{RC_2} \end{bmatrix} \quad A_{u_1} = \begin{bmatrix} \frac{rC_1}{L_1} & -\frac{rC_1}{L_1} & \frac{1}{L_1} & 0 \\ -\frac{rC_1}{L_2} & \frac{\alpha rC_2}{L_2} & 0 & \frac{\alpha}{L_2} \\ -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\alpha}{C_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_0 = [0 \quad \alpha rC_2 \quad 0 \quad \alpha] \quad C_{u_1} = [0 \quad -\alpha rC_2 \quad 0 \quad 0]$$

Bibliographie

- [1] G. García and O. L. Santos, “A unified approach for the control of power electronics converters. part i—stabilization and regulation,” *Applied Sciences*, 2021.
- [2] G. García, O. López-Santos, and L. Martínez-Salamero, “A unified approach for the control of power electronics converters. part ii : Tracking,” *Applied Sciences*, 2021.
- [3] M. Doré, Y. Ariba, and G. Garcia, “General methodology for observer-based control of power electronic converters with measured perturbations,” in *2023 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*, pp. 1060–1065, 2023.
- [4] M. Doré, Y. Ariba, and G. Garcia, “Observer-based switched control of the three level neutral point clamped rectifier,” in *2023 62nd IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 3580–3585, 2023.
- [5] M. Doré, Y. Ariba, O. Lopez-Santos, and G. Garcia, “Revisiting the *argmin* direct control for the cascaded h-bridge inverter,” in *2024 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*, pp. 282–287, 2024.
- [6] M. Doré and N. Zaupa, “Control of the rms output current in series resonant converters,” in *2024 4th IFAC Conference of Modelling, Identification and Control of nonlinear systems (MICNON)*, pp. 132–137, 2024.
- [7] G. Séguier, P. Delarue, and F. Labrique, *Electronique de puissance*. Sciences Sup, Dunod, 10 ed., Aug. 2015.
- [8] G. Deaecto, J. Geromel, F. Saldanha Garcia, and J. Pomilio, “Switched affine systems control design with application to DC-DC converters,” *Control Theory & Applications, IET*, vol. 4, pp. 1201–1210, Aug. 2010.
- [9] C. Albea, G. Garcia, and L. Zaccarian, “Hybrid dynamic modeling and control of switched affine systems : Application to DC-DC converters,” in *2015 54th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 2264–2269, Dec. 2015.
- [10] L. Hetel, M. Defoort, and M. Djemaï, “Binary control design for a class of bilinear systems : Application to a multilevel power converter,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 24, no. 2, pp. 719–726, 2016.
- [11] S. Hadjeras, C. A. Sanchez, and G. Garcia, “Hybrid adaptive control of the boost converter,” in *2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 5720–5725, Dec. 2017.
- [12] Z. Kader, C. Fiter, L. Hetel, and L. Belkoura, “Non-quadratic stabilization of switched affine systems,” in *IFAC 2017 - 20th World Congress of the International Federation of Automatic Control*, (Toulouse, France), pp. 1–4, July 2017.
- [13] S. Baldi, A. Papachristodoulou, and E. B. Kosmatopoulos, “Adaptive pulse width modulation design for power converters based on affine switched systems,” *Nonlinear Analysis : Hybrid Systems*, vol. 30, pp. 306–322, Nov. 2018.
- [14] G. Beneux, P. Riedinger, J. Daafouz, and L. Grimaud, “Adaptive stabilization of switched affine systems with unknown equilibrium points : Application to power converters,” *Automatica*, vol. 99, pp. 82–91, Jan. 2019.

- [15] C. Albea-Sanchez, G. Garcia, S. Hadjeras, M. W. P. M. H. Heemels, and L. Zaccarian, “Practical stabilisation of switched affine systems with dwell-time guarantees,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 64, pp. 4811 – 4817, Apr. 2019.
- [16] A. Sferlazza, C. Albea-Sanchez, L. Martínez-Salamero, G. García, and C. Alonso, “Min-type control strategy of a dc–dc synchronous boost converter,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 67, no. 4, pp. 3167–3179, 2020.
- [17] M. Serieye, C. Albea-Sanchez, A. Seuret, and M. Jungers, “Stabilization of switched affine systems via multiple shifted lyapunov functions,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 53, no. 2, pp. 6133–6138, 2020. 21st IFAC World Congress.
- [18] L. N. Egidio, G. S. Deaecto, and R. M. Jungers, “Stabilization of rank-deficient continuous-time switched affine systems,” *Automatica*, vol. 143, p. 110426, 2022.
- [19] M. D. Rossa, L. N. Egidio, and R. M. Jungers, “Stability of switched affine systems : Arbitrary and dwell-time switching,” 2022.
- [20] A. Ndoye, R. Delpoux, J.-F. Tréguët, and X. Lin-Shi, “Switching control design for lti system with uncertain equilibrium : Application to parallel interconnection of dc/dc converters,” *Autom.*, vol. 145, p. 110522, 2022.
- [21] R. P. C. de Souza, Z. Kader, and S. Caux, “Switched affine systems with hysteresis-based switching control : application to power converters,” *2022 8th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, vol. 1, pp. 212–217, 2022.
- [22] G. S. Deaecto, L. C. Costanzo, and L. N. Egidio, “Trajectory tracking for a class of θ -periodic switched systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 69, no. 3, pp. 1874–1881, 2024.
- [23] R. W. Erickson, *Fundamentals of Power Electronics*. Boston, MA : Springer US, 1997.
- [24] S. Cuk and R. D. Middlebrook, “A general unified approach to modelling switching DC-tO-DC converters in discontinuous conduction mode,” in *1977 IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pp. 36–57, June 1977. ISSN : 0275-9306.
- [25] S. R. Sanders, *Nonlinear control of switching power converters*. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1989. Accepted : 2005-08-09T17 :18 :31Z.
- [26] “Modelling of DC-to-DC Power Converters,” in *Control Design Techniques in Power Electronics Devices* (H. Sira-Ramírez and R. Silva-Ortigoza, eds.), Power Systems, pp. 11–58, London : Springer, 2006.
- [27] R. D. Middlebrook and S. Cuk, “A general unified approach to modelling switching-converter power stages,” in *1976 IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pp. 18–34, 1976.
- [28] “Approximate Linearization in the Control of Power Electronics Devices,” in *Control Design Techniques in Power Electronics Devices* (H. Sira-Ramírez and R. Silva-Ortigoza, eds.), Power Systems, pp. 123–234, London : Springer, 2006.
- [29] R. Goebel, R. G. Sanfelice, and A. R. Teel, *Hybrid Dynamical Systems : Modeling, Stability, and Robustness*. Princeton University Press, Mar. 2012.
- [30] D. Liberzon, *Switching in Systems and Control*. Systems & Control : Foundations & Applications, Boston, MA : Birkhäuser, 2003.
- [31] P. Bolzern and W. Spinelli, “Quadratic stabilization of a switched affine system about a nonequilibrium point,” in *Proceedings of the 2004 American Control Conference*, vol. 5, pp. 3890–3895 vol.5, 2004.
- [32] L. Hetel and E. Fridman, “Robust sampled – data control of switched affine systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 58, no. 11, pp. 2922–2928, 2013.
- [33] A. Pavlov, A. Pogromsky, N. Van De Wouw, and H. Nijmeijer, “On convergence properties of piecewise affine systems,” *International Journal of Control*, vol. 80, pp. 1233–1247, Aug. 2007. Publisher : Taylor & Francis.

- [34] K. H. Johansson, A. Rantzer, and K. J. Åström, “Fast switches in relay feedback systems,” *Automatica*, vol. 35, no. 4, pp. 539–552, 1999.
- [35] L. Hetel, E. Fridman, and T. Floquet, “Variable structure control with generalized relays : A simple convex optimization approach,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 60, no. 2, pp. 497–502, 2015.
- [36] J. Cortes, “Discontinuous dynamical systems,” *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 28, no. 3, pp. 36–73, 2008.
- [37] Z. Kader, *Control and observation of switched affine systems*. PhD Thesis, Ph. D. dissertation, Université Lille 1-Sciences et Technologies, 2017.
- [38] A. F. Filippov, “Differential equations with discontinuous righthand sides,” in *Mathematics and Its Applications*, 1988.
- [39] B. Ingalls, E. D. Sontag, and Y. Wang, “An Infinite-Time Relaxation Theorem for Differential Inclusions,” *Proceedings of the American Mathematical Society*, vol. 131, no. 2, pp. 487–499, 2003.
- [40] H. Khalil, *Nonlinear Systems*. Pearson Education, Prentice Hall, 2002.
- [41] C. Albea, A. Sferlazza, F. Gordillo, and F. Gómez-Estern, “Control of Power Converters With Hybrid Affine Models and Pulse-Width Modulated Inputs,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Regular Papers*, vol. 68, pp. 3485–3494, Aug. 2021. Conference Name : IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Regular Papers.
- [42] P. Hauvoigne, P. Riedinger, and C. Iung, “Sampled control design for switched affine systems : robust stabilization,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 44, pp. 5453–5458, 2011.
- [43] O. Lopez-Santos, L. Martinez-Salamero, G. Garcia, H. Valderrama-Blavi, and T. Sierra-Polanco, “Robust Sliding-Mode Control Design for a Voltage Regulated Quadratic Boost Converter,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, pp. 2313–2327, Apr. 2015.
- [44] Y. Yan, F. C. Lee, P. Mattavelli, and P.-H. Liu, “^{2S} Average Current Mode Control for Switching Converters,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, pp. 2027–2036, Apr. 2014. Conference Name : IEEE Transactions on Power Electronics.
- [45] G. Escobar, R. Ortega, H. Sira-Ramirez, J.-P. Vilain, and I. Zein, “An experimental comparison of several non linear controllers for power converters,” in *ISIE '97 Proceeding of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, vol. 1, pp. SS89–SS94 vol.1, July 1997.
- [46] J. Monteiro, J. F. Silva, S. F. Pinto, and J. Palma, “Linear and Sliding-Mode Control Design for Matrix Converter-Based Unified Power Flow Controllers,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, pp. 3357–3367, July 2014. Conference Name : IEEE Transactions on Power Electronics.
- [47] S. Oucheriah and L. Guo, “PWM-Based Adaptive Sliding-Mode Control for Boost DC–DC Converters,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, pp. 3291–3294, Aug. 2013. Conference Name : IEEE Transactions on Industrial Electronics.
- [48] A. Mohammadpour Shotorbani and E. Babaei, “Robust nonlinear controller based on control Lyapunov function and terminal sliding mode for buck converter,” *International Journal of Numerical Modelling : Electronic Networks, Devices and Fields*, vol. 29, pp. 1055–1069, Nov. 2016.
- [49] “Sliding Mode Control,” in *Control Design Techniques in Power Electronics Devices* (H. Sira-Ramirez and R. Silva-Ortigoza, eds.), Power Systems, pp. 61–122, London : Springer, 2006.
- [50] D. Cortes, J. Alvarez, and J. Alvarez, “Robust sliding mode control for the boost converter,” in *VIII IEEE International Power Electronics Congress, 2002. Technical Proceedings. CIEP 2002.*, pp. 208–212, Oct. 2002.

- [51] H. Sira-Ramirez, M. Spinetti-Rivera, and E. Fossas-Colet, "An algebraic parameter estimation approach to the adaptive observer-controller based regulation of the boost converter," in *2007 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pp. 3367–3372, June 2007. ISSN : 2163-5145.
- [52] D. A. Zambrano-Prada, A. El Aroudi, L. Vázquez-Seisdedos, and L. Martínez-Salamero, "Polynomial sliding surfaces to control a boost converter with constant power load," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Regular Papers*, vol. 70, no. 1, pp. 530–543, 2023.
- [53] L. Martínez-Salamero, G. García, M. Orellana, C. Lahore, and B. Estibals, "Start-up control and voltage regulation in a boost converter under sliding-mode operation," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 60, no. 10, pp. 4637–4649, 2013.
- [54] G. Spiazzi, P. Mattavelli, and L. Rossetto, "Sliding mode control of dc-dc converters,"
- [55] S.-C. Tan, Y. M. Lai, and C. K. M. Tse, "A unified approach to the design of pwm-based sliding-mode voltage controllers for basic dc-dc converters in continuous conduction mode," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Regular Papers*, vol. 53, pp. 1816–1827, 2006.
- [56] S.-C. Tan, Y. M. Lai, C. K. M. Tse, L. Martínez-Salamero, and C.-K. Wu, "A fast-response sliding-mode controller for boost-type converters with a wide range of operating conditions," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 54, pp. 3276–3286, 2007.
- [57] S.-C. Tan, Y. M. Lai, and C. K. Tse, "Indirect sliding mode control of power converters via double integral sliding surface," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 23, pp. 600–611, 2008.
- [58] C. Olalla, I. Queinnec, R. Leyva, and A. El Aroudi, "Robust optimal control of bilinear DC–DC converters," *Control Engineering Practice*, vol. 19, pp. 688–699, July 2011.
- [59] M. Veerachary and R. Sekhar, "Voltage-mode controller design for soft-switching high gain boost converter," pp. 1–5, Jan. 2011. ISSN : 2160-3170.
- [60] P. Karamanakos, T. Geyer, and S. Manias, "Direct Voltage Control of DC–DC Boost Converters Using Enumeration-Based Model Predictive Control," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 29, pp. 968–978, Feb. 2014.
- [61] S. Kouro, P. Cortes, R. Vargas, U. Ammann, and J. Rodríguez, "Model Predictive Control—A Simple and Powerful Method to Control Power Converters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, pp. 1826–1838, June 2009.
- [62] L. Tarisciotti, P. Zanchetta, A. J. Watson, S. Bifaretti, and J. C. Clare, "Modulated model predictive control for a seven-level cascaded h-bridge back-to-back converter," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, pp. 5375–5383, 2014.
- [63] P. Cortes, S. Kouro, B. L. Rocca, R. Vargas, J. R. Rodríguez, J. I. Leon, S. Vazquez, and L. G. Franquelo, "Guidelines for weighting factors design in model predictive control of power converters and drives," *2009 IEEE International Conference on Industrial Technology*, pp. 1–7, 2009.
- [64] R. Vargas, P. Cortes, U. Ammann, J. R. Rodríguez, and J. Pontt, "Predictive control of a three-phase neutral-point-clamped inverter," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 54, pp. 2697–2705, 2007.
- [65] P. Cortes, J. Rodríguez, P. Antoniewicz, and M. P. Kazmierkowski, "Direct power control of an afe using predictive control," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 23, pp. 2516–2523, 2008.
- [66] W. Song, Z. Deng, S. Wang, and X. Feng, "A simple model predictive power control strategy for single-phase pwm converters with modulation function optimization," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 31, pp. 5279–5289, 2016.

- [67] Y. Zhang, Y. Peng, and H. Yang, "Performance improvement of two-vectors-based model predictive control of pwm rectifier," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 31, pp. 6016–6030, 2016.
- [68] M. Preindl, E. Schaltz, and P. Thogersen, "Switching frequency reduction using model predictive direct current control for high-power voltage source inverters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, pp. 2826–2835, 2011.
- [69] P. Cortes, J. R. Rodríguez, D. E. Quevedo, and C. A. Silva, "Predictive current control strategy with imposed load current spectrum," *2006 12th International Power Electronics and Motion Control Conference*, pp. 252–257, 2006.
- [70] R. P. Aguilera, P. Acuña, P. Lezana, G. Konstantinou, B. Wu, S. Bernet, and V. G. Agelidis, "Selective harmonic elimination model predictive control for multilevel power converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 32, pp. 2416–2426, 2017.
- [71] J. Hu, J. Zhu, G. Lei, G. Platt, and D. G. Dorrell, "Multi-objective model-predictive control for high-power converters," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 28, pp. 652–663, 2013.
- [72] M. Ghanes, M. Trabelsi, H. Abu-Rub, and L. Ben-Brahim, "Robust adaptive observer-based model predictive control for multilevel flying capacitors inverter," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, no. 12, pp. 7876–7886, 2016.
- [73] C. Olalla, R. Leyva, A. El Aroudi, and I. Queinnec, "Robust LQR Control for PWM Converters : An LMI Approach," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, pp. 2548–2558, July 2009.
- [74] S. Sanders and G. Verghese, "Lyapunov-based control for switched power converters," in *21st Annual IEEE Conference on Power Electronics Specialists*, pp. 51–58, 1990.
- [75] N. Kawasaki, H. Nomura, and M. Masuhiro, "A new control law of bilinear DC-DC converters developed by direct application of Lyapunov," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 10, pp. 318–325, May 1995. Conference Name : IEEE Transactions on Power Electronics.
- [76] M. Serieye, C. Albea-Sanchez, and A. Seuret, "Free-matrices min-projection control for high frequency DC-DC converters," Dec. 2019.
- [77] S. N. Ahmad, R. P. C. de Souza, P. Kergus, Z. Kader, and S. Caux, "Robust switching control of dc-dc boost converter for ev charging stations," *2023 IEEE Texas Power and Energy Conference (TPEC)*, pp. 1–6, 2022.
- [78] H. Sira-Ramirez and R. Ortega, "Passivity-based controllers for the stabilization of DC-to-DC power converters," in *Proceedings of 1995 34th IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 4, pp. 3471–3476 vol.4, Dec. 1995. ISSN : 0191-2216.
- [79] M. Hilairat, M. Ghanes, O. Béthoux, V. Tanasa, J.-P. Barbot, and D. Normand-Cyrot, "A passivity-based controller for coordination of converters in a fuel cell system," *Control Engineering Practice*, vol. 21, pp. 1097–1109, 2013.
- [80] G. Beneux, D. Astolfi, P. Riedinger, J. Daafouz, and L. Grimaud, "Integral action for uncertain switched affine systems with application to dc/dc converters," *2018 European Control Conference (ECC)*, pp. 795–800, 2018.
- [81] G. S. Deaecto, J. C. Geromel, and J. L. N. Brito, "Asymptotic stability of continuous-time switched affine systems with unknown equilibrium points*," in *2022 IEEE 61st Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 679–684, Dec. 2022. ISSN : 2576-2370.
- [82] B. R. Reshma and A. Mathew, "Gain scheduling implementation in dc/dc buck converter using pid controller," *International journal of engineering research and technology*, vol. 4, 2015.
- [83] F. D. Bianchi, R. J. Mantz, and C. F. Christiansen, "Gain scheduling control of variable-speed wind energy conversion systems using quasi-lpv models," *Control Engineering Practice*, vol. 13, pp. 247–255, 2005.

- [84] M. Ayari, M. M. Belhaouane, and N. Benhadj Braiek, "Optimal control design of voltage source converter using bilinear state-space representation," in *2015 4th International Conference on Systems and Control (ICSC)*, pp. 169–174, Apr. 2015. ISSN : 2379-0067.
- [85] C. Olalla, I. Queinnec, R. Leyva, and A. El Aroudi, "Optimal State-Feedback Control of Bilinear DC–DC Converters With Guaranteed Regions of Stability," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, pp. 3868–3880, Oct. 2012.
- [86] A. Ndoye, R. Delpoux, L. Hetel, A. Kruszewski, J.-F. Trégouët, and X. Lin-Shi, "Robust relay control for buck converters : experimental application," in *2019 IEEE 58th Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 8124–8129, Dec. 2019. ISSN : 2576-2370.
- [87] V. Spinu, N. Athanasopoulos, M. Lazar, and G. Bitsoris, "Stabilization of Bilinear Power Converters by Affine State Feedback Under Input and State Constraints," *IEEE Transactions on Circuits and Systems II : Express Briefs*, vol. 59, pp. 520–524, Aug. 2012. Conference Name : IEEE Transactions on Circuits and Systems II : Express Briefs.
- [88] A. Sferlazza, C. Albea-Sanchez, and G. Garcia, "A hybrid control strategy for quadratic boost converters with inductor currents estimation," *Control Engineering Practice*, vol. 103, p. 104602, Oct. 2020.
- [89] T. A. F. Theunisse, J. Chai, R. G. Sanfelice, and W. P. M. H. Heemels, "Robust Global Stabilization of the DC-DC Boost Converter via Hybrid Control," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Regular Papers*, vol. 62, pp. 1052–1061, Apr. 2015. Conference Name : IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Regular Papers.
- [90] L. Guo, J. Y. Hung, and R. M. Nelms, "Design of a fuzzy controller using variable structure approach for application to DC–DC converters," *Electric Power Systems Research*, vol. 83, Feb. 2012.
- [91] J. Baek and M. Park, "Fuzzy bilinear state feedback control design based on TS fuzzy bilinear model for DC–DC converters," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 42, pp. 710–720, Nov. 2012.
- [92] G. C. Konstantopoulos and Q.-C. Zhong, "Current-Limiting DC/DC Power Converters," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 27, pp. 855–863, Mar. 2019. Conference Name : IEEE Transactions on Control Systems Technology.
- [93] J. Nazarzadeh and M. Javad Jafarian, "Applying bilinear time-optimal control system in boost converters," *IET Power Electronics*, vol. 7, pp. 850–860, Apr. 2014. Publisher : The Institution of Engineering and Technology.
- [94] R. Ottersten and J. Svensson, "Vector current controlled voltage source converter-deadbeat control and saturation strategies," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 17, pp. 279–285, Mar. 2002. Conference Name : IEEE Transactions on Power Electronics.
- [95] G. Le Goff, M. Fadel, and M. Bodson, "Scalable Optimal Control Allocation : Linear and Quadratic Programming Methods Applied to Active Capacitor Balancing in Modular Multilevel Converters," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 55, no. 16, pp. 80–85, 2022.
- [96] A. Ndoye, *Contribution à la commande robuste de systèmes à relais et sa mise en œuvre expérimentale : Application aux convertisseurs de puissance DC-DC*. PhD thesis, Université de Lyon, Dec. 2021.
- [97] A. Bosso, M. M. Hillesheim, M. Cousineau, and L. Zaccarian, "Nonlinear stability analysis of distributed self-interleaving for driving signals in multicellular converters," in *2023 62nd IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 3574–3579, 2023.
- [98] V. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22, no. 2, pp. 212–222, 1977.
- [99] J.-M. Biannic and A. Fossard, "Commande en régime glissant," *Automatique et ingénierie système*, June 2005.

- [100] H. Komurcugil, S. Biricik, S. Bayhan, and Z. Zhang, "Sliding mode control : Overview of its applications in power converters," *IEEE Industrial Electronics Magazine*, vol. 15, no. 1, pp. 40–49, 2021.
- [101] S.-C. Tan, Y. M. Lai, and C. K. M. Tse, "General design issues of sliding-mode controllers in dc–dc converters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, pp. 1160–1174, 2008.
- [102] H. Komurcugil, "Non-singular terminal sliding-mode control of dc–dc buck converters," *Control Engineering Practice*, vol. 21, pp. 321–332, 2013.
- [103] J. xiao Wang, S. Li, J. Yang, B. Wu, and Q. Li, "Extended state observer-based sliding mode control for pwm-based dc–dc buck power converter systems with mismatched disturbances," *IET Control Theory and Applications*, vol. 9, pp. 579–586, 2015.
- [104] S. P. Boyd, "Linear matrix inequalities in systems and control theory," 1994.
- [105] B. R. Barmish, "Necessary and sufficient conditions for quadratic stabilizability of an uncertain system," *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 46, pp. 399–408, 1985.
- [106] J. Lofberg, "Yalmip : a toolbox for modeling and optimization in matlab," in *2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation (IEEE Cat. No.04CH37508)*, pp. 284–289, 2004.
- [107] C. Albea and A. Seuret, "Time-triggered and event-triggered control of switched affine systems via a hybrid dynamical approach," *Nonlinear Analysis : Hybrid Systems*, 2021.
- [108] W. Ma and B. Zhang, "Periodic time-triggered hybrid control for dc–dc converter based on switched affine system model," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 70, no. 1, pp. 311–321, 2023.
- [109] A. Ndoye and J.-F. Tréguët, "Robust switching control design using lur'e lyapunov functions," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 34, no. 7, pp. 4626–4649, 2024.
- [110] O. Sahraoui, L. Gerbaud, O. Normand, and J. Roudet, "Contribution à la modélisation des convertisseurs statiques pour la simulation à topologie variable," *Journal de Physique III*, vol. 3, pp. 1221–1241, June 1993.
- [111] H. Akagi, Y. Kanazawa, and A. Nabae, "Instantaneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. IA-20, no. 3, pp. 625–630, 1984.
- [112] T. A. Meynard and H. Foch, "Multi-Level Choppers for High Voltage Applications," *EPE Journal*, Jan. 1992. Publisher : Routledge.
- [113] T. Meynard and H. Foch, "Multi-level conversion : high voltage choppers and voltage-source inverters," in *PESC '92 Record. 23rd Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pp. 397–403 vol.1, 1992.
- [114] J. Bayona, J. G. G. Marin, and N. Gélvez, "Pulse width prediction control technique applied to a half-bridge boost," *TECCIENCIA*, 2018.
- [115] R. M. F. Neto, F. L. Tofoli, and L. C. de Freitas, "A high-power-factor half-bridge doubler boost converter without commutation losses," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 52, pp. 1278–1285, 2005.
- [116] L. N. Egidio and A. Hansson, "On the Search for Equilibrium Points of Switched Affine Systems," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 54, no. 5, pp. 301–306, 2021.
- [117] A. L. Dontchev and R. T. Rockafellar, "Functions Defined Implicitly by Equations," in *Implicit Functions and Solution Mappings : A View from Variational Analysis* (A. L. Dontchev and R. T. Rockafellar, eds.), pp. 1–59, New York, NY : Springer, 2009.

- [118] C. C. Scharlau, M. C. d. Oliveira, A. Trofino, and T. J. M. Dezuo, "Switching rule design for affine switched systems using a max-type composition rule," *Systems & Control Letters*, vol. 68, pp. 1–8, 2014.
- [119] G. A. Senger and A. Trofino, "Switching rule design for affine switched systems with guaranteed cost and uncertain equilibrium condition," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 61, no. 7, pp. 1925–1930, 2016.
- [120] V. L. Yoshimura, E. Assunção, E. R. P. Silva, M. C. M. Teixeira, and E. I. M. Júnior, "Observer-based control design for switched affine systems and applications to dc–dc converters," *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, vol. 24, pp. 535–543, 2013.
- [121] N. Gonzalez-Fonseca, J. de León-Morales, and J. Leyva-Ramos, "Observer-based controller for switch-mode dc-dc converters," *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 4773–4778, 2005.
- [122] R. Gavagsaz-Ghoachani, M. Phattanasak, J.-P. Martin, B. Nahid-Mobarakeh, S. Pierfederici, and P. Riedinger, "Observer and lyapunov-based control for switching power converters with lc input filter," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 34, pp. 7053–7066, 2019.
- [123] P. Hauroine, P. Riedinger, and C. Iung, "Observer-based output-feedback of a multicellular converter : Control lyapunov function — sliding mode approach," *2012 IEEE 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 1727–1732, 2012.
- [124] L. Zhang, X. Lou, and Z. Wang, "Output-based robust switching rule design for uncertain switched affine systems : Application to dc–dc converters," *IEEE Transactions on Circuits and Systems II : Express Briefs*, vol. 69, no. 11, pp. 4493–4497, 2022.
- [125] A. Jaafar, A. Alawieh, R. Ortega, E. Godoy, and P. Lefranc, "PI Stabilization of Power Converters With Partial State Measurements," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 21, pp. 560–568, Mar. 2013. Conference Name : IEEE Transactions on Control Systems Technology.
- [126] A. Nabae, I. Takahashi, and H. Akagi, "A New Neutral-Point-Clamped PWM Inverter," *IEEE Trans. on Industry Applications*, vol. IA-17, no. 5, pp. 518–523, 1981.
- [127] L. G. Franquelo, J. Rodriguez, J. I. Leon, S. Kouro, R. Portillo, and M. A. Prats, "The age of multilevel converters arrives," *IEEE Industrial Electronics Magazine*, vol. 2, no. 2, pp. 28–39, 2008.
- [128] L. Fridman, V. Strygin, and A. Polyakov, "Stabilization of oscillations amplitudes via relay delay control," in *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.01CH37228)*, vol. 4, pp. 3704–3709 vol.4, 2001.
- [129] O. Lopez-Santos, C. A. Jacanamejoy-Jamioy, D. F. Salazar-D'Antonio, J. R. Corredor-Ramírez, G. Garcia, and L. Martinez-Salamero, "A single-phase transformer-based cascaded asymmetric multilevel inverter with balanced power distribution," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 98182–98196, 2019.
- [130] C. Liu, N. Gao, X. Cai, and R. Li, "Differentiation power control of modules in second-life battery energy storage system based on cascaded h-bridge converter," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 35, no. 6, pp. 6609–6624, 2020.
- [131] Y. Yu, G. Konstantinou, B. Hredzak, and V. G. Agelidis, "Operation of cascaded h-bridge multilevel converters for large-scale photovoltaic power plants under bridge failures," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 62, no. 11, pp. 7228–7236, 2015.
- [132] P. Lezana and G. Ortiz, "Extended operation of cascade multicell converters under fault condition," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, pp. 2697–2703, 2009.
- [133] J. Kreiss, M. Bodson, R. Delpoux, J.-Y. Gauthier, J.-F. Tréguët, and X. Lin-Shi, "Optimal control allocation for the parallel interconnection of buck converters," *Control Engineering Practice*, vol. 109, p. 104727, 2021.

-
- [134] F. Z. Peng, J.-S. Lai, J. McKeever, and J. VanCoevering, "A multilevel voltage-source inverter with separate dc sources for static var generation," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 32, no. 5, pp. 1130–1138, 1996.
- [135] L. Tolbert and F. Peng, "Multilevel converters for large electric drives," in *APEC '98 Thirteenth Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition*, vol. 2, pp. 530–536 vol.2, 1998.
- [136] J. Rodriguez, S. Bernet, B. Wu, J. O. Pontt, and S. Kouro, "Multilevel voltage-source-converter topologies for industrial medium-voltage drives," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 54, no. 6, pp. 2930–2945, 2007.
- [137] K. K. Gupta and S. Jain, "Comprehensive review of a recently proposed multilevel inverter," *Iet Power Electronics*, vol. 7, pp. 467–479, 2014.
- [138] T. Wang, J. Zhang, H. Wang, Y. Wang, D. Diallo, and M. Benbouzid, "Multi-mode fault-tolerant control strategy for cascaded h-bridge multilevel inverters," *IET Power Electronics*, vol. 13, no. 14, pp. 3119–3126, 2020.
- [139] J. R. Rodríguez, J.-S. J. Lai, and F. Z. Peng, "Multilevel inverters : a survey of topologies, controls, and applications," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 49, pp. 724–738, 2002.
- [140] L. M. Tolbert, F. Z. Peng, T. Cunnyngham, and J. N. Chiasson, "Charge balance control schemes for cascade multilevel converter in hybrid electric vehicles," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 49, pp. 1058–1064, 2002.

Titre : Approche générale pour la modélisation et la commande directe des convertisseurs statiques

Mots clés : Commande commutée, Commande convertisseur, Lyapunov, Commande non-linéaire, Observateur

Résumé : Cette thèse est consacrée à la modélisation et à la commande des convertisseurs électriques avec une approche générale. Tout d'abord, nous formalisons une méthodologie de modélisation qui systématise l'obtention d'un modèle de convertisseur dans le cadre des systèmes affines à commutation à partir du modèle physique. Cette classe de systèmes dynamiques hybrides permet de prendre en compte la nature commutée des convertisseurs, et d'envisager la commande directe des interrupteurs du circuit. La démarche proposée met en avant un modèle général, capable de représenter une large gamme de convertisseurs.

Le modèle affine à commutation permet d'aborder la commande directe des convertisseurs dans un cadre général. En particulier, nous nous intéressons à l'étude de la loi de commande de type argmin, bien connue pour cette représentation. Ce résultat, issu de la littérature sur les systèmes affines à commutation, présente l'avantage de répondre à divers problèmes de commande, stabilisation ou poursuite, en modifiant simplement la référence de l'état. De plus, la synthèse des gains de la loi de commande est réalisée efficacement à partir de conditions de type LMI (Linear Matrix Inequality).

En se focalisant sur les conditions de fonctionnement des convertisseurs, nous proposons deux extensions du schéma de commande : un observateur commuté pour les cas où l'état n'est pas complètement mesuré, et une boucle avec action intégrale basée sur un modèle d'équilibre des puissances pour rejeter les perturbations extérieures. Enfin, nous proposons une modification de la loi adaptée à une classe spécifique de convertisseurs, présentant une redondance importante dans la commande.

Pour illustrer la généralité de la méthode proposée, les résultats sont validés sur de nombreux exemples de convertisseurs, à l'aide de simulations réalisées avec MATLAB/Simulink ainsi que PLECS.

Title: General approach for the modeling and direct control of static power converters

Key words: Non-linear control, Switched control, Converter control, Lyapunov, Observer

Abstract: This thesis focuses on the modeling and control of electrical converters, with a general approach. First, we formulate a modeling methodology that systematizes the derivation of a converter model in the framework of affine switched systems from the physical model. This class of hybrid dynamic systems enables to take into account the switched nature of converters, and to consider the direct control of circuit switches. The proposed approach highlights a general model, able to represent a wide range of converters.

The switched affine system enables us to consider the direct control of converters within a general framework. In particular, we are interested in studying the argmin-type control law, well known for this model. This result, taken from the literature on affine switching systems, has the advantage of addressing various control problems, stabilization or tracking, by simply modifying the state reference. Moreover, the design of the control law gains is efficiently performed using LMI (Linear Matrix Inequality) conditions.

Focusing on converter operating conditions, we propose two extensions to the control scheme: a switched observer for the case where the state is not completely measured, and an integral action loop based on a power balance model to reject external disturbances. Finally, we propose a modification of the law adapted to a specific class of converter, with significant redundancy in the control.

To illustrate the generality of the proposed method, the results are validated on numerous converter examples, using simulations performed with MATLAB/Simulink as well as PLECS.